

УДК 621. 396.6

В.Г. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, Е.Б. ДАЛЕЦКАЯ, П.В. МИРОНОВА
Институт информационных технологий БГУИР, Минск

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ В ПРОЦЕССЕ ВИБРОИСПЫТАНИЙ

При испытании изделий методом качающейся частоты они подвергаются последовательному воздействию вибраций на всех частотах заданного диапазона. Выбор режимов ускоренных испытаний на воздействие синусоидальной вибрации при изменяющейся частоте возбуждения требует определения параметров динамических амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) изделий. Приведены решение дифференциального уравнения движения груза при кинематическом возбуждении и результаты теоретического и экспериментального исследования АЧХ механических систем при нестационарных колебаниях. Определены параметры динамических АЧХ в зависимости от скорости сканирования частоты. По результатам обработки данных получены эмпирические зависимости для нахождения величины максимального относительного коэффициента передачи по ускорению, коэффициента смещения частоты максимума динамической АЧХ относительно частоты собственных колебаний, коэффициента расширения динамической резонансной полосы, коэффициента смещения средней частоты АЧХ относительно частоты собственных колебаний при экспоненциальном и линейном законах сканирования частоты. Экспериментальные данные с хорошей степенью соответствия подтверждают теоретические результаты

Ключевые слова: синусоидальная вибрация, механическая система, нестационарные колебания, резонанс, амплитудно-частотные характеристики

Выбор режимов ускоренных испытаний изделий на воздействие синусоидальной вибрации при изменяющейся частоте возбуждения требует определения параметров их динамических амплитудно-частотных характеристик. Представим изделие в виде линейной механической системы с одной степенью свободы, состоящей из груза массы m на пружине жесткости C и демпфера вязкого трения с коэффициентом демпфирования μ [1].

Дифференциальное уравнение движения груза при кинематическом возбуждении (за счет движения опорного основания) имеет вид:

$$m \cdot \ddot{z} + \mu(\dot{z} - \dot{x}) + C(z - x) = 0, \quad (1)$$

где z — абсолютное перемещение массы, x — перемещение основания.

Введем в уравнение добротность механической системы Q , угловую частоту собственных недемпфированных колебаний системы. После выделения в левую и правую части зависимых от x и z величин уравнение примет вид:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 x + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}. \quad (2)$$

Перейдем от уравнения перемещений к дифференциальному уравнению ускорений. Дважды дифференцируя правую и левую части выражения, пренебрегая начальной фазой колебаний и представляя ускорение основания в комплексной форме:

$$j_x = A_{jx} e^{i\varphi(t)}, \quad (3)$$

получим уравнение:

$$\frac{d^2 j_z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dj_z}{dt} + \omega_0^2 j_z = \omega_0 \left(\omega_0 + i \frac{\omega}{Q} \right) A_{jx} e^{i\varphi(t)}, \quad (4)$$

где j_z — ускорение массы.

Частота возбуждения зависит от времени:

$$\omega = \dot{\varphi}(t), \quad (5)$$

а амплитуда ускорения основания постоянна $A_{jx} = const$.

С учетом начальных условий $j_z = dj_z/dt = 0$ при $t=0$ получим абсолютное ускорение системы:

$$j_z = \frac{\omega_0}{\omega^*} \int_0^t \left(\omega_0 + i \frac{\omega(\tau)}{Q} \right) A_{jx} e^{\frac{\omega_0}{2Q}(\tau-t) + i\varphi(\tau)} \sin \omega^*(t-\tau) d\tau, \quad (6)$$

в котором собственная частота демпфированной системы:

$$\omega^* = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}. \quad (7)$$

Для определения амплитуды абсолютного ускорения системы $A_{jc} = |j_c|$ при заданных ускорениях основания A_{jx} в условиях нестационарных колебаний найдем коэффициент передачи системы по ускорению:

$$K_j = \frac{A_{jc}}{A_{jx}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \left| \int_0^t \left(\omega_0 + i \frac{\omega(\tau)}{Q} \right) e^{\frac{\omega_0}{2Q}(\tau-t) + i\varphi(\tau)} \times \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t - \tau) \right] d\tau \right|. \quad (8)$$

По действительной $Re I$ и мнимой $Im I$ частям интеграла:

$$Re I = \int_0^t e^{\frac{\omega_0}{2Q}(\tau-t)} \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t - \tau) \right] \times \left(-\frac{\omega(\tau)}{Q} \sin \varphi(\tau) + \omega_0 \cos \varphi(\tau) \right) d\tau, \quad (9)$$

$$Im I = \int_0^t e^{\frac{\omega_0}{2Q}(\tau-t)} \sin \left[\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} (t - \tau) \right] \times \left(\frac{\omega(\tau)}{Q} \cos \varphi(\tau) + \omega_0 \sin \varphi(\tau) \right) d\tau \quad (10)$$

можно вычислить коэффициент передачи по ускорению:

$$K_j = \frac{\sqrt{(Re I)^2 + (Im I)^2}}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}. \quad (11)$$

Для практики виброиспытаний изделий наибольший интерес представляют экспоненциальный и линейный законы сканирования частоты возбуждения в интервале $f_n - f_0$.

Введем понятие приведенного числа колебаний, которое будем определять как отношение числа возбуждающих колебаний в резонансной полосе к добротности. Для экспоненциального и линейного законов сканирования частоты соответственно расчет выполняем по формулам:

$$n_{1Q} = \frac{\omega_0}{Q^2 v_{1\omega} \ln 2}, \quad n_{2Q} = \frac{\omega_0^2}{Q^2 v_{2\omega}}, \quad (12)$$

где V_f — скорость сканирования частоты.

Важнейшей характеристикой динамических процессов при нестационарных колебаниях изделия является максимальное значение коэффициента передачи по ускорению:

$$K_{jmax} = A_{jcmax} / A_{jx}. \quad (13)$$

Для получения обобщенной зависимости при различных добротностях Q удобно оперировать с относительным $K_{jотн}$, определяемым как отношение K_{jmax} при нестационарных колебаниях к значению $K_j = Q$ при стационарных (установившихся) колебаниях:

$$K_{jотн} = K_{jmax} / Q. \quad (14)$$

Расчеты проводили при разных значениях n_Q и добротности $Q=10, 20, 40, 80, 160$ для экспоненциального закона сканирования частоты и $Q=10, 20, 40, 80$ для линейного закона. По результатам обработки данных получены эмпирические зависимости для нахождения величины максимального относительного коэффициента передачи по ускорению, коэффициента смещения частоты максимума динамической АЧХ относительно частоты собственных колебаний, коэффициента расширения динамической резонансной полосы, коэффициента смещения средней частоты АЧХ относительно частоты собственных колебаний.

На рисунке 1 представлены АЧХ механической системы при линейном законе сканирования частоты.

Для реального резонатора с добротностью $Q=98$, резонансной частотой 316,9 Гц нестационарные колебания регистрировались на запоминающем осциллографе (рисунок 2). Возбуждение резонатора осуществляли в диа-

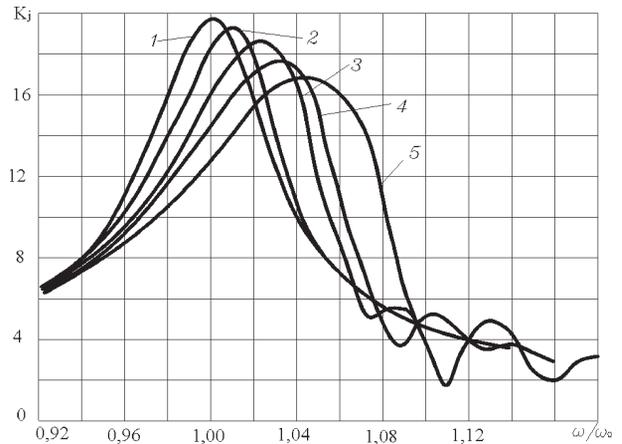
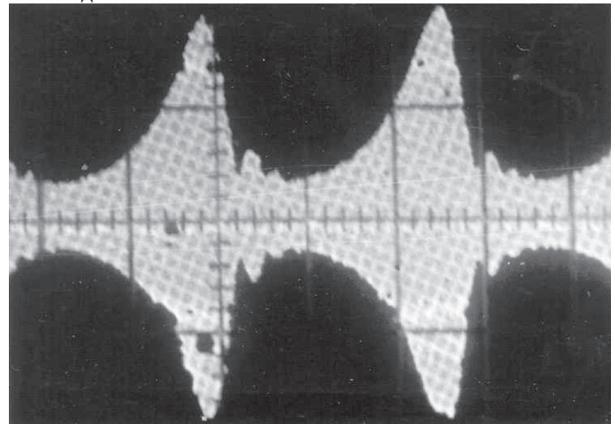


Рисунок 1 — АЧХ системы:
1 — стационарная АЧХ при установившихся колебаниях,
2 — динамическая АЧХ при $n_{2Q}=12,96$; 3 — при $n_{2Q}=5,76$;
4 — при $n_{2Q}=4,00$; 5 — при $n_{2Q}=2,56$

50 мВ/дел.



0,2 с/дел.

Рисунок 2 — Нестационарные колебания резонатора при скорости сканирования частоты $V_f=100$ Гц/с ($n_{2Q}=1,31$)

пазоне $f_{\sigma}=290\text{--}341$ Гц. Скорость сканирования частоты устанавливали равной $V_{2f}=10, 50, 100$ Гц/с. При постоянной амплитуде ускорения стола вибростенда 57 м/с² измеряли максимальную амплитуду ускорения резонатора в относительных единицах. Также определяли амплитуду ускорения при установившихся резонансных колебаниях, когда $f_{\sigma}=f_r$ и $V_{2f}=0$.

Экспериментальные данные с хорошей степенью соответствия подтверждают теоретические результаты.

Список литературы

1. Токарев, М.Ф. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры / М.Ф.Токарев, Е.Е. Талицкий, В.А. Фролов. — М.: Радио и связь, 1984. — 224 с.
2. Назаренко, В.Г. Влияние процесса установления резонансных колебаний на долговечность элементов электронных приборов / В.Г. Назаренко // Докл. БГУИР. — 2006. — № 4 (16). — С. 95—100.

Nazarenko V.G, Daleckaya J.B., Mironova P.V.

Estimated parameters for the transient oscillations of a mechanical system with one degree of freedom in the vibration test

When testing by sweep method the items are operated by the vibrations at all the frequencies within the range. Choosing the conditions of the accelerated tests on the action of sinusoidal vibrations with variable exciting frequency requires determining of dynamic amplitude-frequency characteristics (AFC) of items. The solution of differential equation of the load kinematic excited motion and the results of theoretical and experimental study of AFC of mechanical systems under transient vibrations are given. The parameters of the dynamic AFC depending on the speed of frequency scanning are worked out. Data processing are resulted in receiving empirical dependences for evaluating the maximum value of acceleration-relative transfer ratio, the ratio of the maximum of dynamic AFC frequency shift relative to the frequency of natural oscillations, coefficient of expansion of the dynamic resonance frequency band, the ratio of average AFC frequency shift relative to the frequency of natural oscillations for the exponential and linear laws of frequency scanning. The experimental data correlated with a high degree of compliance with theoretical results.

Поступила в редакцию 02.09.2010