

УДК 621.833

Н.Н. ИШИН, А.М. ГОМАН, А.С. СКОРОХОДОВ, кандидаты техн. наук
Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

В работе исследуется ударное взаимодействие прямозубых зубчатых колес при первоначальном линейном контакте зубьев вдоль образующих и точечном контакте бочкообразных зубьев с целью эффективного осуществления вибродиагностики технического состояния зубчатых приводных механизмов, рассмотрена задача определения формы ударного импульса и его длительности.

Ключевые слова: ударный импульс, амплитуда импульса, форма импульса, время удара, прямозубые зубчатые колеса, динамическая модель

Введение. Отклонение параметров реального зубчатого зацепления от номинальных значений приводит к ударному взаимодействию зубьев зубчатых передач. Возникающий при этом ударный импульс является источником упругих колебаний зубчатых приводных механизмов, используемых в качестве диагностического сигнала.

Диагностический сигнал характеризуется двумя параметрами: длительностью сигнала и шириной спектра. Длительность диагностического сигнала влияет на достоверность сведений о техническом состоянии механизма. Частотный диапазон, в котором лежат спектры диагностического сигнала, в основном определяются формой и длительностью ударного импульса и частотной характеристикой звеньев зубчатого механизма, по которым импульсы от зубчатых передач попадают в диагностическую аппаратуру. Таким сигналом могут являться ударные импульсы, практически всегда сопровождающие работу зубчатой передачи, а их параметры тесно взаимосвязаны с техническим состоянием элементов передачи.

Постановка задачи. Вибродиагностика приводных зубчатых механизмов базируется на изучении и анализе возмущающих сил и колебаний, возникающих в зубчатых передачах при пересопряжении зубьев. Процессы возникновения и проявления вибраций в зубчатых передачах, основанные на различных моделях возбуждения колебаний (ударная, кромочная, кинематическая, параметрическая, виброударная и др. модели) исследованы достаточно полно в работах М.Д. Генкина, В.К. Гринкевича, Э.Л. Айрапетова, О.И. Косарева, В.Л. Дорофеева и др. [1–6].

Упругие деформации зубьев, погрешности шагов зацепления и монтажа зубчатых колес приводят к тому, что зубья колес входят в контакт не на теоретической линии зацепления, а в некоторой нерасчетной точке. Вследствие

этого происходит удар зубчатых колес, связанный с мгновенным сообщением зубом шестерни зубу колеса некоторой избыточной скорости кромочного удара V_0 .

Задача ударного взаимодействия цилиндрических эвольвентных зубчатых колес применительно к проблемам вибродиагностики приводных зубчатых механизмов рассматривалась Б.В. Павловым [7]. В ней величина ударного импульса в зубчатом зацеплении определялась на основании теоремы Карно в предположении ударного взаимодействия абсолютно твердых тел. Однако такой подход не учитывает особенности деформирования зубьев в зоне площадки контакта. Время ударного взаимодействия зубчатых колес определялось по теории Герца применительно к точечному контакту зубьев. Задача ударного взаимодействия зубчатых колес при первоначальном контакте зубьев вдоль образующих не рассматривалась. Таким образом, фактически не была решена одна из основных задач вибродиагностики зубчатых передач — определение формы ударного импульса, позволяющая найти спектральные характеристики ударного взаимодействия зубчатых колес.

Следует отметить, что ударные силы F выполняют роль возмущающих сил, которые в задачах динамики считаются заданными априори. Исследование ударных процессов в механизмах и возникающих под действием ударных сил механических колебаний является динамически неопределенной задачей, так как неизвестными являются параметры ударного импульса. Поэтому ударные силы находятся на основе гипотезы Герца о разделении деформаций при ударе на деформации, локализованные в зоне контакта соприкасающихся тел, и общие, захватывающие весь объем соударяющихся тел [8]. На основе этой гипотезы рассматриваемая задача становится динамически определенной и разделяется на две: задачу

определения параметров ударных импульсов и задачу исследования динамических процессов в механической системе под действием ударных сил. Такое разделение позволяет связать между собой сигнал, снимаемый вибродатчиком, с параметрами ударного импульса.

Таким образом, в данной работе решается задача удара зубьев прямозубых колес: исследуется закон изменения во времени ударной силы $F(t)$; определяется форма и время удара. На начальной фазе зацепления контакт зубьев рассматривается как контакт двух цилиндров, соприкасающихся вдоль образующих, с радиусами ρ_1 и ρ_2 кривизны профилей зубьев соответственно шестерни и колеса. Для прямозубых зубчатых передач с относительно широкими колесами и с твердыми поверхностями зубьев, работающих в условиях значительных углов перекосов шестерни относительно колеса с целью уменьшения концентрации нагрузки по длине контактных линий рекомендуется изготавливать зубья бочкообразной формы [9]. Поэтому также рассматривается задача удара зубьев при наличии первоначального точечного контакта [10].

Определение формы ударного импульса и времени удара. Для решения поставленных задач принята динамическая модель, учитывающая только крутильные колебания колес относительно равномерного вращения зубчатых колес с постоянной угловой скоростью, вызванные погрешностями изготовления и сборки зубчатых колес. При этом предполагается, что внешние крутящие моменты: приложенный к ведущей шестерне движущий момент и действующий на ведомое колесо момент сопротивления — уравновешены моментами окружных сил, приложенных к зубчатым колесам в зоне сопряжения.

Дифференциальное уравнение, описывающее ударное взаимодействие зубчатых колес, представим в виде:

$$\frac{d^2 x_3}{dt^2} = -\frac{F}{\mu_{np}}, \quad (1)$$

где $\mu_{np} = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$ — приведенная масса колес зубчатой передачи; μ_1, μ_2 — приведенные к радиусам основных окружностей соответственно массы шестерни и колеса; x_3 — сближение зубьев вследствие местного сжатия в зоне контакта в момент времени; $\frac{d^2 x_3}{dt^2}$ — ускорения зубьев в их относительном движении в процессе удара.

Связь между контактной ударной силой F и сближением зубьев x_3 зубчатых колес, изготовленных из одного материала, вследствие местного сжатия в зоне контакта можно выразить следующим образом [10]:

$$x_3 = -\frac{\theta}{2\pi} \frac{F}{b_w} \cdot \ln \frac{\theta e^{-0,814 F}}{2\pi \cdot b_w (\rho_1 + \rho_2)}, \quad (2)$$

где $\theta = \frac{4(1-\nu^2)}{E}$ — константа материала зубчатых колес; ν — коэффициент Пуассона; b_w — ширина зубчатого венца.

Выражение (2) является трансцендентным уравнением относительно неизвестной величины ударной силы F . Поэтому явно выразить зависимость ударной силы F от величины x_3 не представляется возможным.

Таким образом, задача ударного взаимодействия зубчатых колес сводится к интегрированию нелинейного дифференциального уравнения (1) при наличии нелинейной

связи (2) между переменными величинами F и x_3 . Интегрирование уравнения (1) необходимо произвести при следующих начальных условиях: $t=0; x_3(0)=0; \dot{x}_3(0) = V_0$.

С математической точки зрения рассматриваемая задача совпадает с задачей удара двух круговых цилиндров [11], оси которых параллельны и движутся с относительной скоростью V_0 , направленной по нормали к их осям. В момент времени $t=0$ цилиндры ударяются вдоль образующей (рисунок 1). Радиусы цилиндров равны ρ_1, ρ_2 ; массы — приведенным массам зубчатых колес μ_1, μ_2 ; через x_3 обозначено сближение цилиндров вследствие местного сжатия в зоне контакта.

При наличии бочкообразности зубьев контакт соударяющихся зубьев в начальный момент является точечным. Связь между ударной силой F и сближением соприкасающихся зубьев в случае точечного контакта x_3 определяется соотношением [10]:

$$F = \alpha (x_3)^{\frac{3}{2}}, \quad (3)$$

где коэффициент $\alpha = 1,886 \frac{1}{\beta \sqrt{\chi} \cdot n_s^{\frac{3}{2}}}$ зависит от кривизны поверхностей зубьев в точке контакта и от свойств материала, величина коэффициента n_s определяется по таблицам [10].

Таким образом, задача определения величины и формы ударного импульса в случае точечного контакта зубьев решается интегрированием нелинейного дифференциального уравнения (1) при условии (3).

Форма ударного импульса определяется законом изменения ударной силы во времени: $F=F(t)$. После преобразования соответствующей формулы для цилиндров [11] можно для зубчатого сопряжения получить обратную зависимость текущего момента времени удара от величины ударной силы $t=t(F)$:

$$t = \mp \frac{\theta}{2\pi b_w V_0} \int_0^F \frac{\ln \frac{\theta e^{0,186 F}}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}}{\sqrt{1 + \frac{\theta F^2}{2\pi V_0^2 b_w \mu_{np}} \cdot \ln \frac{\theta F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) e^{0,314}}}} dF. \quad (4)$$

Интеграл (4) является несобственным. Подынтегральная функция обращается в бесконечность при $F=0$ и $F=F_{max}$. В работе [11] доказана сходимость интеграла. Установить зависимость между переменными t и F можно только численными методами.

Процесс упругого удара состоит из двух равных промежутков времени: первый соответствует сжатию контактирующих участков зубьев, в течение которого ударная сила изменяется от нуля до максимального значения F_{max} , второй — раздеформации этих участков с изменением силы удара от максимального значения до нуля.

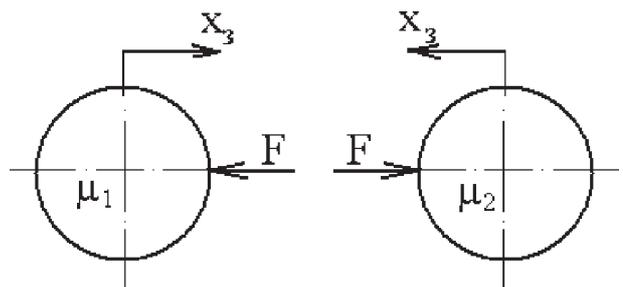


Рисунок 1 — Удар двух цилиндров

Продолжительность первого промежутка ударного процесса найдется в пределах от F , равного нулю, до F_{max} , определяемого трансцендентным уравнением. При упругом ударе все время удара T на основании (4) будет в два раза больше:

$$T = \frac{\theta}{\pi b_w V_0} \int_0^{F_{max}} \frac{\ln \frac{\theta e^{0,186} F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}}{\sqrt{1 + \frac{\theta F^2}{2\pi V_0^2 b_w \mu_{np}} \cdot \ln \frac{\theta F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) \cdot e^{0,314}}}} dF. \quad (5)$$

После некоторых преобразований выражения (5) получим:

$$T = \frac{(\rho_1 + \rho_2) \cdot e^{0,384}}{V_0} \int_0^q \frac{1 + 2 \ln x}{\sqrt{1 + c^2 x^2 \ln x}} dx, \quad (6)$$

где:

$$q = \frac{\theta F_{max}}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2) \cdot e^{0,314}};$$

$$c^2 = \frac{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)^2 e^{0,628}}{\theta V_0^2 \mu_{np}}.$$

В работе [11] вычисление интеграла, содержащегося в выражении (6), произведено с помощью разложения его в бесконечный ряд. Вследствие этого выражение для времени удара также представляется в виде бесконечного ряда [11]:

$$T = \frac{V_0 \mu_{np}}{F_{max}} \left[2S_0 + \frac{S_1}{\tau} + \frac{S_2}{\tau^2} + \frac{S_3}{\tau^3} + \dots \right], \quad (7)$$

где $\tau = \frac{2\pi b_w V_0^2 \mu_{np}}{\theta F_{max}^2}$ — безразмерная величина; $S_0=1,571$; $S_1=1,089$; $S_2=0,031$; $S_3=0,003$.

Ряд быстро сходится, поэтому при расчетах с точностью до трех значащих цифр вполне можно ограничиться четырьмя членами ряда.

Пример расчета. Произведем расчет параметров ударного импульса для пары эвольвентных прямозубых цилиндрических колес, исходные параметры которых следующие:

1. Число зубьев: шестерни $z_1=40$, колеса $z_2=40$.
2. Нормальный модуль $m=3$ мм.
3. Ширина венца: шестерни $b_{w1}=10$ мм, колеса $b_{w2}=10$ мм.
4. Ширина ступицы: шестерни $b_{c1}=20$ мм, колеса $b_{c2}=20$ мм.
5. Исходный контур — ГОСТ 13755-81.
6. Коэффициент смещения исходного контура $x_1=x_2=0$.
7. Степень точности передачи — 7-В.
8. Циклограмма нагружения: постоянная нагрузка $T_1=120$ Нм.
9. Частота вращения ведущего вала — $n_1=1500$ мин⁻¹.
10. Марка стали шестерни и колеса — 40Х.
11. Способ упрочняющей обработки шестерни и колеса — закалка при нагреве ТВЧ.
12. Твердость поверхности зуба шестерни и колеса (средняя) — 50 HRC.
13. Превышение основного шага ведомого колеса над основным шагом ведущего — $\Delta t_0=15$ мкм.
14. Угол зацепления — $\alpha_0=20^\circ$.

В прямозубых колесах процесс пересопрежения зубьев сопровождается ударами двух видов: кромочным и срединным. Кромочный удар происходит при преждевременном входе в зацепление кромки ведомого колеса, что имеет место при превышении шага зацепления ведомого колеса шага ведущего. В противном случае про-

исходит срединный удар. Ниже исследование ударного взаимодействия зубчатых колес проводится для случая кромочного удара.

Скорость кромочного удара V_0 определяется по формуле [1]:

$$V_0 = \omega_2 \sqrt{2\delta \cdot a} = 0,369 \frac{M}{c}, \quad (8)$$

где ω_2 — угловая скорость ведомого колеса; $\delta=w_0+\Delta t_0$ — приведенная ошибка зубьев; w_0 — сближение по нормали неударяющейся пары зубьев в момент времени, соответствующей началу входа зуба в зацепление; Δt_0 — превышение основного шага ведомого колеса над основным шагом ведущего; $a=\rho_2(\rho_1+\rho_2)/\rho_1$; ρ_1 — радиус кривизны профиля ведущего зуба в теоретической точке начала зацепления; ρ_2 — радиус кривизны ведомого зуба в вершине.

Время удара рассчитывается по формуле (7):

$$T = \frac{0,369 \cdot 0,299}{3,634 \cdot 10^3} \left[2 \cdot 1,571 + \frac{1,089}{10,98} + \frac{0,031}{10,98^2} + \frac{0,003}{10,98^3} \right] = 0,985 \cdot 10^{-4} \text{ с.} \quad (9)$$

Форма импульса определяется законом изменения ударной силы F от времени t . Приближенное решение данной задачи можно получить следующим образом. Используя формулу (2), определим податливость контактного взаимодействия зубчатого сопряжения δ_k :

$$\delta_k = \frac{dx_z}{dF} = -\frac{\theta}{2\pi b_w} \cdot \ln \frac{\theta e^{0,186} F}{2\pi b_w (\rho_1 + \rho_2)}. \quad (10)$$

Для рассматриваемой пары зубчатых колес выражение (10) принимает вид:

$$\delta_k = -0,2801 \cdot 10^{-9} \ln(8,2283 \cdot 10^{-9} \cdot F). \quad (11)$$

График изменения податливости δ_k в зависимости от величины ударной силы F представлен на рисунке 2.

Как видно из рисунка 2, величину податливости в первом приближении можно принять постоянной по значению во всем диапазоне изменения ударной силы от нуля до максимального значения. Величина этого значения определяется как среднее значение функции податливости δ_{kcp} в промежутке изменения величины ударной силы $0 \leq F \leq F_{max}$, для исследуемой зубчатой пары $\delta_{kcp} = 3,14 \cdot 10^{-9}$ м/Н.

Это позволяет линеаризовать уравнение (1), после интегрирования которого определяется приближенно закон изменения ударной силы во времени:

$$F = V_0 \sqrt{\frac{\mu_{np}}{\delta_{kcp}}} \sin \omega_3 t. \quad (12)$$

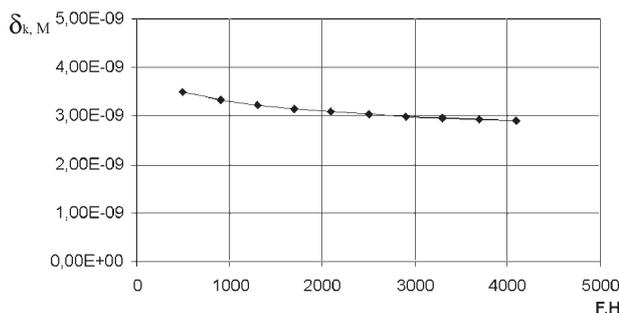


Рисунок 2 — График изменения податливости δ_k в зависимости от величины ударной силы F

Из выражения (12) следует, что максимальное значение ударной силы равно:

$$F_{\max}^{np} = V_0 \sqrt{\frac{\mu_{np}}{\delta_{кр}}} = 0,369 \sqrt{\frac{0,299}{3,14 \cdot 10^{-9}}} = 3,611 \cdot 10^3 \text{ Н.} \quad (13)$$

График изменения ударной силы во времени, показан на рисунке 3.

Таким образом, с достаточно большой степенью точности в первом приближении можно принять форму ударного импульса взаимодействующих зубчатых передач, описываемую полувольтной синусоиды.

Сравнение результатов с полученными по известным методикам. При представлении формы ударного импульса в виде прямоугольника [1] предполагается, что длительность импульса τ_u обычно не превосходит $0,1 T_z$. Здесь T_z — период зубцовой частоты. Величина ударной силы при этом принимается равной $F_u = \mu_{np} V_0 / \tau_u$, и тогда для рассматриваемого случая:

$$\tau_u \leq 0,1 T_z = 0,1 \frac{60}{n_1 z_1} = 0,1 \frac{60}{1500 \cdot 40} = 10^{-4} \text{ с,} \quad (14)$$

$$F_u = \mu_{np} V_0 / \tau_u = 0,299 \cdot 0,369 / 10^{-4} = 1,103 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Если оценка времени удара вполне приемлемая, то величина ударной силы в 3,29 раза меньше расчетного значения, принятого в [1].

Процесс ударного взаимодействия зубчатых передач применительно к задачам диагностики приводных зубчатых механизмов рассматривался в работах [7, 12]. В этих работах линейная скорость соударения зубчатых колес определялась по формуле:

$$V_0 = \frac{\omega_1 z_1 \Delta t_0}{2\pi}. \quad (15)$$

Для данного случая для угловой скорости шестерни $\omega_1 = 157 \text{ с}^{-1}$ расчет по (10) дает следующее значение скорости соударения:

$$V_0 = \frac{157 \cdot 40 \cdot 15 \cdot 10^{-6}}{2\pi} = 0,015 \text{ м/с,} \quad (16)$$

которое в 24,6 раза меньше рассчитанного выше по формуле (1). Вследствие этого параметры ударного импульса: максимальное (амплитудное) значение ударной силы и время удара — определяются по методикам [7, 12] со значительной погрешностью.

Результаты теоретических исследований были проверены путем проведения тензометрирования и испытания рассмотренных выше зубчатых колес на стенде ОИМ на режимах работы, принятых при проведении расчетов. На рисунке 4 приведены осциллограммы нагруженности зуба ведомого колеса при частоте вращения ведущей шестер-

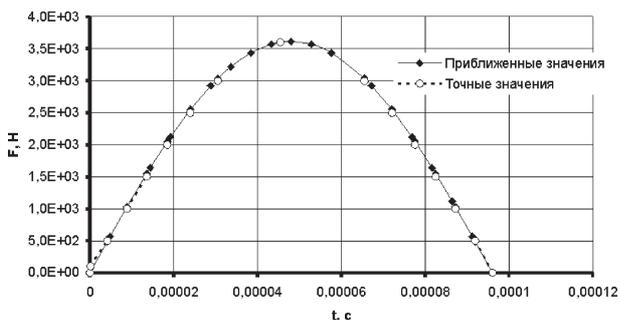


Рисунок 3 — График изменения ударной силы за время ударного взаимодействия зубьев

ни: а) при $n=1000 \text{ мин}^{-1}$, б) при $n=1500 \text{ мин}^{-1}$ и нагрузке $T_1=120 \text{ Нм}$. Развертка луча осциллографа на рисунке 4 а равна $0,001 \text{ с/см}$, на рисунке 4 б — $0,0005 \text{ с/см}$.

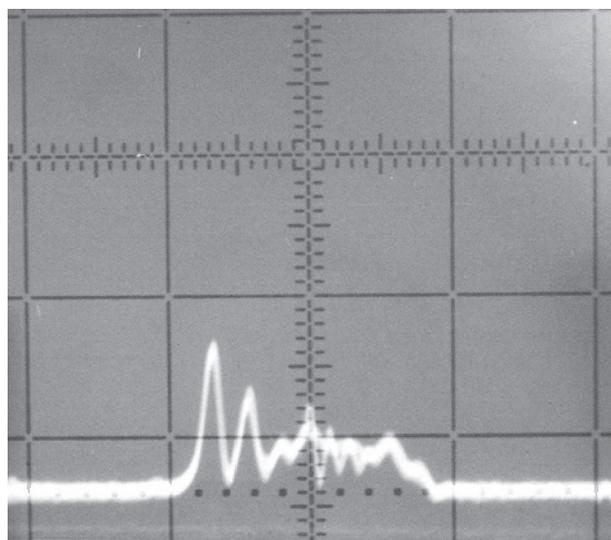
Первая полувольтна нагруженности зуба представляет собой ударный импульс, возникающий при входе зуба в зацепление. Последующие изменения нагруженности зуба соответствуют динамическому колебательному процессу масс зубчатых колес на жесткости зацепления.

При $n=1500 \text{ мин}^{-1}$ полная нагрузка на зубе $F_{\text{полн}}=4900 \text{ Н}$ включает статическую $F_{\text{ст}}=2000 \text{ Н}$ и силу удара $F_{\text{max}}=2900 \text{ Н}$ (определенную с помощью тарировочного графика как превышение полной нагрузки над статической).

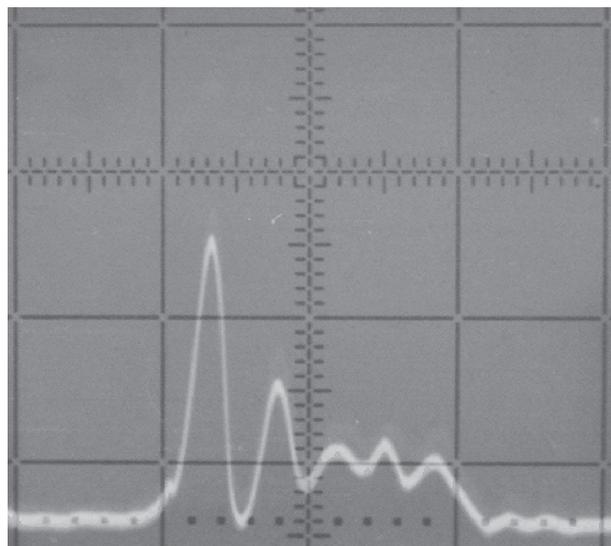
Сопоставление результатов эксперимента и расчета показывает, что погрешности в определении величины ударного импульса и времени удара составляют соответственно:

$$\Delta F_{\max} = \frac{|2900 - 3611|}{2900} \cdot 100\% = 24,4\%; \quad (17)$$

$$\Delta T = \frac{|0,909 \cdot 10^{-4} - 0,985 \cdot 10^{-4}|}{0,985 \cdot 10^{-4}} \cdot 100\% = 7,7\%.$$



а



б

Рисунок 4 — Ударный импульс на осциллограмме нагруженности зуба: а — при $n=1000 \text{ мин}^{-1}$, б — при $n=1500 \text{ мин}^{-1}$

Как видно, расчетные значения имеют вполне удовлетворительную точность.

Заключение. 1. Решена задача ударного взаимодействия прямозубых зубчатых колес с целью эффективно осуществления диагностики технического состояния зубчатых приводных механизмов.

2. Исследования показали, что с достаточно большой степенью точности в первом приближении можно принять форму ударного импульса взаимодействующих зубчатых профилей, описываемую полуволевой синусоиды.

3. Установление связи между параметрами ударного импульса в зацеплении и виброакустического сигнала на корпусе редуктора позволяет устанавливать меру повреждения зубчатой пары в процессе эксплуатации.

4. Сопоставление результатов теоретических исследований параметров ударного импульса с экспериментальными показывает, что выполненные на их основе расчеты имеют вполне приемлемую для практического использования точность.

Список литературы

1. Вибрации в технике: справ.: в 6 т. / под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. — М.: Машиностроение, 1980. — Т. 3. — 544 с.
2. Кравченко, И.Ф. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений / И.Ф. Крав-

ченко, А.Б. Единович, В.А. Яковлев, В.Л. Дорофеев // Авиационно-космическая техника и технология. — 2008. — № 8 (55). — С. 129—134.

3. Косарев, О.И. Вибровозбуждение и динамические процессы в цилиндрических зубчатых колесах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / О.И. Косарев. — М.: ИМАШ РАН, 1997. — 47 с.
4. Берестнев, О.В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О.В. Берестнев, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин. — Минск: Навука і тэхніка, 1992. — 238 с.
5. Barzdaitis, M. Diagnostics practice of heavy duty high speed gear transmissions / M. Barzdaitis, P. Mazeika // Mechanika. — 2010. — No 1(81). — pp. 58—61.
6. Lybeck, N. Modeling and simulation of vibration signatures in propulsion subsystem / N. Lybeck [et al.] // Aerospace Conference, 2006. — 8 p.
7. Павлов, В.Б. Акустическая диагностика механизмов / В.Б. Павлов. — М.: Машиностроение, 1971. — 224 с.
8. Пановко, Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. — М.: Либроком, 2010. — 274 с.
9. Иванов, М.Н. Детали машин: учеб. для машиностроительных спец. вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. — 7-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 2002. — 408 с.
10. Прочность, устойчивость, колебания: справ. в 3 т. / под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. — М.: Машиностроение, 1968. — Т. 2. — 463 с.
11. Динник, А.Н. Удар и сжатие упругих тел / А.Н. Динник // Избранные труды. — Т. 1. — Киев: АН УССР, 1952. — 152 с.
12. Вахитов, Я.Ш. Вибрации и шумы киноаппаратуры / Я.Ш. Вахитов. — Л.: Госкомитет СССР по кинематографии; Ленинград. ин-т киноинженеров, 1982. — Вып. 1: Возбуждение и распространение вибраций. — 76 с.

Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S.

Investigation of the parameters of the shock pulse in the spur gears gearing

In job shock interaction of spur cogwheels is investigated at initial linear and dot contact of teeth for the purpose of effective realisation of technical status gear mechanisms vibrodiagnostics, the problem of definition of the form of a shock impulse and its duration is considered.

Поступила в редакцию 10.05.2011.