

УДК 539.3.539.4

И.К. КУЛИЕВ

Институт математики и механики НАН Азербайджана, Баку

МЕХАНИЧЕСКОЕ И ТЕРМИЧЕСКОЕ УСТАЛОСТНЫЕ ИЗНАШИВАНИЯ ПЛАСТИН

Решены задачи механического усталостного изнашивания круглой пластины при циклически симметрично изменяющемся и пульсирующем давлениях, а также рассмотрено термическое усталостное изнашивание пластины произвольной формы при пульсирующих температурных воздействиях. В результате определены число циклов соответствующих нагружений до наступления предела изнашивания

Ключевые слова: механическое изнашивание, упругопластическая деформация, линейное упрочнение, циклическое нагружение, пульсирующее тепло

Многokrатно повторяющееся деформирование пластины приводит к образованию повреждений. В результате дальнейшего накопления этих повреждений происходит разрушение материала. Разрушенный материал отделяется от пластины, начинается процесс постепенного изменения ее размеров — процесс изнашивания. При достижении предела изнашивания, пластина становится непригодной для используемой цели. Как отмечено в [1], в исследованиях различных авторов [2—4] имеется экспериментальное доказательство усталостной природы изнашивания. Исходя из этого, процесс усталостного изнашивания будем исследовать с точки зрения концепции накопления повреждений.

1. Рассмотрим упруго-пластическую, с линейным упрочнением, шарнирно-опертую круглую пластину толщины h , радиуса a , которая изгибается циклически симметрично изменяющимся давлением $\pm p$. Сначала рассмотрим задачу об изгибе пластины равномерным давлением P из естественного состояния (первое нагружение). Воспользуемся цилиндрической системой координат (r, φ, z) . Ось z направим вниз. Плоскость $z=0$ совпадает со срединной плоскостью пластины. Упругое состояние пластины определяется соотношениями:

$$S_{ij}^{(e)} = 2G e_{ij}^{(e)}; \quad (1)$$

$$\theta = 0. \quad (2)$$

Здесь $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}$ — соответственно компоненты девиаторов напряжений и деформаций; $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ — среднее напряжение; $\varepsilon = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} / 3$ — средняя деформация; δ_{ij} — символы Кронекера; $\theta = 3\varepsilon$ — относительное изменение объема; G — модуль сдвига. Как следует из (2), считаем материал пластины механически несжимаемым.

Пластическое состояние пластины определяется соотношениями теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина [5]:

$$S_{ij} = \frac{2\sigma_+}{3\varepsilon_+} e_{ij}, \quad (3)$$

$$\sigma_+ = \lambda \sigma_s + 3G(1-\lambda)\varepsilon_+, \quad (4)$$

$$\theta = 0. \quad (5)$$

Здесь дополнительно обозначены: $\sigma_+ = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}$ —

интенсивность напряжений, $\varepsilon_+ = \left(\frac{2}{3} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}$ — интенсив-

ность деформаций; λ — коэффициент упрочнения: $0 \leq \lambda \leq 1$; σ_s — предел текучести по напряжениям, связанный с пределом текучести по деформациям ε_s соотношением $\sigma_s = 3G\varepsilon_s$.

В случае рассматриваемой задачи компоненты напряжения $\sigma_z = \sigma_{\varphi z} = \sigma_{r\varphi} = 0$, $\sigma_{rz} \approx 0$; компоненты деформации $\varepsilon_{\varphi z} = \varepsilon_{r\varphi} = 0$, $\varepsilon_z = -(\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi)$, $\varepsilon_{rz} \approx 0$. При этом из соотношений упругости (1), (2) имеем:

$$\sigma_\varphi^{(e)} = 2G(2\varepsilon_\varphi^{(e)} + \varepsilon_r^e), \quad \sigma_r^e = 2G(2\varepsilon_r^e + \varepsilon_\varphi^{(e)}). \quad (6)$$

Из соотношений же пластичности (3)—(5) получим:

$$\sigma_\varphi = \frac{2\sigma_+}{3\varepsilon_+} (2\varepsilon_\varphi + \varepsilon_r), \quad \sigma_r = \frac{2\sigma_+}{3\varepsilon_+} (2\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi). \quad (7)$$

Между σ_+ и ε_+ имеет место зависимость (4), где ε_+ выражается в виде:

$$\varepsilon_+ = z \frac{2}{\sqrt{3}} (\alpha_r^2 + \alpha_r \alpha_\varphi + \alpha_\varphi^2)^{1/2}. \quad (8)$$

Здесь мы воспользовались известной гипотезой Кирхгофа—Лява:

$$\varepsilon_r = -z \alpha_r \equiv -z \frac{d^2 W}{dr^2}, \quad \varepsilon_\varphi = -z \alpha_\varphi \equiv -z \frac{1}{r} \frac{dW}{dr}. \quad (9)$$

При нагружении из естественного состояния шарнирно-опертой пластины равномерным давлением p для определения прогиба пластины воспользуемся решением А.А. Ильюшина [5]:

$$W^{(e)} = \frac{11pa^4}{64Gh^3} \left(1 - \frac{14r^2}{11a^2} + \frac{3r^4}{11a^4} \right), \text{ при } \varepsilon_+ \leq \varepsilon_s; \quad (10)$$

$$W = \frac{11a^2\varepsilon'_0}{28h} \left(1 - \frac{14r^2}{11a^2} + \frac{3r^4}{11a^4} \right), \text{ при } \varepsilon_+ > \varepsilon_s, \quad (11)$$

где r — текущий радиус, $\varepsilon'_0 = \varepsilon_+$ при $r = 0$, $z = \frac{h}{2}$. Для определения ε'_0 через p в [5] имеется графическая зависимость между $\frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon_s}$ и $\frac{21pa^2}{16\sigma_s h^2}$. Пластические деформации появляются в точке $r=0, z=h/2$ при давлении $p_s = 16h^2\sigma_s/(21a^2)$. При полном охвате упруго-пластической области пластину $\varepsilon'_0 = 3,5\varepsilon_s$ при $r=0, z=h/2$ [5]. В этом случае $p^* = 1,66 \frac{h^2\sigma_s}{a^2}$,

$\sigma_+^{\max} = 1,25\sigma_s, z_s(0) = 0,286 \frac{h}{2}$, где $z_s(r)$ — уравнение границы упругой и пластической области пластины.

Теперь используя соотношения (6)–(11) определим напряженное состояние пластины:

$$\sigma_\varphi^{(e)} = \frac{3pza^2}{8h^3} \left(7 + 5 \frac{r^2}{a^2} \right), \sigma_r^{(e)} = \frac{21pza^2}{8h^3} \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right); \quad (12)$$

$$\sigma_\varphi = s \left(7 + 5 \frac{r^2}{a^2} \right), \sigma_r = 7s \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right), \quad (13)$$

где:

$$s = \frac{6G(1-\lambda)z\varepsilon'_0}{7h} + 3G\varepsilon_s\lambda \left(49 + 84 \frac{r^2}{a^2} + 39 \frac{r^4}{a^4} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Следовательно, напряженно-деформированное состояние пластины при первом нагружении равномерным давлением p стало известным. Теперь предположим, что пластина подвергается значительному циклическому изгибу равномерным симметричным давлением $\pm p$. Пусть материал пластины обладает циклическим упрочением [6]. При этом для определения компонентов напряжения воспользуемся теоремой о предельном состоянии В.В. Москвитина [6]:

$$\sigma_{\varphi\text{lim}} = \beta\sigma_\varphi + (1-\beta)\sigma_\varphi^{(e)}, \sigma_{r\text{lim}} = \beta\sigma_r + (1-\beta)\sigma_r^{(e)}, \quad (15)$$

где σ_φ, σ_r определяются формулами (13) при учете (14), $\sigma_\varphi^{(e)}, \sigma_r^{(e)}$ — формулами (12). При этом $p > p_s$ и между p и ε'_0 имеется связь [5], установленная из решения задачи об упругопластическом изгибе пластины при первом нагружении. Константа $\beta(0 \leq \beta \leq 1)$ определяется из эксперимента [6].

После определения компонентов напряжения определим число нагружений N'_σ , предшествующее повреждению, и число нагружений $N_{*\sigma}$ до разрушения. Воспользуемся критерием, разработанным в [7], который в стационарном случае запишем в виде:

$$\begin{aligned} \ln \frac{N'_\sigma}{N_{0\sigma s}} &= \alpha_1 \left(1 - \frac{\sigma_+^*}{\sigma_s^*} \right) + \ln A; \\ \ln \frac{N_{*\sigma}}{N_{0\sigma s}} &= \alpha_0 \left(1 - \frac{\sigma_+^*}{\sigma_s^*} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где σ_s^* — напряжения приведения, которое примем: $\sigma_s^* = 2\sigma_s$; A, α_1, α_0 — материальные константы, σ_+^* — интенсивность удвоенных напряжений: $\sigma_+^* = 2 \left(\sigma_{\varphi\text{lim}}^2 - \sigma_{\varphi\text{lim}}\sigma_{r\text{lim}} + \sigma_{r\text{lim}}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$;

$N_{0\sigma s}$ — число нагружений до разрушения при $\sigma_+^* = \sigma_s^* = 2\sigma_s$. Нас интересует процесс изнашивания при $r=0$ (в направлении z) и начало процесса при $r=0$. Исходя из этого с учетом (12) и (13) имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi|_{r=0} &= \sigma_r|_{r=0}; \quad \sigma_\varphi^{(e)}|_{r=0} = \sigma_r^{(e)}|_{r=0}; \\ \sigma_\varphi|_{r=a} &= 0,86 \sigma_r|_{r=a}; \quad \sigma_\varphi^{(e)}|_{r=a} = 0,86 \sigma_r^{(e)}|_{r=a}. \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая (17) и (15) для σ_+^* имеем:

$$\sigma_+^*|_{r=0} = 2\sigma_{\varphi\text{lim}}|_{r=0}; \quad \sigma_+^*|_{r=a} = 1,876 \sigma_{r\text{lim}}|_{r=a}, \quad (18)$$

где с учетом (15), (12)–(14) будет:

$$\sigma_{\varphi\text{lim}}|_{r=0} = \beta \left(\frac{6G(1-\lambda)z\varepsilon'_0}{h} + \sigma_s\lambda \right) + (1-\beta) \cdot \frac{21pza^2}{8h^3}. \quad (19)$$

$$\sigma_{r\text{lim}}|_{r=a} = \beta \left(\frac{12G(1-\lambda)z\varepsilon'_0}{h} + \frac{14}{13}\sigma_s\lambda \right) + (1-\beta) \frac{21pza^2}{4h^3}. \quad (20)$$

В [8] для сплава марки ЭИ437 при температуре 1073 К и напряжении $\sigma_s^* = 600$ МПа определены константы, входящие в соотношения (1.16). Были получены $\alpha_1 \approx 1,6; \alpha_0 \approx 1,8; A \approx 0,35; N_{0\sigma s} \approx 1,4 \cdot 10^3$. При этом использованы экспериментальные данные из [9]. Расчеты с использованием формул (16) при учете (18)–(19) $\sigma_s^* = 2\sigma_s$, а также вышеприведенных данных, в том числе данных работ [5] представлены на рисунке 1. Кривая 1 определяет число нагружений, предшествующее повреждению, кривая 2 — число нагружений до разрушения точек пластины по оси $z(r=0)$. По этой кривой также определяется число нагружений до наступления предела изнашивания. При использовании второй формулы (18) с учетом (20), из второй формулы (16) определено также число нагружений до наступления разрушения краев пластины ($r=a$), которое оказалось равным числу нагружений до разрушения точки $r=0, z=0,23h$ (см. рисунок 1). При этом $\varepsilon'_0 = 2,18\varepsilon_s$. Изнашенный участок пластины схематически показан на рисунке 2.

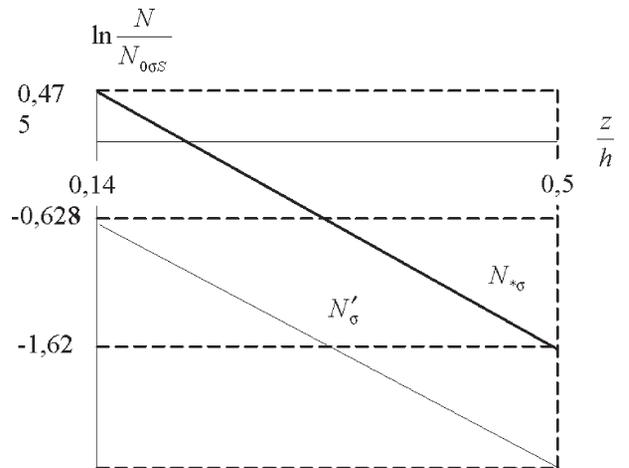


Рисунок 1 — Число нагружений до возникновения повреждений (1) и до усталостного изнашивания (2) точек $r=0$ шарнирно опертой пластины при симметричном циклическом изгибе равномерным давлением

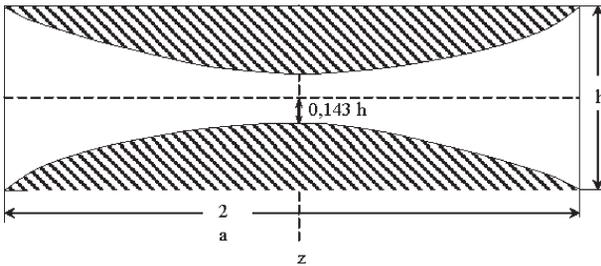


Рисунок 2 — Изношенный участок пластины при симметричном циклическом изгибе равномерным давлением

2. Исследуем механическое усталостное изнашивание рассматриваемой в п. 1 пластины при циклическом изгибе, пульсирующим равномерным давлением p . Определим интенсивность деформаций при первом нагружении. Пользуясь формулой (8) при учете (9)–(11) получим:

$$\varepsilon_+^{(e)} = z \frac{pa^2}{8Gh^3} \cdot f(a,r); \quad \varepsilon_+ = z \frac{2\varepsilon_0'}{7h} f(a,r);$$

$$f(a,r) = \left(49 + 84 \frac{r^2}{a^2} + 39 \frac{r^4}{a^4} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Теперь определим остаточную интенсивность деформаций. Использование теоремы об упругой разгрузке А.А. Ильюшина [5] с учетом (21) дает следующий результат:

$$\varepsilon_+^0 = z \left(\frac{2\varepsilon_0'}{7h} - \frac{pa^2}{8Gh^3} \right) f(a,r). \quad (22)$$

При полном охвате упругопластической области пластины:

$$\varepsilon_0' = 3,5\varepsilon_s, \quad p = 1,66 \frac{h^2 \sigma_s}{a^2}.$$

Пусть продолжительность каждого цикла нагружений равны между собой на t_s и при этом в интервале $\left[t_{k-1}, t_{k-1} + \frac{t_s}{2} \right]$ пластина нагружается равномерным давлением p , в интервале $\left(t_{k-1} + \frac{t_s}{2}, t_k \right)$ она свободна от нагружения, где t_{k-1} ($k=1, 2, \dots; t_0=0$) — начало k -го цикла нагружения. В этом случае согласно [6], остаточная интенсивность деформаций остается неизменной при любом k -м цикле нагружений и будет выражаться формулой (22). Для определения критического числа циклов нагружения N_c воспользуемся экспериментально установленным уравнением [10]:

$$\varepsilon_+^0 N_c^\gamma = B, \quad (23)$$

где γ и B — материальные константы, например, для стали 45 в [10] получены значения $\gamma=0,4; B=0,06$. Учитывая (22) в (23), определим величину N_c :

$$N_c = B^{\frac{1}{\gamma}} Z^{-\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{2\varepsilon_0'}{7h} - \frac{pa^2}{8Gh^3} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} f^{-\frac{1}{\gamma}}(a,r). \quad (24)$$

Критическая продолжительность до разрушения t_c будет: $t_c = N_c t_s$. Формула (24) дает возможность определить число циклов нагружения до разрушения пластины при законном z и r , т.е. определить число циклов до наступления заданного предела изнашивания, а также размеры отделенных в результате изнашивания материалов пластины. При этом следует воспользоваться зависимостью

между величинами ε_0' и p в случае упругопластического изгиба пластины при первом нагружении [5].

3. Рассмотрим теперь упруго-пластическую с линейным упрочнением пластину толщиной h произвольной формы, которая в плане свободна от внешних нагрузок. Применим прямоугольную декартовую систему координат (x_1, x_2, x_3) . Пусть срединная плоскость пластины совпадает с плоскостью $x_1=0$. Допустим, что существует источник тепла, который на обеих граничных плоскостях пластины осуществляет подвод тепла $q(t)$, где t — время, $q(0)=0$. Пусть тепловой поток $q(t)$ достаточно медленно меняется со временем по закону пульсирующих циклов. Рассматриваем область пластины на достаточном удалении от ее краев. Предполагается, что все константы механически несжимаемого материала пластины не зависят от температуры. При этом распределение температуры будет симметричным относительно плоскости $x_1=0$. Исходя из этого, а также следуя [11, 12], температурное поле пластины примем в виде:

$$T(x,t) = T(x_1,t) = \frac{2q(t)x_1^2}{\alpha h^2}, \quad (25)$$

где α — коэффициент теплопроводности.

Продолжительность каждого температурного цикла обозначим через t_s , время до начала разрушения пластины $t_c(x_1)$. Ясно, что процесс изнашивания пластины начнется с поверхностных слоев $x_1 = \pm \frac{h}{2}$ и дальше будет распространяться в направлении к плоскости $x_1=0$, однако, не достигнет плоскости $x_1=0$. Это следует из-за того, что при любом цикле не возникнет центральная пластическая зона. Для нахождения $t_c(x_1)$ определим упруго-пластическое напряженно-деформированное состояние (в том, числе остаточные деформации) при любом цикле температурных воздействий. По условиям задачи каждый температурный цикл состоит из температурного нагружения в течение времени $t_s/2$ и полной температурной разгрузки в течение этого же времени.

Сначала рассмотрим задачу упруго-пластического деформирования исследуемой пластины из естественно-го состояния при температурном нагружении (1) в отрезке времени $[0, t_s/2]$. Решение этой задачи в той или иной степени рассмотрены в [11, 12, 13]. Воспользуемся некоторыми результатами, представленными в [13]. В области упругих деформаций имеет место соотношение (1.1), в области пластических деформаций выполняются соотношения (3), (4). При этом к этим соотношениям присоединяем соотношение:

$$\theta = 3\alpha T, \quad (26)$$

где α — коэффициент линейного расширения.

В случае рассматриваемой задачи имеем [11, 12, 13]:

$$\sigma_{11} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0; \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_0(x_1, t) \neq 0;$$

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0; \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_0(t) \neq 0;$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}(x_1, t) \neq 0.$$

Следовательно, задача при температурном нагружении сводится к определению напряжения $\sigma_0 = \sigma_0(x_1, t)$, деформаций $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(t)$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}(x_1, t)$ и некоторой функции ξ_s , определяющей границу упругой и пластической области пластины.

В [13] с использованием соотношений (1), (3), (4), (26), (25) и условия отсутствия результирующих усилий по кромке пластины:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_0(x, t) dx = 0; \quad (27)$$

получены следующие соотношения:

$$\sigma_0^{(e)} = 6G \left(\varepsilon_0(t) - \frac{\alpha q(t)}{2\alpha} \xi^2 \right) \text{ при } \xi \leq \xi_s, \quad (28)$$

$$\sigma_0 = 6G(1-\lambda) \left(\varepsilon_0 - \frac{\alpha q(t)}{2\alpha} \xi^2 \right) - 3G\varepsilon_s \lambda \text{ при } \xi > \xi_s, \quad (29)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\alpha q(t)}{2\alpha} \frac{\xi_s^2(t)}{2} - \frac{1}{2}, \quad (\lambda \neq 0), \quad (30)$$

где $\xi = 2x_1/h$.

При этом в [13] величина ξ_s не определялась; только приводится следующее уравнение для ее определения:

$$\frac{2}{3} \varepsilon_r^0(t) = \frac{1}{2\lambda \xi_s^3(t) - (1-\lambda)(1-3\xi_s^2(t))}; \quad (31)$$

$$\left(\varepsilon_r^0(t) = \frac{\alpha q(t)}{2\alpha \xi_s} \right).$$

Определим ξ_s из уравнения (31). Анализ показывает, что при $t \in \left[0, \frac{t_*}{2}\right]$, $x_1 \in \left(0, \frac{h}{2}\right)$ ($0 < \xi \leq 1$) и при условиях $0 < \lambda \leq 1$ и $2 \geq 3/2\varepsilon_r^0(t)$ она имеет единственный действительный корень, который представляется в виде:

$$\xi_s(t) = \frac{n^2}{f(n, \varepsilon_r^0(t))} + f(n, \varepsilon_r^0(t)) - n, \quad (32)$$

где обозначены:

$$n = \frac{1-\lambda}{2\lambda}, \quad (33)$$

$$f(n, \varepsilon_r^0(t)) = \left\{ \frac{3(2n+1)}{8\varepsilon_r^0(t)} - \frac{n(3n^2-1)}{2} + \left[\left(\frac{n(3n^2-1)}{2} - \frac{3(2n+1)}{8\varepsilon_r^0(t)} \right)^2 - n^6 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}. \quad (34)$$

Решение (32) при учете (33) и (34) является точным решением уравнения (31). Следовательно, определив ξ_s по формуле (32) при учете (33) и (34) напряжения σ_0 находим по формулам (28), (29) и упруго-пластическую деформацию ε_0 по формуле (30). Деформация же ε_{11} легко определяется из (26):

$$\varepsilon_{11} = 3\alpha T(x_1, t) - 2\varepsilon_0. \quad (35)$$

Формулы (28)–(30) при учете (32)–(34) имеют место в процессе температурного нагружения, которое происходит в интервале времени $\left[0, \frac{t_*}{2}\right]$. В этом случае тепловой поток монотонно возрастает от нуля до значения $q_m = q\left(\frac{t_*}{2}\right)$ затем, в интервале $[\frac{t_*}{2}, t_*]$ монотонно убывает до нуля. При $t = \frac{t_*}{2}$ не возникает центральная пластическая зона. В интервале

$\left[\frac{t_*}{2}, t_*\right]$ происходит полная упругая разгрузка. При $t=t_*$ имеем $q = 0$, $\varepsilon_r^0 = 0$. В этом случае остаточная деформация ε_0^0 и остаточное напряжение σ_0^0 определены в [13]:

$$\varepsilon_{22}^0 = \varepsilon_{33}^0 = \varepsilon_0^0 = \varepsilon_0\left(\frac{t_*}{2}\right) - \frac{\alpha q\left(\frac{t_*}{2}\right)}{6\alpha}, \quad (36)$$

$$\sigma_{22}^0 = \sigma_{33}^0 = \sigma_0^0(x_1) = \sigma_0\left(x_1, \frac{t_*}{2}\right) + \frac{G\alpha q\left(\frac{t_*}{2}\right)}{\alpha} \left(\frac{12x_1^2}{h^2} - 1 \right). \quad (37)$$

Используя теорему об упругой разгрузке А.А. Ильюшина [5] и условие (27), определим остаточную деформацию ε_{11}^0 :

$$\varepsilon_{11}^0 = \frac{1}{3} \frac{\alpha q\left(\frac{t_*}{2}\right)}{\alpha} - 2\varepsilon_0\left(\frac{t_*}{2}\right). \quad (38)$$

Остаточную интенсивность деформаций ε_+^0 находим с использованием формул (36) и (38):

$$\varepsilon_+^0 = \frac{2}{3} \left| 3\varepsilon_0\left(\frac{t_*}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{\alpha q\left(\frac{t_*}{2}\right)}{\alpha} \right|. \quad (39)$$

Поскольку нагружение пластины пульсирующее, то в каждом цикле тепловой поток $q(t)$ не отличается друг от друга и имеет одинаковый максимум $q_m = q\left(\frac{t_*}{2}\right)$. Исходя из этого и согласно [6], можем заключить, что в последующих после первого, циклах остаточная интенсивность деформации будет выражаться формулой (39).

Теперь при полученных данных определим термическое усталостное изнашивание пластины. Воспользуемся критерием, представленным в [14]:

$$\int_0^{t_c} (\varepsilon_+^0(t))^\beta \left(\frac{T(x, t)}{T_c} \right)^\delta dt = \varepsilon_c^\beta t_c. \quad (40)$$

Здесь $t_c = t_c(x)$ время до разрушения ε_+^0 — остаточная интенсивность деформаций, t_* — время продолжительности каждого цикла, β, δ — материальные константы, ε_c — экспериментально определяемая критическая деформация случае монотонного нагружения при постоянной температуре T_c за время t_c .

Пусть тепловой поток $q(t)$ представляется в виде $q(t) = q_m \sin^2 \pi \frac{t}{t_*}$. При этом температурное поле пластины в соответствии с формулой (25) будет:

$$T(x_1, t) = \frac{2x_1^2}{\alpha h^2} q_m \sin^2 \pi \frac{t}{t_*}. \quad (41)$$

Учитывая (39) и (41) в (40), определяем время t_c :

$$t_c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_+^0} \right)^\beta \left(\frac{\alpha h^2 T_c}{2x_1^2 q_m} \right) \frac{\Gamma(\delta+1)}{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)} \pi^{\frac{1}{2}} t_*. \quad (42)$$

Здесь $\Gamma(\delta)$ — гамма-функция. Число температурных циклов до разрушения N_c определится формулой $N_c = t_c / t_*$ при использовании (42). Как видим, величины t_c и N_c зависят от x_1 . Пусть допустимая толщина отделенных в результате разрушения материалов с каждой граничной поверхности пластины будет $\frac{h}{2}$.

При этом, принимая $\alpha_1 = \pm \frac{h}{2} \mp \frac{h}{2}$ из формул (42) находим окончательное время температурного усталостного изнашивания:

$$t_c^* = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_+^0} \right)^\beta \left(\frac{2\alpha h^2 T_c}{(h^2 - 2hh_1 + h_1^2) q_m} \right)^\delta \frac{\Gamma(\delta+1)}{\Gamma\left(\delta + \frac{1}{2}\right)} \pi^{\frac{1}{2}} t_* \quad (43)$$

При использовании (43) соответствующее число циклов определяется по формуле $N_c^* = t_c^* / t_*$.

Следовательно, при наступлении предела изнашивания, время предельного нагружения определяется аналитической формулой (43). После этого времени, пластина становится не пригодной для используемой цели.

Список литературы

1. Крагельский, И.В. Узоры трения машин: справ. / И.В. Крагельский, Н.М. Михин. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.
2. Крагельский, И.В. Теория износа высокоэластичных материалов / И.В. Крагельский, Е.Ф. Непомнящий // Пластмассы в подшипниках скольжения. — М.: Наука, 1965. — С. 49—56.
3. Марченко, Е.А. Циклический характер накопления искажений 2-го рода в поверхностном слое как физическое подтверждение усталостной природы износа / Е.А. Марченко, Е.Ф. Непомнящий, Г.М. Хароч. — ДАН СССР, 1968. — Т. 181, № 5. — С. 1103—1104.
4. Kimura, Y. An interpretation of wear as a fatigue process / Y. Kimura // JSLE-ASLE, Tokyo, Inter. Lubr. Conf. — 1975. — pp. 89—95.
5. Ильющин, А.А. Пластичность. Часть I: Уругопластические деформации / А.А. Ильющин. — М.: Гостехиздат, 1948. — 376 с.
6. Москвитин, В.В. Пластичность при переменных нагружениях / В.В. Москвитин. — М.: Изд-во МГУ, 1965. — 264 с.
7. Талыблы, Л.Х. К вопросам малоциклового и термической усталости: материалы I Респ. конф. по механике и математике, посвящ. 50-летию АН Азербайджана, 1995 / Л.Х. Талыблы — Часть I: Механика. — Баку, 1995. — С. 191—196.
8. Guliyev, I.K. On the definition of material functions and constants under minor cycle fatigue relations / I.K. Guliyev // Proceedings of IMM of Azerbaijan AS. — Baku: Elm, 2000. — Vol. XIII (XXI). — pp. 153—155.
9. Иванова, В.С. Закономерности разрушения металлов при статических и циклических нагрузках / В.С. Иванова // Термопластичность материалов и конструктивных элементов. — Киев: Наук. думка, 1967. — Вып. 4. — С. 277—285.
10. Фролов, К.В. Методы совершенствования машин и конструкций / К.В. Фролов. — М., Машиностроение, 1984. — 312 с.
11. Вейнер, Дж. Температурные напряжения в уругопластических телах / Дж. Вейнер, Г. Ландау // Пластичность и термопластичность; пер. с англ. — М.: ИЛ, 1962. — С. 70—94.
12. Москвитин, В.В. Циклические нагружения элементов конструкций / В.В. Москвитин. — М.: Наука, 1981. — 344 с.
13. Weiner, J.H. An elastoplastic thermal-stress analysis of a free plate / J.H. Weiner // J. Appl. Mech. — 1956. — Vol. 23. — pp. 397—401.
14. Talybly, L.Kh. On fatigue wear equation with regard to thermal effects / L.Kh. Talybly, I.K. Guliyev // On. Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics. — Azerbaijan Academy of Sciences, 2001. — Vol. XIV (XXII). — pp. 142—144.

Guliyev I.K.

Mechanical and thermal fatigue wear of plates

The problems of mechanical fatigue wear of a circular plate under cyclic symmetrically changing and pulsating pressures are solved and thermal fatigue wear of an arbitrary form plate under pulsating temperature actions is considered. As the result the number of cycles that correspond to loadings before the inset of wear limit is determined.

Поступила в редакцию 05.05.2010