



# ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 531.01

С.В. САВЕЛЬКАЕВ, д-р техн. наук  
Сибирская государственная геодезическая академия, Россия

## ЭФФЕКТ НЕЗАВИСИМОСТИ ВЕЛИЧИНЫ СМЕЩЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОТ ДИССИПАТИВНОСТИ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ (ЭФФЕКТ САВЕЛЬКАЕВА)

*Теоретически доказано, что величина смещения центра масс механической системы для любого из углов встречного вращательного перемещения ее рабочих тел в плоскости ее опорного тела не зависит от сопротивления внешней среды движению опорного тела и всегда остается постоянной такой, что и при бесконечном сопротивлении. При бесконечно малом и нулевом сопротивлении смещение центра масс становится невозможным. Этот эффект позволил разработать инерциоид Савелькаева.*

**Ключевые слова:** механическая система, силы инерции и сопротивления движению, эффект смещения центра масс, инерциоид Савелькаева

**Введение.** Движение любой механической системы  $S$  описывается уравнением [1]:

$$\frac{d}{dt} \sum_i m_i \bar{v}_i = \tilde{m} \frac{d}{dt} \bar{v}_c = \sum_i \bar{F}_i, \quad (1)$$

где  $m_i$  и  $\bar{v}_i$  — масса и скорость тела  $m_i$  в какой-либо инерциальной системе отсчета  $K$ ;  $\tilde{m} = \sum_i m_i$  и  $\bar{v}_c = \sum_i m_i \bar{v}_i / \tilde{m}$  — масса этой системы  $S$  и скорость ее центра масс  $OC$  (центра инерции) в этой же системе отсчета  $K$ ;  $\sum_i \bar{F}_i$  — главный вектор внешних сил, действующих на эту систему  $S$ .

Из уравнения (1) следует, что взаимодействующие тела  $m_i$  любой замкнутой  $\sum_i \bar{F}_i = 0$  механической системы  $S$  совершают в системе отсчета  $K$  ускоренное движение, тогда как ее центр  $OC$  масс в этой же системе отсчета  $K$  всегда движется прямолинейно и равномерно или остается в покое. Величина смещения ее центра  $OC$  масс относительно какого-либо его начального положения должна зависеть от модуля, направления и характера действия внешних сил  $\bar{F}_i$ .

В статье рассмотрена механическая система  $S$  [2–5], содержащая два рабочих тела с массами  $m_2$ , которые посредством шарнирных стержней установлены на ее опорном теле с массой  $m_1$ , находящемся во внешней диссипативной среде, оказывающей сопротивление  $\mu_1$  его движению. Показано, что величина смещения  $\Delta x_c$  центра  $OC$  масс этой системы  $S$  для любого из углов  $\varphi_{21}$  встречного вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  в плоскости ее опорного тела  $m_1$  не зависит от сопротивления  $\mu_1$  внешней среды движению опорного тела  $m_1$  и все-

гда остается постоянной  $\Delta x_c = const$  такой, что и при бесконечном сопротивлении  $m_1 \rightarrow \infty$ . При бесконечно малом  $m_1 \rightarrow 0$  и нулевом  $m_1 = 0$  сопротивлении смещение центра  $OC$  масс становится невозможным  $\Delta x = 0$ . Этот эффект позволил разработать инерциоид Савелькаева [2].

**Эффект смещения центра масс.** Рассмотрим механическую систему  $S$  [2–5], показанную на рисунке 1 а. Она содержит опорное тело с массой  $m_1$ , на котором посредством идеальных стержней с длиной  $R_{21}$ , шарнирных по отношению к этому телу, установлены два рабочих тела с массами  $m_2$ , которые имеют возможность синхронного встречного вращательного перемещения в плоскости опорного тела  $m_1$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  с относительной скоростью  $\bar{v}_{21}$ .

Полагаем, что рабочие тела  $m_2$  при  $\varphi_{21} = 0$  за малый интервал времени  $\Delta t \rightarrow 0$  приводятся во встречное вращательное движение с постоянной угловой скоростью  $\dot{\varphi}_{21} = const$  посредством уравновешенных встречных моментов. При  $\varphi_{21} = \pi$  происходит мгновенное торможение этих тел в виде абсолютно неупругого встречного удара с линией удара ортогональной оси  $x$ .

В качестве основной системы отсчета выберем неподвижную систему отсчета  $K$ , а вспомогательной — собственную систему отсчета  $K_1$  опорного тела  $m_1$ , которая вместе с ним может совершать поступательное движение в системе отсчета  $K$  с абсолютной скоростью  $\dot{x}$ .

В качестве независимых обобщенных координат выберем декартову координату  $x_1$  опорного тела  $m_1$  в системе отсчета  $K$  и полярную координату  $\varphi_2$  рабочих тел  $m_2$  в системе отсчета  $K_1$ .

Декартовы координаты  $x_2, y_2$  и скорости  $\dot{x}_2, \dot{y}_2$  тел  $m_2$  в системе отсчета  $K$  можно выразить в виде:

$$x_2 = x_1 + R_{21} \cos \varphi_{21}; \quad y_2 = R_{21} \sin \varphi_{21}; \quad (2)$$

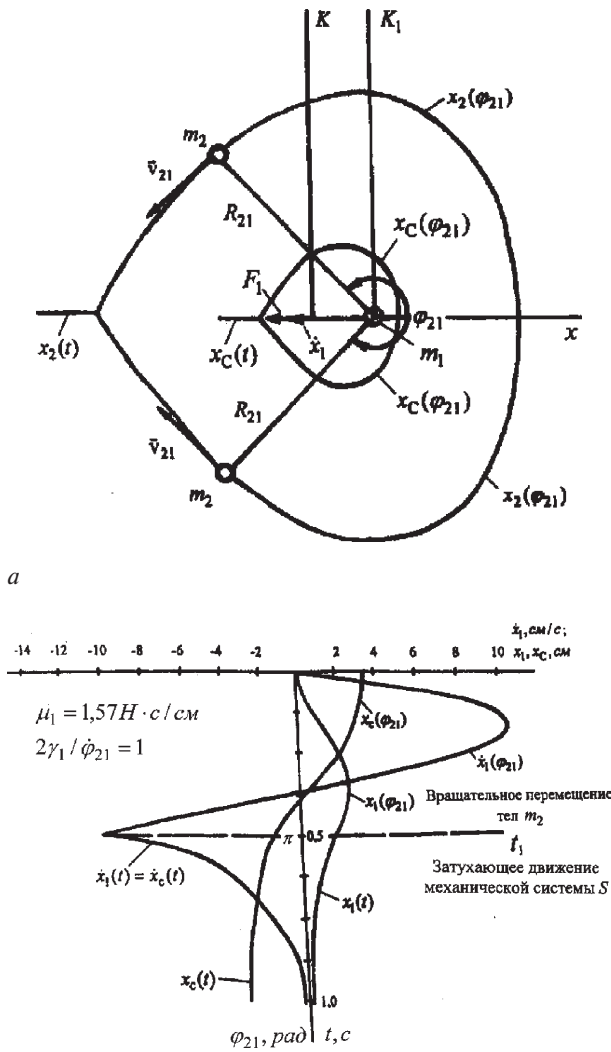


Рисунок 1 — Механическая система  $S$ :  $a$  — графики положения  $x_1$  и скорости  $\dot{x}_1$  ее опорного тела  $m_1$ ;  $b$  — положения  $x_c$  ее центра  $OC$  масс для вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - \dot{\varphi}_{21} R_{21} \sin \varphi_{21}; \dot{y}_2 = \dot{\varphi}_{21} R_{21} \cos \varphi_{21},$$

где  $\dot{\varphi}_{21} = \Delta\varphi_{21}/t_1$  и  $\varphi_{21} = \dot{\varphi}_{21}t$  — угловая скорость вращательного перемещения тел  $m_2$  в системе отсчета  $K_1$  и текущий угол этого вращательного перемещения;  $t_1$  — время завершения вращательного перемещения при условии, что отсчет текущего времени  $t$  начинается с нуля  $0 \leq t \leq t_1$ ;  $\Delta\varphi_{21} = \varphi_{21}(t=t_1) - \varphi_{21}(t=0)$  — угол вращательного перемещения тел  $m_2$  за время  $t_1$ .

Учитывая, что действие каких-либо внешних потенциальных сил на рассматриваемую механическую систему  $S$  отсутствует, ее лагранжиан  $L$  можно выразить в виде:

$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{m}_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2), \quad (3)$$

где  $\tilde{m}_2 = 2m_2$  — суммарная масса рабочих тел  $m_2$ , позволяющая анализировать рассматриваемую механическую систему  $S$  как систему с одним рабочим телом  $\tilde{m}_2$ .

Подставив (2) в (3), получим:

$$L = \frac{1}{2} (m_1 + \tilde{m}_2) \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{m}_2 \dot{\varphi}_{21}^2 R_{21}^2 + U. \quad (4)$$

Первое слагаемое (4) представляет собой кинетическую энергию поступательного движения рассматриваемой

системы  $S$  как целого в системе отсчета  $K$ , которое при взятии частной производной  $\partial L / \partial \dot{x}_1$  и дифференцировании по времени  $d/dt$  позволяет определить силу инерции (даламберову)  $\Phi_1 = (m_1 + \tilde{m}_2) \ddot{x}_1$  этой системы  $S$ , второе — кинетическую энергию вращательного перемещения тела  $\tilde{m}_2$  в системе отсчета  $K_1$ , которое при взятии частной производной  $\partial L / \partial R_{21}$  позволяет определить его центростремительную силу инерции (эйлерову)  $\Phi_{21} = \tilde{m}_2 \dot{\varphi}_{21}^2 R_{21}$  тела  $\tilde{m}_2$ . Третье слагаемое представляет собой обобщенный корреляционный потенциал:

$$U = -\tilde{m}_2 \dot{x}_1 \dot{\varphi}_{21} R_{21} \sin \varphi_{21} \quad (5)$$

рассматриваемой системы  $S$ , возбуждаемый телом  $\tilde{m}_2$  из-за его участия в двух взаимовлияющих движениях (сложном движении), таких как переносное (поступательное движение вместе с системой отсчета  $K_1$  в системе отсчета  $K$ ) со скоростью  $\dot{x}_1$  и относительное (вращательное перемещение в системе отсчета  $K_1$ ) со скоростью  $v_{21} = \dot{\varphi}_{21} R_{21}$ .

Запишем уравнение Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = \frac{\partial L}{\partial x_1} \quad (6)$$

рассматриваемой системы  $S$  с учетом сопротивления  $\mu_1$  внешней среды движению ее опорного тела  $m_1$ .

Подставив в это уравнение лагранжиан  $L$  (4) и диссипативную функцию:

$$D = \frac{1}{2} \mu_1 \dot{x}_1^2, \quad (7)$$

получим следующее неоднородное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 = \frac{F_1}{m_1 + \tilde{m}_2}, \quad (8)$$

где  $F_1$  — обобщенная сила инерции:

$$F_1 = -\frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{x}_1} = \tilde{m}_2 \dot{\varphi}_{21}^2 R_{21} \cos \varphi_{21} t, \quad (9)$$

оказывающая на рассматриваемую систему  $S$  в системе отсчета  $K$  действие, эквивалентное внешнему, которому противодействует сила инерции  $\Phi_1 = (m_1 + \tilde{m}_2) \ddot{x}_1$  этой системы  $S$ ;  $\gamma_1 = \mu_1 / [2(m_1 + \tilde{m}_2)]$  — коэффициент затухания поступательного движения опорного тела  $m_1$ .

Согласно (9), обобщенная сила инерции  $F_1$  является компонентой центростремительной силы инерции  $\Phi_{21} = \tilde{m}_2 \dot{\varphi}_{21}^2 R_{21}$  тела  $\tilde{m}_2$  на ось  $x$ , действующая в системе отсчета  $K$ . Ее существенным отличием от кориолисовой силы инерции является то, что она приложена не к одному телу, участвующему в двух движениях, а к системе взаимодействующих тел, одно из которых участвует в двух движениях, а другое — в одном.

Частное решение неоднородного уравнения (8) будем искать в виде:

$$x_1(t) = -A_1 \cos(\dot{\varphi}_{21} t + \varepsilon), \quad (10)$$

где  $A_1$  и  $\varepsilon$  — амплитудный и фазовый коэффициенты, последний из которых характеризует фазовый сдвиг между вращательным перемещением тел  $m_2$  в системе отсчета  $K_1$  и поступательным движением опорного тела  $m_1$  в системе отсчета  $K$ .

Для определения коэффициентов  $A_1$  и  $\varepsilon$  (10) представим уравнение (8) в комплексной форме. Для этого добавим к его правой части подобный ей комплексный член, в котором  $\cos \dot{\varphi}_{21} t$  заменен на  $i \sin \dot{\varphi}_{21} t$ . В результате получим:

$$\ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 = a\bar{\varphi}_{21}^2 \exp(i\bar{\varphi}_{21}t), \quad (11)$$

где  $a = \tilde{m}_2 R_{21} / (m_1 + \tilde{m}_2)$ .

Решение этого уравнения будем искать в виде:

$$x_1 = -B_1 \exp(i\bar{\varphi}_{21}t). \quad (12)$$

Подставив (12) в (11), найдем комплексную амплитуду:

$$B_1 = -A_1 \exp(i\varepsilon), \quad (13)$$

где:

$$A_1 = \frac{a}{\sqrt{1 + 4\gamma_1^2 / \bar{\varphi}_{21}^2}}, \quad \varepsilon = \arctg(2\gamma_1 / \bar{\varphi}_{21}). \quad (14)$$

Далее запишем общее решение:

$$x_1(t) = C_1 + C_2 \exp(-2\gamma_1 t) \quad (15)$$

однородного дифференциального уравнения:

$$\ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 = 0. \quad (16)$$

Сумма решений (10) и (15) дает общее решение неоднородного уравнения (8) в виде:

$$x_1(t) = C_1 + C_2 \exp(-2\gamma_1 t) - A_1 \cos(\bar{\varphi}_{21}t + \varepsilon); \quad (17)$$

$$\dot{x}_1(t) = -2C_2 \gamma_1 \exp(-2\gamma_1 t) + A_1 \bar{\varphi}_{21} \sin(\bar{\varphi}_{21}t + \varepsilon).$$

Для начальных нулевых условий  $x_1(t=0)=0$  и  $\dot{x}_1(t=0)=0$  из (17) найдем:

$$C_1 = A_1 \left( \cos \varepsilon - \frac{\bar{\varphi}_{21}}{2\gamma_1} \sin \varepsilon \right); \quad (18)$$

$$C_2 = A_1 \frac{\bar{\varphi}_{21}}{2\gamma_1} \sin \varepsilon$$

Подставив (18) в (17), получим:

$$x_1(\varphi_{21}) = A_1 \left( \cos \varepsilon - \frac{\bar{\varphi}_{21}}{2\gamma_1} \sin \varepsilon (1 - \exp(-\frac{2\gamma_1}{\bar{\varphi}_{21}} \varphi_{21})) - \cos(\varphi_{21} + \varepsilon) \right); \quad (19)$$

$$\dot{x}_1(\varphi_{21}) = -A_1 \bar{\varphi}_{21} \left( \sin \varepsilon \exp(-\frac{2\gamma_1}{\bar{\varphi}_{21}} \varphi_{21}) - \sin(\varphi_{21} + \varepsilon) \right).$$

Положение  $x_c(\varphi_{21})$  и скорость  $\dot{x}_c(\varphi_{21})$  центра  $OC$  масс рассматриваемой системы  $S$  в системе отсчета  $K$  можно определить с учетом (2) и (19) по формулам:

$$x_c(\varphi_{21}) = \frac{m_1 x_1(\varphi_{21}) + \tilde{m}_2 x_2(\varphi_{21})}{m_1 + \tilde{m}_2}; \quad (20)$$

$$\dot{x}_c(\varphi_{21}) = \frac{m_1 \dot{x}_1(\varphi_{21}) + \tilde{m}_2 \dot{x}_2(\varphi_{21})}{m_1 + \tilde{m}_2}.$$

Графики положения  $x_1(\varphi_{21})$  и скорости  $\dot{x}_1(\varphi_{21})$  опорного тела  $m_1$  рассматриваемой системы  $S$ , а также положения  $x_c(\varphi_{21})$  ее центра  $OC$  масс в системе отсчета  $K$ , рассчитанные по решениям (19) и формулам (2), (20) для вращательного перемещения тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  при  $t_1 = 0,5$  с;  $m_1 = 0,14$  кг;  $\tilde{m}_2 = 0,11$  кг;  $R_{21} = 7,5$  см;  $m_1 = 1,57$  Н·с/см и  $2\gamma_1 / \bar{\varphi}_{21} = 1$ , показаны на рисунке 1 б.

Так как при угле  $\varphi_{21} = \pi$  вращательного перемещения тел  $m_2$  происходит их мгновенное торможение в виде абсолютно неупругого встречного удара с линией удара ортогональной оси  $x$ , то угловая скорость  $\dot{\varphi}_{21}$  вращательного перемещения этих тел при  $\varphi_{21} = \pi$  обратится в нуль  $\dot{\varphi}_{21} = 0$ , а скорость  $\dot{x}_1(\varphi_{21} = \pi)$  опорного тела  $m_1$  за время этого удара не изменит своего числового значения, как показано на рисунке 1 б. В результате чего при  $t \geq t_1$  рассматриваемая система  $S$  совместно с ее центром  $OC$  масс будет совершать в системе отсчета  $K$  затухающее посту-

пательное движение по инерции как целое с абсолютной скоростью:

$$\dot{x}_1(t_1) = \dot{x}_c(t_1). \quad (21)$$

Необходимость в определении начальной скорости  $\dot{x}_1(t_1)$  (21) опорного тела  $m_1$  рассматриваемой системы  $S$  через начальную скорость  $\dot{x}_c(t_1) = \dot{x}_c(\varphi_{21})$  ее центра  $OC$  масс по формуле (20) вызвана тем, что скорость опорного тела  $m_1$  за время мгновенного торможения рабочих тел  $m_2$  может скачкообразно измениться. Такие случаи характерны для углов мгновенного торможения рабочих тел  $m_2$  составляющих  $\varphi_{21} \neq \pi$ . Так, например, при  $t_1 = 0,25$  с, когда  $\varphi_{21} = \pi/2$  линии абсолютно неупругого удара опорного тела  $m_1$  и рабочих тел  $m_2$  будут проходить параллельно оси  $x$ . В этом случае скорость  $\dot{x}_1(t_1 = 0,25 \text{ с}) = \dot{x}_1(\varphi_{21} = \pi/2)$  опорного тела  $m_1$  за время мгновенного торможения будет претерпевать скачкообразное изменение, как показано на рисунке 2.

Затухающее движение рассматриваемой системы  $S$  при  $t \geq t_1$  описывается уравнением (16) с решениями:

$$x_1(t) = C_1 + C_2 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)); \quad (22)$$

$$x_c(t) = C_3 + C_2 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)).$$

Дифференцирование  $dx_1(t)/dt$  и  $dx_c(t)/dt$  (22) дает:

$$\dot{x}_1(t) = \dot{x}_c(t) = -2C_2 \gamma_1 \exp(-2\gamma_1(t - t_1)). \quad (23)$$

Для определения коэффициентов  $C_1 - C_3$  представим решения (22) и (23) при  $t = t_1$  с учетом (21) в виде:

$$x_1(t_1) = C_1 + C_2; \quad (24)$$

$$x_c(t_1) = C_3 + C_2;$$

$$\dot{x}_c(t_1) = -2C_2 \gamma_1.$$

где начальное положение  $x_1(t_1) = x_1(\varphi_{21})$  опорного тела  $m_1$  определяется решением (19), а начальное положение  $x_c(t_1) = x_c(\varphi_{21})$  начальная скорость  $\dot{x}_c(t_1) = \dot{x}_c(\varphi_{21})$  центра  $OC$  масс — решениями (19) и формулами (2), (20). При  $t_1 = 0,5$  с, когда  $\varphi_{21} = \pi$  они составляют  $x_1(t_1 = 0,5 \text{ с}) = x_1(\varphi_{21} = \pi) = 1,72$  см  $x_c(t_1 = 0,5 \text{ с}) = x_c(\varphi_{21} = \pi) = -1,58$  см и  $\dot{x}_c(t_1 = 0,5 \text{ с}) = \dot{x}_c(\varphi_{21} = \pi) = -10,82$  см/с, а при  $t_1 = 0,25$  с, когда  $\varphi_{21} = \pi/2$   $x_1(t_1 = 0,25 \text{ с}) = x_1(\varphi_{21} = \pi/2) = 1,99$  см;  $x_c(t_1 = 0,25 \text{ с}) = x_c(\varphi_{21} = \pi/2) = 1,99$  см и  $\dot{x}_c(t_1 = 0,25 \text{ с}) = \dot{x}_c(\varphi_{21} = \pi/2) = -12,52$  см/с.

Из (24) получим:

$$C_1 = x_1(t_1) + \dot{x}_c(t_1) / 2\gamma_1;$$

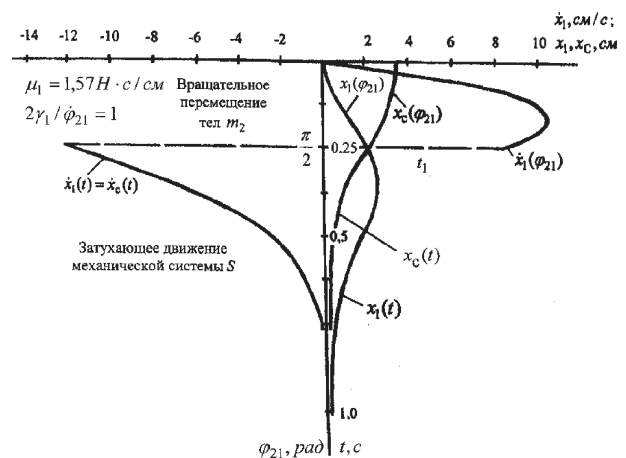


Рисунок 2 — Графики положения  $x_1$  и скорости  $\dot{x}_1$  опорного тела  $m_1$  и положения  $x_c$  центра  $OC$  масс механической системы  $S$  для вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi/2$

$$\begin{aligned} C_2 &= -\dot{x}_c(t_1)/2\gamma_1; \\ C_3 &= x_c(t_1) + \dot{x}_c(t_1)/2\gamma_1. \end{aligned} \quad (25)$$

Подстановка (25) в (22) и (23) дает:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_1(t_1) + \frac{\dot{x}_c(t_1)}{2\gamma_1} [1 - \exp(-2\gamma_1(t-t_1))]; \\ \dot{x}_1(t) &= \dot{x}_c(t) = \dot{x}_c(t_1) \exp(-2\gamma_1(t-t_1)); \\ x_c(t) &= x_c(t_1) + \frac{\dot{x}_c(t_1)}{2\gamma_1} [1 - \exp(-2\gamma_1(t-t_1))], \end{aligned} \quad (26)$$

где  $t \geq t_1$ .

Графики затухающего движения  $x_1(t)$  и скорости  $\dot{x}_1(t)$  опорного тела  $m_1$  рассматриваемой системы  $S$ , а также затухающего движения  $x_c(t)$  ее центра  $OC$  масс в системе отсчета  $K$ , рассчитанные по решениям (26) для времени  $t_1 \leq t \leq \infty$ , показаны на рисунке 1 б и рисунке 2.

Как видно из графиков, значения  $x_1(t)$ ,  $\dot{x}_1(t)$  и  $x_c(t)$  для вращательного перемещения тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  при  $t \rightarrow \infty$  асимптотически стремятся  $x_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ;  $\dot{x}_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ;  $x_c(t \rightarrow \infty) \rightarrow -a$ , а для угла  $\varphi_{21} = \pi/2$   $x_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ;  $\dot{x}_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ ;  $x_c(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , где  $a = 3,3$  см.

Смещение  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  опорного тела  $m_1$  и центра  $OC$  масс рассматриваемой системы  $S$  за интервал времени  $0 \leq t \leq \infty$  можно определить по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= x_1(t = \infty) - x_1(\varphi_{21} = 0); \\ \Delta x_c &= x_c(t = \infty) - x_c(\varphi_{21} = 0), \end{aligned} \quad (27)$$

где  $x_1(\varphi_{21} = 0) = 0$  и  $x_c(\varphi_{21} = 0) = a$  — начальное положение опорного тела  $m_1$  и центра  $OC$  масс рассматриваемой механической системы  $S$  в начальном положении рабочих тел  $m_2$  при  $\varphi_{21} = 0$ .

Таким образом, при  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = 1$  из (27) для вращательного перемещения рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  можно определить  $\Delta x_1 = 0$  и  $\Delta x_c = -2a$ , а для  $\varphi_{21} = \pi/2$  —  $\Delta x_1 = 0$ ,  $\Delta x_c = -2a$ , знак минус перед коэффициентом  $a$  характеризует, что смещение центра  $OC$  масс рассматриваемой системы  $S$  происходит в сторону убывания координаты  $x$ .

Кроме того, был проведен повторный аналогичный расчет смещений  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  (27) при  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = 1$  для углов  $\varphi_{21} = \pi$  и  $\varphi_{21} = \pi/2$ . В результате этого расчета для  $\varphi_{21} = \pi$  было получено  $\Delta x_1 = 2a$ ,  $\Delta x_c = 0$ , а для  $\varphi_{21} = \pi/2$  —  $\Delta x_1 = a$ ,  $\Delta x_c = 0$ .

В соответствии с представлениями современной механики смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  должны составлять:

- для свободного опорного тела  $m_1$  (эквивалентно  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = 0$ ) и угла  $\varphi_{21} = \pi - \Delta x_1 = 2a$ ,  $\Delta x_c = 0$ , а для  $\varphi_{21} = \pi/2 - \Delta x_1 = a$ ,  $\Delta x_c = 0$ ;

- для жестко закрепленного опорного тела  $m_1$  (эквивалентно  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = \infty$ ) и угла  $\varphi_{21} = \pi - \Delta x_1 = 0$ ,  $\Delta x_c = -2a$ , а для  $\varphi_{21} = \pi/2 - \Delta x_1 = 0$ ,  $\Delta x_c = -a$ .

Это является следствием того, что в первом случае центр  $OC$  масс рассматриваемой системы  $S$  должен всегда сохранять свое начальное положение, а во втором — ее опорное тело  $m_1$ .

Тот факт, что смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  для углов  $\varphi_{21} = \pi$  и  $\varphi_{21} = \pi/2$  как при  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = 1$ , так и при  $2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} = \infty$  имеют одинаковые значения, а именно для  $\varphi_{21} = \pi - \Delta x_1 = 0$ ,  $\Delta x_c = -2a$  и для  $\varphi_{21} = \pi/2 - \Delta x_1 = 0$ ,  $\Delta x_c = -a$ , указывает на то, что решения (19) и (26) в целом не зависят от  $\gamma_1(\mu_1)$ .

Для подтверждения этого были рассчитаны смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  (27) для различных фиксированных углов  $0 \leq \varphi_{21} \leq \pi$  как функции от  $\gamma_1(\mu_1)$ , графики которых показаны на рисунке 3.

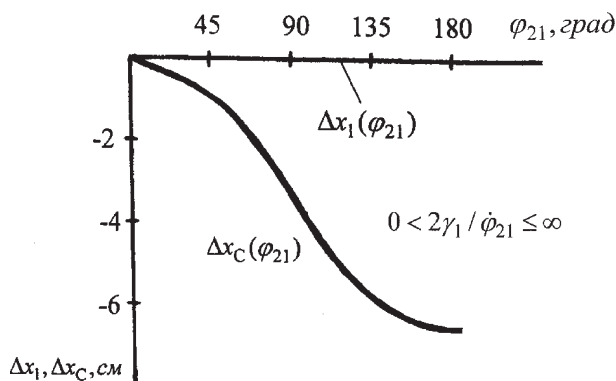


Рисунок 3 — Графики смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  опорного тела  $m_1$  и центра  $OC$  масс механической системы  $S$  для различных фиксированных углов  $0 \leq \varphi_{21} \leq \pi$  вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  как функции от  $\gamma_1(\mu_1)$

Согласно этим графикам для любого фиксированного угла  $0 \leq \varphi_{21} \leq \pi$  при  $0 < 2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21} \leq \infty$  всегда выполняются условия [5]:

$$\Delta x_c(\varphi_{21}) = const \quad (28)$$

последнее из которых с учетом (26) при  $t \rightarrow \infty$  можно записать в виде:

$$x_1(t_1) + \frac{\dot{x}_c(t_1)}{2\gamma_1(\mu_1)} = 0. \quad (29)$$

Условие (29) выполняется вследствие того, что всегда  $x_1(t_1) > 0$  и  $\dot{x}_c(t_1) = \dot{x}_c(t) < 0$ , как показано на рисунке 1 б и рисунке 2. Выполнение этого условия для произвольных  $\gamma_1(\mu_1)$  объясняется тем, что как само условие (29), так и начальные значения  $x_1(t_1)$ ,  $\dot{x}_c(t_1) = \dot{x}_c(t_1)$ , последние из которых через амплитудный коэффициент  $A_1$  (14), зависят  $\gamma_1(\mu_1)$ . Их зависимость складывается так, что по отдельности решения (19) и (26) зависят от  $g\gamma_1(\mu_1)$  а в целом их решение от него не зависит. Так, например, при  $\gamma_1(\mu_1) \rightarrow \infty$  значения  $x_1(t_1) \rightarrow 0$ ,  $\dot{x}_c(t_1) \rightarrow 0$  и условие (29) выполняется. Следовательно, это условие можно рассматривать как физическую характеристику, описывающую динамику рассматриваемой механической системы  $S$ .

Таким образом, важным свойством рассматриваемой механической системы  $S$  является то, что смещение  $\Delta x_c$  ее центра  $OC$  масс в системе отсчета  $K$  для любого из фиксированных углов  $0 \leq \varphi_{21} \leq \pi$  встречного вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  в плоскости ее опорного тела  $m_1$  не зависит от сопротивления  $0 < \gamma_1(\mu_1) \leq \infty$  внешней среды движению рабочего тела  $m_1$  и всегда остается постоянным  $\Delta x_c(\varphi_{21}) = const$  (28), что и при  $\gamma_1(\mu_1) = \infty$ , но различным для различных углов  $\varphi_{21}$ .

Распространим полученные результаты на случай ускоренного  $\dot{\varphi}_{21} \neq const$  встречного вращательного перемещения рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$ , осуществляемого пружинным механизмом.

В общем случае решение такой задачи сводится к решению системы двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + 2\gamma_1 \dot{x}_1 &= a(\ddot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + \dot{\varphi}_{21}^2 \cos \varphi_{21}); \\ \ddot{\varphi}_{21} + \alpha^2 \varphi_{21} &= \alpha^2 \pi + \frac{\dot{x}_1}{R_{21}} \sin \varphi_{21}, \end{aligned}$$

где:

$$\alpha = \frac{r}{R_{21}} \sqrt{\frac{k}{\tilde{m}_2}}.$$

Эту систему уравнений, как известно, можно решить только численными методами, например, при ее представлении в форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1, \\ \dot{v}_1 = a(\dot{\varphi}_{21} \sin \varphi_{21} + \omega_{21}^2 \cos \varphi_{21}) - 2\gamma_1 v_1, \\ \dot{\varphi}_{21} = \omega_{21}, \\ \dot{\omega}_{21} = \frac{\dot{v}_1}{R_{21}} \sin \varphi_{21} + \alpha^2 (\pi - \varphi_{21}). \end{cases} \quad (30)$$

Такой подход к решению этой системы уравнений физически не нагляден. Поэтому рассмотрим наиболее простой приближенный аналитический подход к решению поставленной задачи, заключающийся в том, что в решениях (19) и формуле (2), определяющих формулы (20), будут использованы не  $\varphi_{21}$  и  $\dot{\varphi}_{21} = const$ , а  $\varphi_{21}(t)$  и  $\dot{\varphi}_{21}(t) \neq const$ . Значения  $\varphi_{21}(t)$  и  $\dot{\varphi}_{21}(t)$  будем находить в собственной системе отсчета  $K_1$  опорного тела  $m_1$  полагая его неподвижным.

Такой подход выбран потому, что необходимо доказать правомерность утверждения  $\Delta x_c(\varphi_{21}) = const$  (28) при  $\dot{\varphi}_{21}(t) \neq const$  для произвольной величины  $const$  этого утверждения.

Представим исходную механическую систему  $S$  в виде, который показан на рисунке 4. Здесь, как и ранее, механическая система  $S$  сведена к одному рабочему телу  $\tilde{m}_2$ . Это тело совершает ускоренное вращательное перемещение на угол  $\varphi_{21} = \pi$  под действием пружины с коэффициентом жесткости  $k$ , которая создает вращающий момент тела  $\tilde{m}_2$  через гибкую связь, намотанную на приводной шкив с радиусом  $r$ .

Кинетическую энергию этой системы  $S$  и потенциальную энергию ее пружины можно выразить в виде:

$$T = \frac{1}{2} \tilde{m}_2 \dot{\varphi}_{21}^2 R_{21}^2,$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kr^2 (\pi - \varphi_{21})^2,$$

где  $x=r(\pi - \varphi_{21})$  — величина растяжения пружины.

Составляя лагранжиан  $L=T-U$  этой системы  $S$  с переходом к уравнению Лагранжа получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\ddot{\varphi}_{21} + \alpha^2 \varphi_{21} = \alpha^2 \pi.$$

Его решение можно записать в виде:

$$\varphi_{21}(t) = \pi + C_1 \cos \alpha t + C_2 \sin \alpha t, \quad (31)$$

откуда:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{21}(t) &= -C_1 \alpha \sin \alpha t + C_2 \alpha \cos \alpha t; \\ \ddot{\varphi}_{21}(t) &= -C_1 \alpha^2 \cos \alpha t - C_2 \alpha^2 \sin \alpha t. \end{aligned} \quad (32)$$

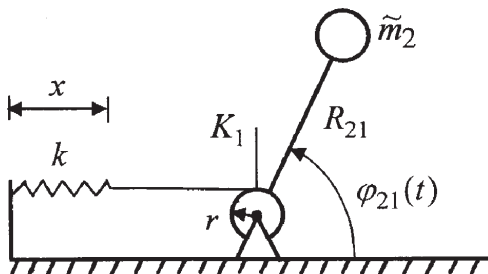


Рисунок 4 — Механическая система  $S$  с приводной пружиной

Для определения коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  из решений (32) при  $t=0$  получим:

$$\dot{\varphi}_{21}(t=0) = C_2 \alpha; \quad \ddot{\varphi}_{21}(t=0) = -C_1 \alpha^2. \quad (33)$$

Так как начальная скорость тела  $\tilde{m}_2$  при  $t=0$  равна  $\dot{\varphi}_{21}(t=0) = 0$ , то из (32) следует, что  $C_2=0$ .

Для определения начального ускорения  $\ddot{\varphi}_{21}(t=0)$  тела  $\tilde{m}_2$  при  $t=0$  запишем уравнение вида:

$$J \ddot{\varphi}_{21}(t=0) = M, \quad (34)$$

где  $J = \tilde{m}_2 R_{21}^2$  — момент инерции тела  $\tilde{m}_2$ ;  $M = \partial U / \partial \varphi_{21} = kr^2 \pi$  — момент, создаваемый приводной пружиной при  $\varphi_{21}=0$ .

Из (34) получим:

$$\ddot{\varphi}_{21}(t=0) = \alpha^2 \pi. \quad (35)$$

Подставив (35) в (33) определим, что  $C_1 = -\pi$ .

Подставив  $C_1$  и  $C_2$  в (31) и (32), найдем:

$$\varphi_{21}(t) = \pi(1 - \cos \alpha t); \quad \dot{\varphi}_{21}(t) = \alpha \pi \sin \alpha t. \quad (36)$$

Значения  $\varphi_{21}(t)$  и  $\dot{\varphi}_{21}(t)$  при  $0 \leq t \leq t_1$  будем использовать в решениях (19) и формуле (2), определяющих формулы (20).

Коэффициент жесткости пружины:

$$k = \tilde{m}_2 \left( \frac{R_{21} \pi}{2rt_1} \right)^2.$$

выбирался так, чтобы, как и ранее, вращательное перемещение тела  $\tilde{m}_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  осуществлялось за время  $t_1 = 0,5$  с. Выражение для этого коэффициента было получено из условия  $\cos \alpha t_1 = 0$  когда  $\varphi_{21}(t_1) = \pi$  (36). Его значение составило  $k = 610,68$  Н/с<sup>2</sup>.

Графики положения  $x_1(t)$  и скорости  $\dot{x}_1(t)$  опорного тела  $m_1$  рассматриваемой системы  $S$  и положения  $x_c(t)$  ее центра  $OC$  для ускоренного вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$ , рассчитанные по решениям и формулам (36), (19), (2), (20) и (26) для времени  $0 \leq t \leq \infty$ , показаны на рисунке 5.

Согласно этим графикам  $x_1(t)$ ,  $\dot{x}_1(t)$  и  $x_c(t)$  при  $t=0$  составляют  $x_1(t=0) = \dot{x}_1(t=0) = 0$  и  $x_c(t=0) = a$ , при  $t=t_1=0,5$  с;  $m_1 = 1,57$  Н·с/см и  $2\gamma_1 / \dot{\varphi}_{21}(t_1) = 0,64$  —  $x_1(t=0,5$  с) = 2,67 см;  $\dot{x}_1(t=0,5$  с) =  $\dot{x}_c(t=0,5$  с) = -16,75 см/с и  $x_c(t=0,5$  с) = -0,63 см и при  $t \rightarrow \infty$  асимптотически стремятся  $x_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ ,  $\dot{x}_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow 0$  и  $x_c(t \rightarrow \infty) \rightarrow -a$ , где  $a = 3,3$  см. Следовательно,  $\Delta x_1 = 0$  и  $\Delta x_c = -2a$  (27).

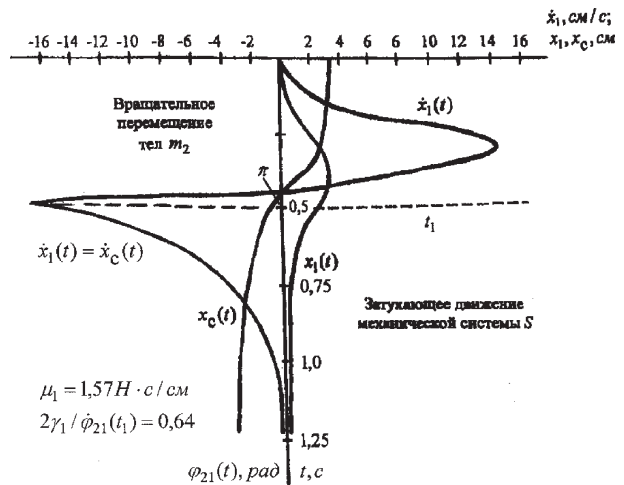


Рисунок 5 — Графики положения  $x_1(t)$  и скорости  $\dot{x}_1(t)$  опорного тела  $m_1$  и положения  $x_c(t)$  центра  $OC$  масс механической системы  $S$  при ускоренном вращательном перемещении ее рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21}(t_1) = \pi$

Графики смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  (27) опорного тела  $m_1$  и центра  $O_C$  масс рассматриваемой механической системы  $S$  в системе отсчета  $K$ , рассчитанные для времени  $0 \leq t \leq \infty$  по решениям и формулам (36), (19), (2), (20) и (26) для различных фиксированных углов  $0 \leq \varphi_{21}(t_1) \leq \pi$  ускоренного вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  как функции от  $\gamma_1(\mu_1)$ , показаны на рисунке 6.

Согласно этим графикам для любого фиксированного угла  $0 < \varphi_{21}(t_1) \leq \pi$  ускоренного  $\dot{\varphi}_{21}(t) \neq const$  вращательного перемещения рабочих тел  $m_2$  как функции от  $\gamma_1(\mu_1)$  при  $0 < 2\gamma_1/\dot{\varphi}_{21}(t_1) \leq \infty$  всегда выполняется условие  $\Delta x_c(\varphi_{21}(t_1)) = const$ , что указывает на достоверность утверждения (28) для такого перемещения. Причем согласно этому графику смещение  $\Delta x_c(\varphi_{21}(t_1 = 0,5 \text{ с})) = -2a$  равно смещению  $\Delta x_c(\varphi_{21} = \pi) = -2a$  на графике, показанном на рисунке 3, который рассчитан при  $\dot{\varphi}_{21} = const$ . Следовательно, для выбранного приближения ускоренного  $\dot{\varphi}_{21}(t) \neq const$  вращательного перемещения равенство  $\Delta x_c(\varphi_{21}(t_1)) = \Delta x_c(\varphi_{21})$  также выполняется и для произвольных углов  $0 \leq \varphi_{21} \leq \pi$ .

**Экспериментальное подтверждение.** На рисунке 7 показана механическая система  $S$  [2, 4], содержащая опорное тело в виде основания  $I$ , на котором посредством стержней  $2$  с длиной  $R_{21}$ , шарнирных по отношению к основанию  $I$ , установлены два рабочих тела  $3$  с возможностью их встречного синхронного вращательного перемещения в плоскости основания  $I$  из положения  $x_{21}^{(1)}$  в положение  $x_{21}^{(2)}$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  в системе отсчета  $K_1$  основания  $I$ . Положениям  $x_{21}^{(1)}$  и  $x_{21}^{(2)}$  рабочих тел  $3$  соответствуют

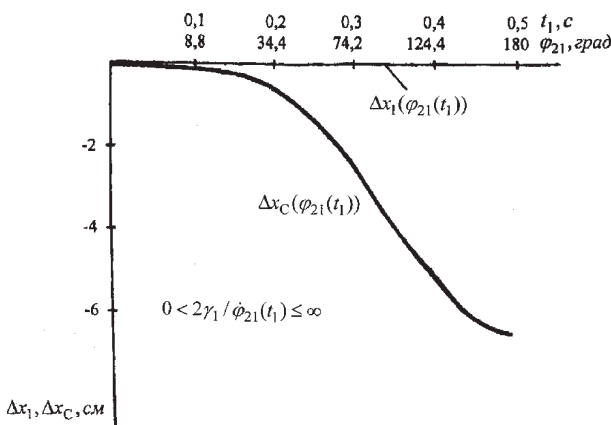


Рисунок 6 — Графики смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  опорного тела  $m_1$  и центра  $O_C$  масс механической системы  $S$  для различных фиксированных углов  $0 \leq \varphi_{21}(t_1) \leq \pi$  ускоренного вращательного перемещения ее рабочих тел  $m_2$  как функции от  $\gamma_1(\mu_1)$

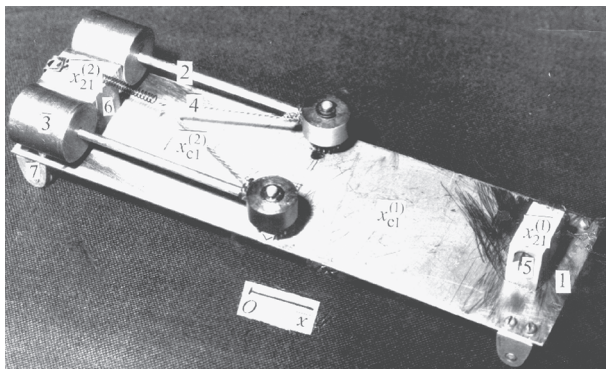


Рисунок 7 — Механическая система  $S$

положения  $x_{c1}^{(1)}$  и  $x_{c1}^{(2)}$  центра  $O_C$  масс рассматриваемой системы  $S$  в этой же системе отсчета  $K_1$ . Вращательное перемещение рабочих тел  $3$  осуществляется пружиной  $4$  через гибкую связь (нить) и приводные шкивы с радиусом  $r$ , а фиксация этих тел в начальном положении  $x_{c1}^{(1)}$  — с помощью самоспускающегося фиксирующего устройства  $5$ , или же посредством нити, намотанной на рабочие тела  $3$ , которую без непосредственного к ней касания пережигают. После ускоренного вращательного перемещения рабочих тел  $3$  из положения  $x_{c1}^{(1)}$  в положение  $x_{c1}^{(2)}$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  эти тела претерпевают мгновенное торможение в положении  $x_{21}^{(2)}$ , что обеспечивается выступом  $b$  и встроеными в него магнитом с наклеенными на него тонкими демпфирующими прокладками, обеспечивающими абсолютно неупругий встречный удар рабочих тел  $3$ . Основание  $I$  установлено на сменных опорах  $7$ .

Смещение основания  $I$  и центра  $O_C$  масс:

$$\Delta x_1 = x_1^{(2)} - x_1^{(1)}, \quad \Delta x_c = x_c^{(2)} - x_c^{(1)} \quad (37)$$

рассматриваемой системы  $S$  наблюдалось в неподвижной системе  $K$ , где  $x_1^{(1)}, x_c^{(1)}, x_1^{(2)}, x_c^{(2)}$  — их начальные положения и их положения при вращательном перемещении рабочих тел  $3$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$ .

Технические характеристики рассматриваемой механической системы  $S$  и величина смещения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_c$  (37) ее основания  $I$  и центра  $O_C$  масс в системе отсчета  $K$  при ускоренном вращательном перемещении рабочих тел  $m_2$  на угол  $\varphi_{21} = \pi$  для различных опор приведены в таблице.

Достоверность эффекта также подтверждается работой [6].

**Заключение.** Теоретически доказано, что смещение центра масс механической системы для любого из фиксированных углов встречного вращательного перемещения ее рабочих тел не зависит от сопротивления внешней среды и всегда остается постоянным, таким, что и при бесконечном сопротивлении, обращаясь в нуль при бесконечно малом и нулевом сопротивлении, что было экспериментально подтверждено работой [2].

Таблица — Технические характеристики рассматриваемой механической системы  $S$

Наименование технических характеристик	Значение характеристик	
Масса основания, $m_1$	0,14 кг	
Общая масса рабочих тел, $\tilde{m}_2$	0,11 кг	
Длина стержней, $R_{21}$	7,5 см	
Радиус приводных шкивов, $r$	1,0 см	
Коэффициент жесткости пружины, $k$	610,68 Н/с <sup>2</sup>	
Коэффициент сопротивления, $\mu_1$	1,57 Н·с/см	
Смещение основания $I$ и центра масс $O_c$ при ускоренном вращательном перемещении рабочих тел $m_2$ на угол $\varphi_{21} = \pi$ для различных типов опор:	$\Delta x_1$ , см	$\Delta x_c$ , см
	- скользящие опоры	0      -6,6
- подшипники качения	0      -6,6	
- шариковые подшипники	0      -6,6	
- жидкостная опора	0      -6,6	
- газовая опора	6,6      0	

Этот эффект расширяет представление (1) и вызван тем, что по завершению встречного вращательного перемещения рабочих тел механическая система совершает затухающее поступательное движение по инерции как целое, так, что по завершению этого движения для любых не бесконечно малых и не нулевых сопротивлений ее опорное тело всегда возвращается в положение, определенное моментом начала встречного вращательного перемещения рабочих тел.

Такое расширенное представление позволило разработать инерциоид Савелькаева [2], способный совершать направленное движение во внешней среде с малым сопротивлением.

Преимуществом инерциоида в сравнении с традиционными опорными движителями всех типов является то, что при равных КПД эффективность движения первого возрастает с уменьшением сопротивления внешней среды, тогда как последних стремится к нулю. Таким образом, областью применения инерциоида являются твердые и жидкостные поверхности, включая жидкостные среды, с малым коэффициентом сопротивления.

В сравнении с реактивными двигателями инерциоид имеет на порядки меньшую эффективность движения при более высоком КПД, так как значительная

часть энергии реактивного двигателя рассеивается в световое и тепловое излучения, что требует большого запаса реактивного топлива. В этом случае преимуществом инерциоида является то, что он способен преобразовывать электрическую энергию, например, солнечных батарей, в движение, что является существенным фактором, поскольку позволит решить многие задачи направленного движения и позиционирования в отдаленном космосе.

#### Список литературы

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — М.: Наука, 1988. — Т. 1. — 216 с.
2. Савелькаев, С.В. Теория гравитации / С.В. Савелькаев. — М.: МЭИ, 1993. — 108 с.
3. Савелькаев, С.В. Динамическая гравитация в диссипативных средах С.В. Савелькаев. — М.: МЭИ, 1995. — 34 с.
4. Жиндерова, Л. Движитель Савелькаева / Л. Жиндерова // Омская правда. — 1990. — 28 дек.
5. Савелькаев, С.В. Эффект смещения центра масс / С.В. Савелькаев // ГЕО — Сибирь — 2009. — Т. 5: Специализированное приборостроение, метрология, теплофизика, микроэлектроника. — Ч. 1: сб. матер. V Междунар. науч. Конгресса «ГЕО — Сибирь — 2009», Новосибирск, 20—24 апр. 2009 г. — Новосибирск: СГГА, 2009. — С. 219—225.
6. Эксперимент с гироскопами [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.mirit.ru/video/008.htm>.

---

Savelkaev S.V.

#### **Effect on independence for the quantity on displacement of the center of mass of a mechanical system from environmental dissipativity (Savelkaev Effect)**

Theoretically proved that the displacement of the center of mass of a mechanical system for any of the corners of the counter rotational movement of its working bodies in the plane of the reference body independent of the resistance movement of the environment and supporting the body always remains constant such that for an infinite resistance. Infinitesimally small and the zero resistance to displacement of the center of mass becomes impossible. This effect led to develop Savelkaev inertsioid.

*Поступила в редакцию 25.05.2011.*