УДК 629.7

А.В. КОСИЦЫН, И.И. КИСЛЫЙ, канд. техн. наук
Военная академия Республики Беларусь, Минск

ВИБРОДИАГНОСТИКА ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ МАСС

Метод вибродиагностики, предлагаемый в данной работе, основан на гармоническом возбуждении лопаток турбомашин и определении динамического отклика в некоторых точках. Используемая аппаратура вибровозбуждения воздействует на исследуемый объект сосредоточенной силой, либо создает кинематическое возбуждение. В связи с этим особое внимание уделено эквивалентным массам упругого тела с параметром возбуждения «кинематическое». Учитывая особенности используемой виброизмерительной аппаратуры, в качестве параметра наблюдения здесь рассмотрены виброперемещение и вибронапряжение

Ключевые слова: *эквивалентные массы, динамическая податливость, собственная форма колебания*

Введение

При всем многообразии механических систем, испытывающих колебания, у них имеются некоторые общие черты. Прежде всего, это так называемые модальные параметры. Традиционно к ним относят собственные частоты, собственные формы колебаний и коэффициенты демпфирования. Собственные частоты и коэффициенты демпфирования, являясь интегральными характеристиками колеблющегося тела, с развитием дефекта изменяются очень медленно. Собственные формы колебаний тела — единственный из модальных параметров, являющийся локальной характеристикой колеблющегося тела, который сильно зависит от точки, в которой определяется. С собственными формами колебаний тесно связаны эквивалентные массы. Зная собственные формы колебаний упругого тела, можно вычислить его эквивалентные массы, и наоборот, зная эквивалентные массы, можно вычислить собственные формы колебаний. Таким образом, по изменению собственных форм или эквивалентных масс упругого тела можно обнаружить не только сам дефект, но и место его возникновения.

К определению эквивалентных масс

Если параметром возбуждения является сосредоточенная сила $P(t)$ в некоторой точке B, а параметром наблюдения — смещение точки A диагностируемого объекта $\zeta_A(t)$, то эквивалентную массу ν-й формы собственных колебаний упругого тела можно представить в виде [1—3]:

$$M_\nu(A,\vec{i}_A,B,\vec{i}_B) = \frac{\rho\cdot\int\limits_V \xi_\nu^2 dV}{\left\{\xi_\nu(x_A,y_A,z_A)\cdot\vec{i}_A\right\}\cdot\left\{\xi_\nu(x_B,y_B,z_B)\cdot\vec{i}_B\right\}}, \qquad (1)$$

где ξ_ν — функция собственной формы колебаний тела; $\xi_\nu(x_A, y_A, z_A)$, $\xi_\nu(x_B, y_B, z_B)$ — перемещение точек наблюдения и возбуждения с координатами (x_A, y_A, z_A) и (x_B, y_B, z_B) в направлении единичных векторов $\vec{i}_A$ и $\vec{i}_B$; ρ — плотность материала тела; V — объем тела.

Физический смысл эквивалентных масс заключается в следующем: при колебаниях упругого тела по одной из его собственных форм эквивалентная масса M_ν равна массе груза элементарного осциллятора, колеблющегося с частотой ω_ν под действием заданной силы $P(t)$ (рисунок 1). Жесткость этого осциллятора равна $C_\nu = M_\nu\omega_\nu^2$. Из выражения (1) видно, что если точка наблюдения A расположена на узловой линии или в узловой точке ν-й формы колебаний упругого тела, то $\xi_\nu(x_A, y_A, z_A)=0$, а $M_\nu=\infty$. При появлении дефекта в упругой конструкции (например, трещины) узловые линии собственных форм колебаний изменяют свое положение на конструкции. При этом величина $\xi_\nu(x_A, y_A, z_A)$ становится отличной от нуля, а эквивалентная масса M_ν — отличной от бесконечности, то есть эквивалентная масса изменяет свое значение в бесконечное число раз. При появлении дефекта в конструкции изменяются не только эквивалентные массы, соответствующие точкам, расположенным вблизи узловых линий, но и эквивалентные массы во всех других точках конструкции, так как меняются амплитуды коле-

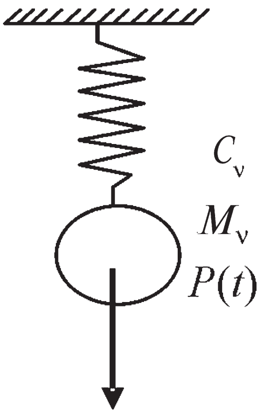


Рисунок 1 — Схема элементарного осциллятора

баний. Это обусловливает целесообразность использования эквивалентных масс при диагностике технического состояния упругих тел [4].

Общие положения о динамической податливости

Согласно определению динамической податливости упругой системы, эта величина равна отношению перемещения некоторой точки A системы под действием гармонической силы, приложенной в точке B, к величине этой силы $R(\omega) = \tilde{\xi}_A(t) / \tilde{P}(t)$. В этом случае динамическая податливость соответствует параметру возбуждения «сила» и параметру наблюдения «смещение». Для дальнейших исследований нам необходимо расширить данное понятие. В общем случае под динамической податливостью будем понимать функцию $R(\omega)$, задаваемую по формуле:

$$R(\omega) = \frac{\tilde{q}(t)}{\tilde{Q}(t)}, \quad \tilde{Q} = Q_0 e^{j\omega t}, \tag{2}$$

где $Q_0=const$, $j^2=-1$; ω — частота возбуждения. Здесь функция $\tilde{Q}(t)$ определяет гармоническое воздействие на механическую систему в некоторой ее точке B, а функция $\tilde{q}(t)$ определяет отклик системы в точке A на это воздействие. Параметром возбуждения $\tilde{Q}$ и параметром наблюдения $\tilde{q}$ может быть любой кинематический или динамический параметр, характеризующий колебания системы [1]. В качестве каждой из величин $\tilde{q}$, $\tilde{Q}$ можно использовать виброперемещение, угол поворота сечения, виброскорость, виброускорение, силу, момент пары сил и пр.

Динамическую податливость можно также представить в форме ряда. При отсутствии диссипативных сил она определяется выражением [5]:

$$R(\omega) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{M_\nu(\omega_\nu^2 - \omega^2)}. \tag{3}$$

В связи с расширением понятия «динамическая податливость» понятие «эквивалентная масса упругого тела» также распространяется на самый общий случай. Величины M_ν, являющиеся коэффициентами разложения функции $R(\omega)$ в ряд (3), будем называть обобщенными эквивалентными массами. В общем случае эти величины не имеют размерность массы и их нельзя определить по формуле (1). Подобно динамической податливости обобщенные эквивалентные массы зависят от параметра возбуждения и параметра наблюдения.

Колебания жестко заделанного стержня

В дальнейшем будут исследованы колебания лопатки турбомашины, установленной на вибростенде. В этом случае возбуждение лопатки можно рассматривать как кинематическое. При таком возбуждении замок лопатки совершает вертикальные колебания по заданному гармоническому закону. Учитывая сложную геометрическую форму лопатки, рассмотрим вначале задачу ее колебаний в приближенной постановке, заменяя лопатку стержнем.

Здесь рассматриваются установившиеся колебания жестко заделанного стержня длиной l. При этом заделка совершает гармонические колебания по закону $Y=Y_0\sin\omega t$ (рисунок 2). Прогиб стержня $y(x,t)$ определяется из однородного дифференциального уравнения поперечных колебаний при заданных граничных условиях [6]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \alpha^4 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0, \quad \alpha^4 = \frac{EI}{\rho S}, \tag{4}$$

$$\begin{cases} y(0,t) = Y_0 \sin\omega t, \\ \left.\dfrac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right|_{x=l} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3}\right|_{x=l} = 0, \end{cases} \tag{5}$$

где EI — жесткость на прогиб, E (кг/см^2) — модуль упругости (модуль Юнга), I (см^4) — момент инерции поперечного сечения стержня относительно нейтральной оси сечения, перпендикулярной к плоскости колебаний), S — площадь поперечного сечения.

После определенных преобразований решение уравнения (4) получим в виде [6]:

$$\begin{aligned} y(x,t) = {} & \frac{Y_0 \sin\omega t}{2(1+\cos z\, ch z)} \times \\ & \times \{ (ch z \sin z + sh z \cos z)(\sin kx - sh kx) + \\ & + (1 + \cos z\, ch z - sh z \sin z)\cos kx + \\ & + (1 + \cos z\, ch z + sh z \sin z) ch kx \}, \end{aligned} \tag{6}$$

где:

$$z = kl = \frac{\sqrt{\omega} l}{\alpha}$$

$$z_1 = 1{,}875, \quad z_2 = 4{,}694,$$

$$z_\nu = \frac{2\nu - 1}{2}\pi \quad (\nu = 3,4,5,\ldots).$$

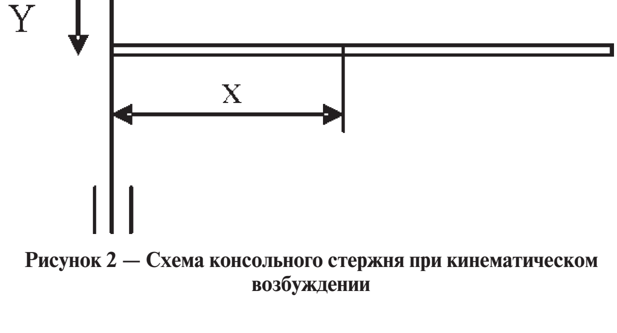


Рисунок 2 — Схема консольного стержня при кинематическом возбуждении

Динамическая податливость стержня, соответствующая кинематическому возбуждению (т.е. параметру возбуждения «перемещение Y»), параметру наблюдения «перемещение y», точке возбуждения x=0 и точке наблюдения с некоторой координатой x согласно определению вычисляется по формуле:

$$R_{y,Y}(\omega,x,0)=\frac{y(x,t)}{Y_0\sin\omega t}. \qquad (7)$$

Вводя безразмерную координату сечения $\bar{x}$ и частоту возбуждения $\bar{\omega}$:

$$\bar{x}=\frac{x}{l},\quad \bar{\omega}=z^2=\frac{l^2\omega}{\alpha^2},$$

получаем:

$$\begin{gathered}R_{y,Y}(\bar{\omega},\bar{x},0)=\frac{1}{2(1+\cos z chz)}\times\\ \times\{(chz\sin z+shz\cos z)(\sin z\bar{x}-shz\bar{x})+\\ +(1+\cos z chz-shz\sin z)\cos z\bar{x}+\\ +(1+\cos z chz+shz\sin z)chz\bar{x}\}.\end{gathered} \qquad (8)$$

При этом статическая податливость при любом $\bar{x}$ равна 1:

$$R_{y,Y}(0,\bar{x},0)\equiv 1.$$

Вычисление эквивалентных масс через собственные формы колебаний в данном случае является затруднительным. Для их вычисления применим универсальный прием, основанный на том, что функцию $R(\omega)$ можно представить как в аналитической форме (8), так и в виде ряда (3) [1]. Из выражения (3) следует, что в общем случае эквивалентные массы упругой системы можно представить в виде:

$$M_\nu=\lim_{\omega\to\omega_\nu}\left\{(\omega_\nu^2-\omega^2)R(\omega)\right\}^{-1},\ \nu=1,2,... \qquad (9)$$

Используя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{\omega\to\omega_\nu}\frac{\omega_\nu^2-\omega^2}{1+\cos z chz}=$$
$$=-\frac{4\omega_\nu\sqrt{\omega_\nu}}{\frac{l}{\alpha}(\cos z_\nu sh z_\nu-\sin z_\nu ch z_\nu)}.$$

Тогда обобщенные эквивалентные массы стержня, соответствующие параметру возбуждения «перемещение Y», параметру наблюдения «перемещение y», в точке возбуждения x=0 и точке наблюдения с некоторой координатой x, примут вид:

$$\begin{gathered}\bar{M}_\nu^{y,Y}(\bar{x},0)=\frac{\alpha^4}{l^4}M_\nu^{y,Y}(x,0)=\\ =\frac{\sin z_\nu ch z_\nu-\cos z_\nu sh z_\nu}{2z_\nu^3}\times\\ \times\{(ch z_\nu\sin z_\nu+sh z_\nu\cos z_\nu)(\sin z_\nu\bar{x}-sh z_\nu\bar{x})+\\ +(1+\cos z_\nu ch z_\nu-sh z_\nu\sin z_\nu)\cos z_\nu\bar{x}+\\ +(1+\cos z_\nu ch z_\nu+sh z_\nu\sin z_\nu)ch z_\nu\bar{x}\}^{-1}.\end{gathered} \qquad (10)$$

Возможность экспериментального исследования колебаний лопаток турбомашин

При экспериментальном исследовании колебаний лопатки на вибростенде часто удобно измерять не виброперемещения, а виброускорения. Учитывая возможность экспериментального исследования колебаний упругих тел при помощи тензометрирования, когда измеряется напряжение в различных сечениях, определим динамическую податливость стержня, соответствующую параметру наблюдения «напряжение σ» и параметру возбуждения «виброускорение A»:

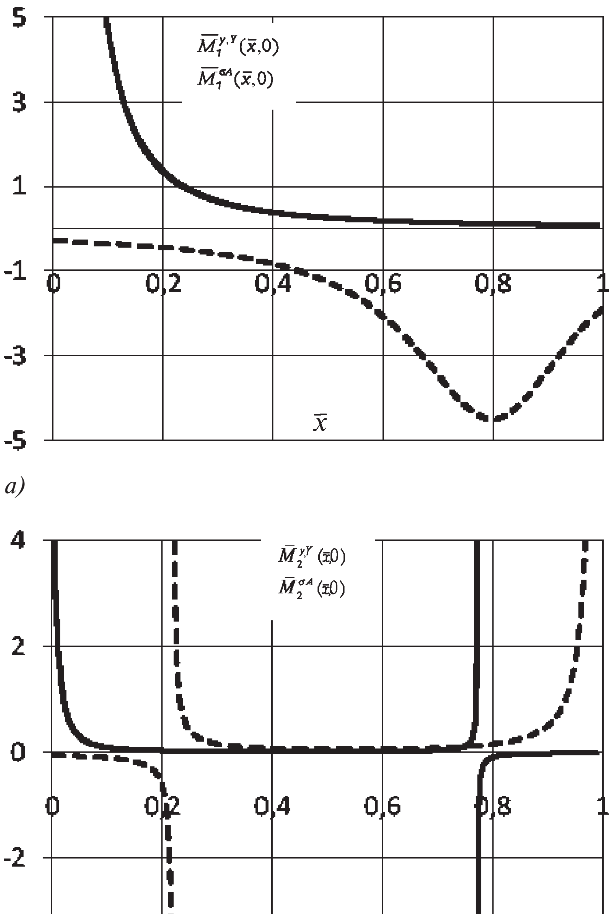
$$R_{\sigma,A}(\omega,x,0)=\frac{\sigma(x,t)}{A}. \qquad (11)$$

Используя формулу (3) и раскрывая (11), после определенных преобразований, получаем выражение для обобщенных эквивалентных масс в относительных величинах:

$$\begin{gathered}\bar{M}_\nu^{\sigma A}(\bar{x},0)=\frac{\cos z_\nu sh z_\nu-\sin z_\nu ch z_\nu}{2z_\nu}\times\\ \times\{(1+\cos z_\nu ch z_\nu+sh z_\nu\sin z_\nu)\cdot ch z_\nu\bar{x}-\\ -(1-\cos z_\nu ch z_\nu-sh z_\nu\sin z_\nu)\cdot\cos z_\nu\bar{x}-\\ -(ch z_\nu\sin z_\nu+sh z_\nu\cos z_\nu)\cdot(\sin z_\nu\bar{x}+sh z_\nu\bar{x})\}^{-1},\end{gathered} \qquad (12)$$

где $z_\nu=\frac{\sqrt{\omega_\nu}l}{\alpha}$, ω_ν — частота собственных колебаний по ν-й форме.

На рисунке 3 представлены результаты расчетов по формулам (6) и (12). Рисунок 3 *а* соответствует значению



а)

б)

Рисунок 3 — Зависимость первой и второй обобщенных масс по длине стержня

ν=1, рисунок 3 *б* — ν=2. Сплошная линия представляет обобщенную эквивалентную массу $\bar{M}_{\nu}^{y,Y}(\bar{x},0)$, пунктирная — величину $\bar{M}_{\nu}^{\sigma A}(\bar{x},0)$.

Выводы

Из графиков, приведенных на рисунке 2, видно, что значения эквивалентных масс по длине стержня сильно зависят от точки наблюдения, достигая бесконечно больших величин в определенных местах стержня. Данное свойство эквивалентных масс может быть использовано для способа вибродиагностики повреждений упругих тел [4].

Список литературы

1. Вернигор, В.Н. Модальный анализ механических колебаний упругих систем / В.Н. Вернигор, А.Л. Михайлов. — Рыбинск: Сатурн, РГАТА, 2001. — 288 с.
2. Скучик, Е. Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик. — М.: Мир, 1971. — 558 с.
3. Генкин, М.Д. Вибрация машиностроительных конструкций / М.Д. Генкин. — М.: Машиностроение, 1979. — 136 с.
4. Косицын, А.В. Вибродиагностика технического состояния упругих тел на основе исследования их собственных форм колебаний / А.В. Косицын, И.И. Кислый // Вестн. Военной академии Респ. Беларусь. — 2010. — № 1 (26). — С. 100—104.
5. Кобаяси, А. Экспериментальная механика. Кн. 2 / под ред. А. Кобаяси. — М.: Мир, 1990. — 616 с.
6. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман. — М.: Высш. шк., 1980. — 408 с.

Kasitsyn A.V., Kisly I.I.

Vibration turbomachinery blades by equivalent masses method

The method of vibrating diagnostics offered in given work, is based on harmonious excitation of turbomachinery blades and definition of the dynamic response in some point. The used equipment of vibrating excitation influences investigated object the concentrated force, or creates kinematic excitation. In this connection the special attention is given equivalent weights of an elastic body with parametre of excitation «kinematic». Considering features of the used vibrating measuring equipment, as supervision parametre vibrating moving and vibrating pressure here are considered.

Поступила в редакцию 28.04.2010