

УДК 539.3

С.М. БОСЯКОВ, канд. физ.-мат. наук, В. ЧЖИВЭЙ
Белорусский государственный университет, Минск

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ АНИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ОРИЕНТИРОВАННОГО СТЕКЛОПЛАСТИКА

В настоящей работе представлены результаты определения собственных частот шарнирно опертых тонких цилиндрических оболочек, выполненных из ориентированного стеклопластика, рассматриваемого как однородный монолитный анизотропный материал. Постоянные упругости оболочки зависят от угла намотки стекловолокна. Собственные частоты свободных колебаний оболочки найдены для сравнительно длинных оболочек с малым числом продольных волн и большим числом волн в окружном направлении

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, стеклопластик, частота свободных колебаний, угол намотки стекловолокна

Введение

Одной из важнейших задач на стадии проектирования тонкостенных оболочечных конструкций, широко применяемых в авиационной, ракетно-космической технике и различных областях промышленности, является динамический расчет. Необходимым элементом исследования динамики оболочек является определение собственных частот и форм малых колебаний, причем наибольший интерес для приложений представляют частоты из нижнего спектра. Использование в инженерной практике полимерных материалов, в частности стеклопластиков, делает обязательным учет анизотропии упругих свойств при исследовании низкочастотных колебаний оболочек. Результаты нахождения собственных частот для ортотропных оболочек представлены в работах [1]. В то же время, сведения о частотах свободных колебаний в случае, когда основные направления упругости составляют некоторый угол с координатными линиями, практически отсутствуют, что обусловлено высокой сложностью соответствующих определяющих соотношений. В настоящей работе представлены результаты определения собственных частот цилиндрических оболочек из ориентированного стеклопластика при граничных условиях, соответствующих шарнирному опиранию концов оболочки.

Определяющие уравнения

Динамические уравнения равновесия цилиндрических оболочек представим в следующем виде [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{11}}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_{12}}{\partial \theta} &= R\rho h \partial_t^2 u, \\ \frac{\partial N_{22}}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{21}}{\partial \alpha} - \frac{1}{R} \left(\frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} + \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta} \right) &= R\rho h \partial_t^2 v, \\ N_{22} + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial \alpha^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial \alpha \partial \theta} + \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial \theta^2} \right) &= -R\rho h \partial_t^2 w, \end{aligned} \quad (1)$$

где u , v и w — перемещения срединной поверхности оболочки в направлении осей координат, α — выраженное в долях радиуса срединной поверхности оболочки R расстояние по образующей, θ — угловая координата в окружном направлении, ρ — плотность стеклопластика, h — толщина оболочки, $\partial_t = \partial/\partial t$. Выражения для внутренних сил и моментов имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} N_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + z w_{ij}) dz, \quad M_{ij} = - \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + w_{ij} z) z dz, \\ w_{11} &= B_{11} \chi_{11} + B_{12} \chi_{22} + B_{16} \chi_{12}, \quad w_{22} = B_{12} \chi_{11} + B_{22} \chi_{22} + B_{26} \chi_{12}, \\ w_{12} &= w_{21} = B_{16} \chi_{11} + B_{26} \chi_{22} + B_{66} \chi_{12}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь напряжения σ_{ij} и деформации ε_{ij} , χ_{ij} , $i, j=1, 2$ в срединной поверхности оболочки в соотношениях (2) определяются следующим образом [3, 4]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= B_{11} \varepsilon_{11} + B_{12} \varepsilon_{22} + B_{16} \varepsilon_{12}, \quad \sigma_{22} = \\ &= B_{12} \varepsilon_{11} + B_{22} \varepsilon_{22} + B_{26} \varepsilon_{12}, \\ \sigma_{12} &= B_{16} \varepsilon_{11} + B_{26} \varepsilon_{22} + B_{66} \varepsilon_{12}, \\ \varepsilon_{11} &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right), \\ \chi_{11} &= -\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}, \quad \chi_{22} = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}, \quad \chi_{12} = -\frac{2}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \theta}. \end{aligned} \quad (3)$$

Выполним интегрирование соотношений (2) с учетом выражений (3) и подставим полученные выражения в уравнения (1). После несложных преобразований получим:

$$L_{11}u + L_{12}v + L_{13}w = \rho R^2 \partial_t^2 u, \quad (4)$$

$$L_{21}u + L_{22}v + L_{23}w = \rho R^2 \partial_t^2 v, \quad (5)$$

$$L_{31}u + L_{32}v + L_{33}w = -\rho R^2 \partial_t^2 w. \quad (6)$$

Здесь операторы L_{ij} , $i, j = 1, 3$ имеют вид:

$$\begin{aligned} L_{11} &= B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{66} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \theta}, \\ L_{12} = L_{21} &= B_{16} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{26} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \theta}, \\ L_{13} = L_{31} &= B_{12} \frac{\partial}{\partial \alpha} + B_{26} \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{22} &= B_{66} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \theta}, \\ L_{23} &= B_{26} \frac{\partial}{\partial \alpha} + B_{22} \frac{\partial}{\partial \theta} - K \left(B_{16} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + \right. \\ &+ B_{22} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3}{\partial \alpha^2 \partial \theta} + 3B_{26} \frac{\partial^3}{\partial \alpha \partial \theta^2} \left. \right), \\ L_{32} &= B_{26} \frac{\partial}{\partial \alpha} + B_{22} \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ L_{33} &= B_{22} + K \left(B_{11} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + B_{12} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + \right. \\ &+ (B_{22} + 2B_{66}) \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \theta^2} \left. \right) + \\ &+ K \left(4B_{16} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^3 \partial \theta} + 2(B_{26} + B_{16}) \frac{\partial^4}{\partial \alpha \partial \theta^3} \right), \\ K &= \frac{h^2}{12R^2}. \end{aligned}$$

Постоянные упругости зависят от угла φ намотки стекловолокна и определяются следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} B_{11} &= b_{11} \cos^4(\varphi) + b_{22} \sin^4(\varphi) + \left(b_{66} + \frac{1}{2} b_{12} \right) \sin^2(2\varphi), \\ B_{22} &= b_{11} \sin^4(\varphi) + b_{22} \cos^4(\varphi) + \\ &+ \left(b_{66} + \frac{1}{2} b_{12} \right) \sin^2(2\varphi), \\ B_{12} &= (b_{11} + b_{22} - 2b_{66}) \sin^2(\varphi) \cos^2(\varphi) + \\ &+ b_{12} (\sin^4(\varphi) + \cos^4(\varphi)), \\ B_{66} &= (b_{11} + b_{22} - 2b_{12}) \sin^2(\varphi) \cos^2(\varphi) + \\ &+ b_{66} \cos^2(2\varphi), \\ B_{26} &= \frac{1}{2} (b_{22} \cos^2(\varphi) - b_{11} \sin^2(\varphi)) \sin(2\varphi) - \\ &- \frac{1}{4} (b_{12} + 2b_{66}) \sin(4\varphi), \\ B_{16} &= \frac{1}{2} (b_{22} \sin^2(\varphi) - b_{11} \cos^2(\varphi)) \sin(2\varphi) - \\ &- \frac{1}{4} (b_{12} + 2b_{66}) \sin(4\varphi). \end{aligned}$$

где b_{11} , b_{22} , b_{12} и b_{66} — основные модули упругости ортотропного материала, φ — угол между основным направлением упругости и окружными координатными линиями (угол ориентации стекловолокна относительно основы стеклоткани).

Поскольку точное решение системы уравнений (4), (5) и (6) при различных граничных условиях затрудни-

тельно, рассмотрим реализацию одного из приближенных способов определения частот свободных колебаний [4]. Для этого преобразуем систему уравнений (4), (5) и (6) таким образом, чтобы зависимыми переменными в первом уравнении были перемещения u и w , во втором — перемещения v и w , в третьем — только перемещение w .

Продифференцируем уравнение (4) по ∂_t^2 и применим к нему оператор L_{22} , а также применим к уравнению (5) оператор L_{12} :

$$\begin{aligned} L_{22}L_{11}u + L_{22}L_{12}v + L_{22}L_{13}w &= \rho R^2 L_{22} \partial_t^2 u, \\ L_{11} \partial_t^2 u + L_{12} \partial_t^2 v + L_{13} \partial_t^2 w &= \rho R^2 \partial_t^2 u, \end{aligned} \quad (7)$$

$$L_{12}L_{21}u + L_{12}L_{22}v + L_{12}L_{23}w = \rho R^2 L_{12} \partial_t^2 v.$$

Определив из первых двух соотношений (7) выражения $L_{12}L_{22}v$ и $L_{12} \partial_t^2 v$, и подставив их в третье уравнение, получим:

$$\begin{aligned} (\rho R^2)^2 \partial_t^4 u - \rho R^2 (L_{11} + L_{22}) \partial_t^2 u + \\ + (L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21})u = \\ = \rho R^2 L_{13} \partial_t^2 w - (L_{13}L_{22} - L_{12}L_{23})w. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично, применив операторы L_{11} и ∂_t^2 к уравнению (5) и оператор L_{21} к уравнению (4), исключим u . После соответствующих преобразований получим:

$$\begin{aligned} (\rho R^2)^2 \partial_t^4 v - \rho R^2 (L_{11} + L_{22}) \partial_t^2 v + \\ + (L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21})v = \\ = \rho R^2 L_{23} \partial_t^2 w - (L_{11}L_{23} - L_{13}L_{21})w. \end{aligned} \quad (9)$$

Чтобы получить уравнение, в котором перемещение w будет единственной зависимой переменной, применим операторы L_{31} и L_{32} к уравнениям (8) и (9) соответственно, а затем сложим полученные результаты. В результате придем к следующему выражению:

$$\begin{aligned} (\rho R^2)^2 \partial_t^4 (L_{31}u + L_{32}v) - \\ - \rho R^2 (L_{11} + L_{22}) \partial_t^4 (L_{31}u + L_{32}v) - \\ - L_{12}^2 (L_{31}u + L_{32}v) + L_{11}L_{22} (L_{31}u + L_{32}v) = \\ = L_{31} (\rho R^2 L_{13} \partial_t^2 w + L_{12}L_{23}w - L_{13}L_{22}w) + \\ + L_{32} (\rho R^2 L_{23} \partial_t^2 w - L_{11}L_{23}w + L_{13}L_{21}w). \end{aligned} \quad (10)$$

Из уравнения (6) имеем:

$$L_{31}u + L_{32}v = -\rho R^2 \partial_t^2 w - L_{33}w. \quad (11)$$

Подставим выражение (11) в (10). После несложных преобразований получим:

$$\begin{aligned} (\rho R^2)^3 \partial_t^6 w - (\rho R^2)^2 (L_{11} + L_{22} - L_{33}) \partial_t^4 w - \rho R^2 \times \\ \times (L_{11}L_{22} + L_{11}L_{33} + L_{22}L_{33} + L_{12}^2 - L_{13}^2 - L_{23}L_{32}) \partial_t^2 w + \\ + (L_{11}L_{22}L_{33} + L_{12}L_{23}L_{31} + L_{13}L_{21}L_{32} - L_{12}^2L_{33} - \\ - L_{13}^2L_{22} - L_{11}L_{23}L_{32})w = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Определение частот

С учетом того, что узловые линии оболочки являются спиральными, компоненты вектора перемещений при колебаниях с собственной круговой частотой ω , представим в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{j=1}^8 A_j \cos(\lambda_j R \alpha / l - n \theta) \sin(\omega t), \\ v &= \sum_{j=1}^8 B_j \cos(\lambda_j R \alpha / l - n \theta) \sin(\omega t), \\ w &= \sum_{j=1}^8 C_j \sin(\lambda_j R \alpha / l - n \theta) \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (13)$$

где l — длина оболочки, n — число волн в окружном направлении, A_j, B_j, C_j — постоянные коэффициенты, λ_j — параметр волнообразования.

Компоненты перемещений должны удовлетворять системе уравнений колебаний (8), (9) и (12). В результате подстановки решений (13) в эти уравнения получим:

$$A_j (B_{11}^2 \psi^2 - \psi n^2 (B_{22} + B_{66}) - n^4 (B_{26}^2 + B_{22} B_{66})) = C_j B_{11} (\psi n B_{26} + n^5 K B_{22} B_{26}), \quad (14)$$

$$B_j (B_{11}^2 \psi^2 - \psi n^2 (B_{22} + B_{66}) - n^4 (B_{26}^2 + B_{22} B_{66})) = C_j (\psi n (n^2 K + 1) B_{11} B_{22} + n^3 (B_{26}^2 - B_{22} B_{66}) - n^5 K B_{22} B_{66}), \quad (15)$$

$$(B_{11} B_{22} B_{66} + 2 B_{12} B_{16} B_{26} - B_{11} B_{26}^2 - B_{22} B_{16}^2 - B_{12}^2 B_{66}) \times (\lambda_j R / l)^4 = \psi^3 - \psi^2 (B_{22} + n^2 (B_{22} + B_{66}) + n^4 K B_{12}) - \psi n^2 (B_{26}^2 - B_{22} B_{66} + n^2 (K B_{22}^2 + B_{26}^2 - B_{22} B_{26})) - n^4 K B_{12} (B_{22} + B_{66}) + n^6 K (n^2 B_{12} - B_{22}) (B_{26}^2 - B_{22} B_{66}), \quad (16)$$

$$\psi = \rho R^2 \omega^2, \quad j = \overline{1, 4}.$$

Отсюда следует:

$$\lambda_1 = T, \quad \lambda_2 = -T, \quad \lambda_3 = iT, \quad \lambda_4 = -iT, \quad (17)$$

где $i = \sqrt{-1}$, T — действительное число. Заметим, что преобразование уравнений (14)–(16) выполнено с учетом неравенства $|\lambda_j R / (nl)| \ll 1$. В связи с принятым допущением рассматриваемый подход к определению частот применим только для сравнительно длинных оболочек с малым числом продольных волн и большим числом волн в окружном направлении.

Для шарнирно опертой оболочки при $\alpha=0$ и $\alpha=l/R$ перемещения и соответствующая частная производная удовлетворяют следующим равенствам:

$$u = v = w = \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} = 0. \quad (18)$$

Подставим выражения (13) в (18) при указанных значениях α :

$$\sum_{j=1}^4 A_j = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 (A_j \cos(\lambda_j) \cos(n\theta) + A_j \sin(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 B_j = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 (B_j \cos(\lambda_j) \cos(n\theta) + B_j \sin(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 C_j = 0, \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^4 (C_j \sin(\lambda_j) \cos(n\theta) - C_j \cos(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 C_j \lambda_j^2 = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 (C_j \lambda_j^2 \sin(\lambda_j) \cos(n\theta) - C_j \lambda_j^2 \cos(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0.$$

С учетом выражений (14) и (15) из соотношений (19) получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^4 C_j = 0, \quad \sum_{j=1}^4 C_j \lambda_j^2 = 0,$$

$$\sum_{j=1}^4 (C_j \sin(\lambda_j) \cos(n\theta) - C_j \cos(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0, \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^4 (C_j \lambda_j^2 \sin(\lambda_j) \cos(n\theta) - C_j \lambda_j^2 \cos(\lambda_j) \sin(n\theta)) = 0.$$

Из третьего и четвертого уравнений системы (20) получим:

$$\sum_{j=1}^4 C_j \sin \lambda_j = 0, \quad \sum_{j=1}^4 C_j \cos \lambda_j = 0, \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^4 C_j \lambda_j^2 \sin(\lambda_j) = 0, \quad \sum_{j=1}^4 C_j \lambda_j^2 \cos(\lambda_j) = 0. \quad (22)$$

Вторые уравнения систем (20) и (22) преобразуем с применением первых уравнений (20) и (21). Тогда система уравнений относительно постоянных C_j примет следующий вид:

$$\sum_{j=1}^4 C_j = 0, \quad \sum_{j=1}^4 C_j \sin(\lambda_j) = 0, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^4 C_j \cos(\lambda_j) = 0, \quad \sum_{j=1}^4 C_j \lambda_j^2 \sin(\lambda_j) = 0.$$

Подставим решения (17) в уравнения (23) и сформируем условие совместности:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sin(T) & -\sin(T) & \sin(iT) & -\sin(iT) \\ \cos(T) & \cos(T) & \cos(iT) & \cos(iT) \\ \sin(T) & -\sin(T) & -\sin(iT) & \sin(iT) \end{vmatrix} = 0. \quad (24)$$

Раскрыв определитель (24), получим:

$$\sin(T) \sin(iT) (\cos(T) - \cos(iT)) = 0.$$

Отсюда следует $T = m\pi$, $m = 1, 2, \dots$ (решение $T=0$, соответствующее тривиальному случаю нулевых перемещений не рассматриваем). Тогда:

$$\lambda_1 = m\pi, \quad \lambda_2 = -m\pi, \quad \lambda_3 = im\pi, \quad \lambda_4 = -im\pi. \quad (25)$$

Уравнение частот получим, подставив значения корней (25) в выражение (16):

$$(B_{11} B_{22} B_{66} + 2 B_{12} B_{16} B_{26} - B_{11} B_{26}^2 - B_{22} B_{16}^2 - B_{12}^2 B_{66}) \times (m\pi R / l)^4 = \psi^3 - \psi^2 (B_{22} + n^2 (B_{22} + B_{66}) + n^4 K B_{12}) - \psi n^2 (B_{26}^2 - B_{22} B_{66} + n^2 (K B_{22}^2 + B_{26}^2 - B_{22} B_{26})) - n^4 K B_{12} (B_{22} + B_{66}) + n^6 K (n^2 B_{12} - B_{22}) (B_{26}^2 - B_{22} B_{66}), \quad (26)$$

$$\psi = \rho R^2 \omega^2.$$

Отсюда следует:

$$\omega_k = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{2}{\rho} \sqrt{\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\Lambda + 2\pi(4-k)}{3}\right) - \frac{q_1}{3q_0}}, \quad (27)$$

$$\Lambda = \arccos\left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\left(\frac{3}{p}\right)^3}\right).$$

В выражениях (27) коэффициенты определяются следующим образом:

$$p = -\frac{q_1^2}{3q_0^2} + \frac{q_2}{q_0},$$

$$q = \frac{2q_1^3}{27q_0^3} - \frac{q_1q_2}{3q_0^2} + \frac{q_3}{q_0}, \quad q_0 = -1,$$

$$q_1 = B_{22} + n^2(B_{22} + B_{66}) + n^4KB_{12},$$

$$q_2 = n^2(B_{26}^2 - B_{22}B_{66} + n^2(KB_{22}^2 + B_{26}^2 - B_{22}B_{26}) - n^4KB_{12}(B_{22} + B_{66})),$$

$$q_3 = (B_{11}B_{22}B_{66} + 2B_{12}B_{16}B_{26} - B_{11}B_{26}^2 - B_{22}B_{16}^2 - B_{12}^2B_{66}) \times (m\pi R/l)^4 - n^6K(n^2B_{12} - B_{22})(B_{26}^2 - B_{22}B_{66}).$$

Расчет частот свободных колебаний

Проведем расчет собственных частот (27) для оболочки из тканевого стеклопластика, геометрические параметры которой описываются постоянными $h=0,001$, $R=0,5$, $l=10$ м. Основные модули упругости стеклопластика $b_{11}=18,3$, $b_{22}=25,2$, $b_{66}=3,5$, $b_{12}=2,77$ ГПа, плотность $\rho=1850$ кг/м³ [3]. На рисунках 1 и 2 представлены зависимости отношения $\omega(\varphi)/\omega_0$ от угла намотки стекловолокна при $m=1$ для различных значений параметра волнообразования n и отношения h/R . В первом случае геометрические параметры оболочки описываются постоянными $h=0,001$, $R=0,5$, $l=10$ м. Во втором случае принимается $n=100$. Частота ω_0 является собственной частотой свободных колебаний ортотропной оболочки, рассчитанной при $\varphi=0$, $m=1$ и $n=100$, $h=0,001$, $R=0,5$, $l=10$ м.

Из рисунков 1 и 2 видно, что с увеличением угла намотки частота постепенно увеличивается, достигая максимального значения при угле намотки $\varphi=50^\circ$. При углах $\varphi=0^\circ$ и $\varphi=90^\circ$ собственная частота достигает минимальных значений. С увеличением числа n и отношения h/R собственная частота свободных колебаний возрастает.

Заключение

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании подвергаемых динамическим нагрузкам цилиндрических однослойных шарнирно опертых оболочек из армированного стеклопластика, рассматриваемого как однородный монолитный анизотропный материал. Также отметим, что представленный в работе подход позволяет провести расчет частот свободных колебаний цилиндрических оболочек, полученных намоткой стекловолокна при граничных условиях, соответствующих жесткой заделке двух концов оболочки.

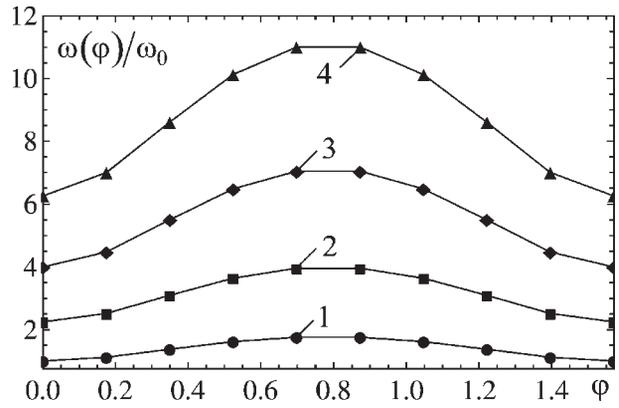


Рисунок 1 — Зависимость отношения частот $\omega(\varphi)/\omega_0$ от угла намотки стекловолокна для различных значений параметра волнообразования n ($m=1$): 1 — $n=100$; 2 — $n=150$; 3 — $n=200$; 4 — $n=250$

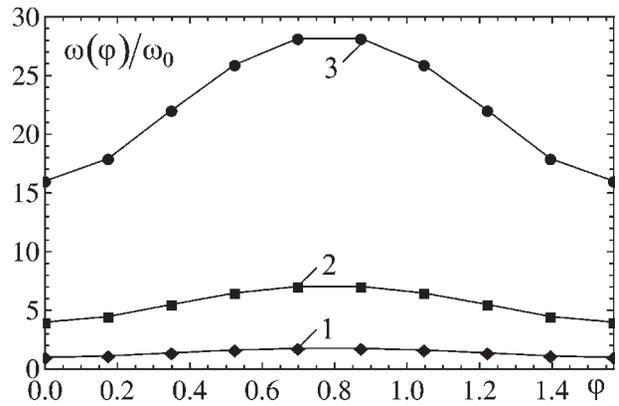


Рисунок 2 — Зависимость отношения частот $\omega(\varphi)/\omega_0$ от угла намотки стекловолокна для различных значений отношения h/R ($n=100$, $m=1$): 1 — $h/R=0,001$; 2 — $h/R=0,002$; 3 — $h/R=0,004$

Список литературы

1. Михасев, Г.И. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы / Г.И. Михасев, П.Е. Товстик. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 292 с.
2. Huang, Kezhi. Theory of plates and shells / Kezhi Huang. — Beijing: Tsinghua University Press, 1987. — 407 p.
3. Сопротивление стеклопластиков / В.Л. Бажанов [и др.]. — М.: Машиностроение, 1968. — 304 с.
4. Xu Zhilun. Elasticity (Volume II). — Beijing: Higher Education Press, 2006. — 287 p.

Bosiakov S.M., Zhiwei W.

Determination of the natural frequencies of simply supported-clamped anisotropic cylindrical shells from the oriented fiberglass

In the present paper results of definition of natural frequencies of simply supported-clamped thin cylindrical shells from the focused fiberglass considered as homogeneous monolithic anisotropic material are presented. Constants of elasticity of a material of a shell depend on an angle of winding of fiber glass. Natural frequencies of a shell are found in the assumption, that central lines have the spiral form. Constructions of dependences of frequencies from an angle of winding of fiber glass for various parameters of wave formation and the geometrical sizes of a shell are executed.

Поступила в редакцию 16.09.2010