

УДК 621.924.5

В.Л. БАСИНЮК, д-р техн. наук, А.В. КУЛЕШОВА

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ШПИНДЕЛЬНЫХ УЗЛОВ

Представлен методический подход к расчету динамических характеристик шпиндельных узлов и многокритериальный выбор их наиболее рациональных параметров. На примере шпиндельного узла с ременным приводом круглошлифовального станка проведен выбор его параметров, при этом используются в качестве критериев значения собственных частот и форм колебаний шпинделя. Установлены границы параметров шпиндельного узла, удовлетворяющих требованиям его динамического качества в диапазоне рабочих частот.

Ключевые слова: динамические характеристики, шпиндельные узлы, уровень вибрации, подшипники скольжения, круглошлифовальный станок

Введение. В процессе создания и опытной отработки различных моделей высокоточных станков, обеспечивающих скорость резания от 60 до 100 м/с, возник ряд принципиально новых требований к шпиндельным узлам и их приводам. Новые шпиндельные узлы, работающие при режимах скоростного и силового резания, должны обладать высокой жесткостью и стабильностью положения оси шпинделя, повышенной виброустойчивостью, а также высокой надежностью в широком диапазоне изменения условий работы.

Круг вопросов, связанных с вибрациями различных шпиндельных узлов непрерывно расширяется, поскольку обеспечение высокой точности обработки на прецизионных станках часто затрудняется возникновением недопустимых вибраций. При повышении уровня вибраций станочной системы увеличивается динамическая нагруженность деталей шпиндельных узлов, нарушается заданный закон движения оси шпинделя, а в некоторых случаях вибрации сами по себе могут являться причиной разрушения режущего инструмента, особенно при возникновении резонансных или других неустойчивых состояний. Кроме этого зачастую широкий диапазон рабочих частот вращения шпинделя охватывает первую, вторую, а иногда и третью резонансные частоты, что не позволяет рассматривать шпиндель как жесткий вал. В этом случае шпиндель работает в резонансных режимах и его необходимо рассматривать как гибкий вал. При такой постановке задачи ограничиваться определением резонансных частот недостаточно. Необходимо дополнительно решать вопросы по расчету форм колебаний шпинделя, которые определяют характер его изгибных колебаний, а также выполнить оптимизацию параметров шпиндельного узла с приводом, используя в качестве критериев динамического качества значения собственных частот и формы колебаний шпинделя.

Имеется ряд работ [1–4], посвященных вопросам расчета собственных частот и критической скорости шпинделя. Однако они в значительной степени относятся к определению частот собственных колебаний упрощенных расчетных схем, как, например, колебаний систем с одной степенью свободы, критических скоростей невесомого шпинделя с одной массой и т.д.

Расчеты собственных частот системы шпиндель опоры в значительной степени определяют выбор конструкций, составляющих детали, что позволяет обеспечить надежность работы на заданных режимах. В свою очередь конструктивные параметры составляющих деталей шпин-

дельного узла оказывают влияние на форму колебаний шпинделя. Например, недостаточная жесткость опор, нерациональное отношение длины консолей к межопорному пролету, а также необоснованный выбор диаметра шпинделя приводит к повышению его колебательности и снижению точности вращения его оси. Кроме этого возрастает шум и уровень вибраций станка в целом.

Существующие методы определения собственных частот [1, 4, 5] — Рэлея, Ритца, Галеркина, Дункерля, метод интегральных уравнений — позволяют определять собственные частоты с большим приближением, особенно при расчете сложных систем с распределенными массами. Более точно частоту и форму собственных колебаний можно определить методом непосредственного составления уравнений частот изгибных колебаний, используя матричный метод начальных параметров [4, 6, 7]. Данный метод является наиболее универсальным и позволяет рассчитывать колебания систем, состоящих из ряда участков с различными жесткостью, массой, распределенной массой и т.п.

Таким образом, расчет динамических характеристик шпинделя как критериев и разработка методического подхода для многокритериального выбора наиболее рациональных конструктивных и рабочих параметров является первоочередной задачей при создании высокоточных шпиндельных узлов с заданным динамическим качеством.

Расчет собственных частот и форм колебаний шпинделя. Большинство конструкций шпиндельных узлов можно рассматривать как двухконсольную упругую балку на упругих опорах, нагруженную сосредоточенными и распределенными массами, одна из консолей которых связана с корпусом через упругость ременной передачи. Обобщенная схема таких шпиндельных узлов представлена на рисунке 1.

Собственные частоты $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ шпиндельного узла находятся путем решения уравнения:

$$F(\omega) = \det|\pi'| = 0, \quad (1)$$

где π' — матрица, составленная из удержанных элементов переходной матрицы π шпиндельного узла.

Вычислим переходную матрицу узла, используя при этом каталог переходных матриц [6].

Шпиндельный узел состоит из двух масс m_1 и m_2 и стержня длиной l , разбиваемого на три участка l_1, l_2, l_3 с распределенными массами m_{01}, m_0, m_{02} . В сечениях 1 и 2 имеются линейно упругие опоры с жесткостью c , а в сечении 0, ременная передача привода вращения шпинделя с

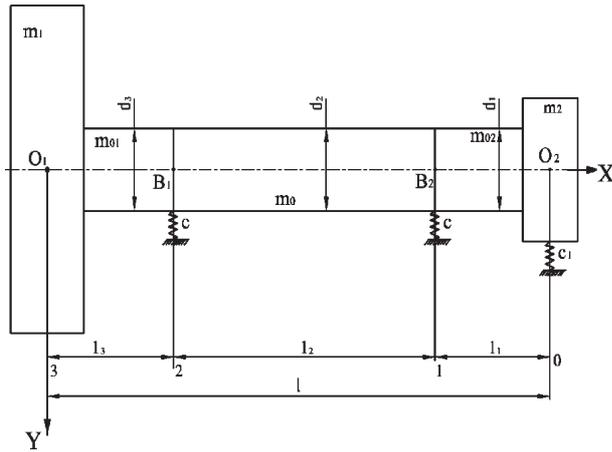


Рисунок 1 — Схема для расчета собственных частот и форм колебаний шпинделя

жесткостью c_1 . При расчете собственных частот вязким демпфированием пренебрегаем.

Введем обозначения: $EI_1, EI_2, EI_3 = EI$ — изгибные жесткости участков; y_i — амплитуда перемещений в i -ом сечении; φ_i — угол поворота; M_i — изгибающий момент, $\mu_i = \frac{m_i}{l_i}$ — погонная масса.

Матрицы-столбцы параметров на концах шпинделя равны:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0 l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, Y_3 = \begin{pmatrix} y_3 \\ y_3 l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Матрица сосредоточенного груза в 0-м сечении равна:

$$L_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta_0 & 1 & 0 \\ v_0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $\delta_0 = I_2 \omega^2 l / EI$; $v_0 = m_2 \omega^2 l^3 / EI$.

Матрица жесткости C_1 в 0-м сечении равна:

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\varepsilon_0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{c_1 l^3}{EI}$.

Зависимость между параметрами на концах участков задается матрицей:

$$T_i = \begin{pmatrix} A_i & B_i \beta_i & \frac{\beta_i^2 c_i}{\alpha_i} & \frac{\beta_i^3 D_i}{\alpha_i} \\ \frac{\lambda_i^4 D_i}{\beta_i} & A_i & \frac{\beta_i B_i}{\alpha_i} & \frac{\beta_i^2 C_i}{\alpha_i} \\ \frac{\alpha_i \lambda_i^4 c_i}{\beta_i^2} & \frac{\alpha_i \lambda_i^4 D_i}{\beta_i} & A_i & \beta_i B_i \\ \frac{\alpha_i \lambda_i^4 B_i}{\beta_i^3} & \frac{\alpha_i \lambda_i^4 c_i}{\beta_i^2} & \frac{\lambda_i^4 D_i}{\beta_i} & A_i \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$\alpha_i = \frac{EI_i}{EI}; \beta_i = \frac{l_i}{l}; \lambda_i^4 = \frac{l_i^4 \omega^2}{EI_i} \mu_i;$$

$$A_i = \frac{1}{2}(ch\lambda_i - \cos\lambda_i); B_i = \frac{1}{2\lambda_i}(sh\lambda_i + \sin\lambda_i);$$

$$C_i = \frac{1}{2\lambda_i^2}(ch\lambda_i - \cos\lambda_i); D_i = \frac{1}{2\lambda_i^3}(sh\lambda_i - \sin\lambda_i);$$

при $i = 1, 2, 3$.

Аналогично продвигаемся до левого конца шпинделя и определяем матрицы $Q_1, Q_2, L_3, T_1, T_2, T_3$.

В результате перемножения (3–5) получим матрицу:

$$\pi = L_3 T_3 Q_2 T_2 Q_1 T_1 Q_0 L_0 \quad (6)$$

и уравнение $y_3 = \pi y_0$, которое можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} y_3 \\ y_3 l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{31} & a_{32} & \cdot & \cdot \\ a_{41} & a_{42} & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0 l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

или

$$\begin{cases} a_{31} y_0 + a_{32} y_0 l = 0 \\ a_{41} y_0 + a_{42} y_0 l = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Каждое из уравнений системы (7) является линейной комбинацией другого, и для определения двух неизвестных имеется, таким образом, одно уравнение (любое из (7)). Отсюда получаем уравнение частот:

$$F(\omega) = a_{31} a_{42} - a_{32} a_{41} = 0. \quad (8)$$

В уравнение (8) входит ω , решая его, находим конечное число собственных частот.

Найдем форму колебаний шпинделя для собственной частоты $\omega = \omega_k$, ($k = 1, 2, \dots, n$). Чтобы найти величину прогиба в точке x соответствующего участка, необходимо заменить в функциях А. Н. Крылова

λ_i на $\frac{\lambda_i x}{l_i}$, тогда:

$$\lambda_i = l_i \sqrt[4]{\frac{\mu_i \omega_k^2}{EJ_i}}. \quad (9)$$

Для значений λ_i , рассчитанных по формуле (9), вычисляются функции A_i, B_i, C_i, D_i , как и при вычислении собственных частот.

Ввиду того, что переходные матрицы на каждом из участков шпинделя будут различны, форма колебаний на собственной частоте будет вычисляться по различным зависимостям для каждого участка.

Для участка l_1 переходная матрица будет иметь вид:

$$\pi_1(x) = T_1(x) Q_0 L_0, \quad (10)$$

причем при вычислении матрицы $T_1(x)$ в уравнении (10) следует вычислить функции Крылова $A(x, l_1, \lambda_1), B(x, l_1, \lambda_1), C(x, l_1, \lambda_1), D(x, l_1, \lambda_1)$ из матричного уравнения:

$$Y_1 = \pi_1 Y_0. \quad (11)$$

Произвольно задав одно из амплитудных значений начальных параметров уравнения (11) и осуществив матричные преобразования начального вектора состояния, находим амплитудные прогибы $y_1(x)$ шпинделя в любом сечении при $0 < x < l_1$, которые будут определять форму колебаний шпинделя для первого участка на собственных частотах ω_k .

Двигаясь от правого конца шпинделя к левому, получаем для 2-го участка:

$$\pi_2(x) = T_2(x)Q_1T_1(x)Q_0L_0. \quad (12)$$

Для 3-го участка:

$$\pi_3(x) = L_3T_3(x)Q_2T_2(x)Q_1T_1(x)Q_0L_0. \quad (13)$$

Здесь, при вычислении матриц $T_i(x)$ в уравнениях (12), (13) функции Крылова вычисляются в точках (x, l_i, λ_i) .

Определив переходные матрицы π_2, π_3 участков l_2, l_3 находим формы собственных колебаний $y_2(x), y_3(x)$ на этих участках.

Формы собственных колебаний $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$ определяются с точностью до констант $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Выбирая константы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ такими, чтобы функция

$$y(x) = y_i(x), \quad x \in l_i \quad (14)$$

была непрерывной, получим форму колебаний на всей длине шпинделя.

Выбор параметров шпиндельных узлов по значению собственных частот и форме колебаний шпинделя. Как показывают теоретические и экспериментальные исследования [1, 4, 5], характеристики колебательных процессов на собственных частотах шпиндельных узлов зависит от жесткостей, масс и конструктивных параметров как самих шпинделей, так и их опор. Кроме этого в процессе вращения шпинделя имеют место режимы, при которых частота собственных колебаний существенно влияет на траекторию оси, искажает ее форму, что приводит к снижению точностных характеристик шпиндельного узла.

Учитывая данные обстоятельства, вопрос определения собственных частот и форм колебаний должен решаться в комплексе с вопросами выбора наиболее рациональных параметров всего шпиндельного узла. Как известно, консольные шпинделя на подшипниках скольжения с отношением длины консоли к длине межопорного участка $l_1/l_2 \approx 0,3-0,4$ имеют критическое число оборотов прямой синхронной прецессии на 20—30 % ниже, чем бесконсольные [3]. При этом отношение максимальной частоты вращения ω_{\max} к первой собственной частоте ω_1 равно $\omega_{\max} \leq (0,4-0,5)\omega_1$, и необходимо выбрать параметры шпиндельного узла таким образом, чтобы данное отношение соблюдалось. Это отношение является первым критерием динамического качества рассматриваемого узла для выбора параметров. Вторым критерием качества принимаем форму колебаний шпинделя на собственной частоте в соответствии с условием (14). Критериальным ограничением для формы колебаний шпинделей являются [1, 2, 4]:

- шпиндельный узел динамически устойчив, когда точки пересечения кривых, описывающих формы колебаний, с осью шпинделя находятся в опорах;

- прогиб шпинделя на консоли в месте установки инструмента не должен превышать одной трети допуска на радиальное биение шпинделя в сборе.

Для шпинделей с высокими частотами вращения, превышающими первую критическую скорость, необходимо при выборе параметров использовать в качестве критериев значения собственных частот и форм колебаний более высоких порядков, т.е. ω_2, ω_3 и т.д.

Имея расчетную модель шпиндельного узла, осуществим выбор его параметров по методу, изложенному в работе [8]. Сущность данного метода заключается в систематическом просторе многомерной области пространства

параметров. В качестве пробных точек в пространстве параметров используются точки ЛП-последовательностей, которые обладают наилучшими характеристиками равномерности среди всех известных в настоящее время равномерно распределенных последовательностей.

Таким образом, каждой точке пространства параметров соответствует конкретный набор параметров и наоборот. Для практической реализации выбора параметров шпиндельного узла с применением ЛП-последовательностей разработана программа, алгоритм которой представлен на рисунке 2.

На примере шпиндельного узла с ременным приводом круглошлифовального станка 3Е184В выполнен расчет собственных частот и форм колебаний шпинделя, по которым осуществим выбор наиболее рациональных параметров, а также границ их изменения, определяющих область пространства, где будут соблюдаться критериальные ограничения.

Границами варьирования параметров зададимся исходя из конструктивных возможностей. Значения параметров шпиндельного узла представлены в таблице 1. По заданному набору параметров произведен расчет собственных частот и форм колебаний с количеством пробных точек $N = 64$.

Анализ результатов показал, что условия критериального ограничения $\omega_{\max} \leq (0,4-0,5)\omega_1$ выполняются в 32 точках, а по форме колебаний на первой собственной частоте — в 26 точках. Выполнив анализ конструктивных параметров, в данных точках отобраны 10 точек. Остальные отсеяны из-за явного несоответствия сочетания параметров реальной конструкции шпиндельного узла. Для выбора наилучшей (эффективной) пробной точки по параметрам отобранных точек установлены новые границы пространства параметров, и проведен повторный расчет значений собственных частот и форм колебаний с количеством пробных точек $N = 16$. Сравнивая значения результатов расчета, выбираем точку, в которой критериальные ограничения имеют наилучшее соотношение, что и определяет эффективную точку (рисунок 3). Параметры точки представлены в таблице 1. В этой точке значение первой собственной частоты составляет 1275 рад/с, а кривая формы собственных колебаний на первой частоте пересекается с осью шпинделя в опорах (рисунок 4 а), что удовлетворяет требованиям критериальных ограничений. В точках, параметры которых выходят за границы параметров отобранных точек, критериальные ограничения по форме колебаний не выполняются (см. рисунок 4 б). Данный шпиндельный узел работает в дорезонансных режимах, так как частота его вращения составляет 346 рад/с, что значительно ниже значения первой собственной частоты, и для оценки его динамического качества достаточно выполнить анализ по значению первой собственной частоты. В процессе эксплуатации шпиндельного узла отдельные параметры изменяют свое значение, причем они взаимосвязаны и оказывают существенное влияние друг на друга. В данном шпиндельном узле такими параметрами являются масса шлифовального круга, которая изменяется в процессе его износа, и жесткость ременной передачи. Для качественной наладки оборудования необходимо определить область изменения данных параметров, в которой будут выполняться требования

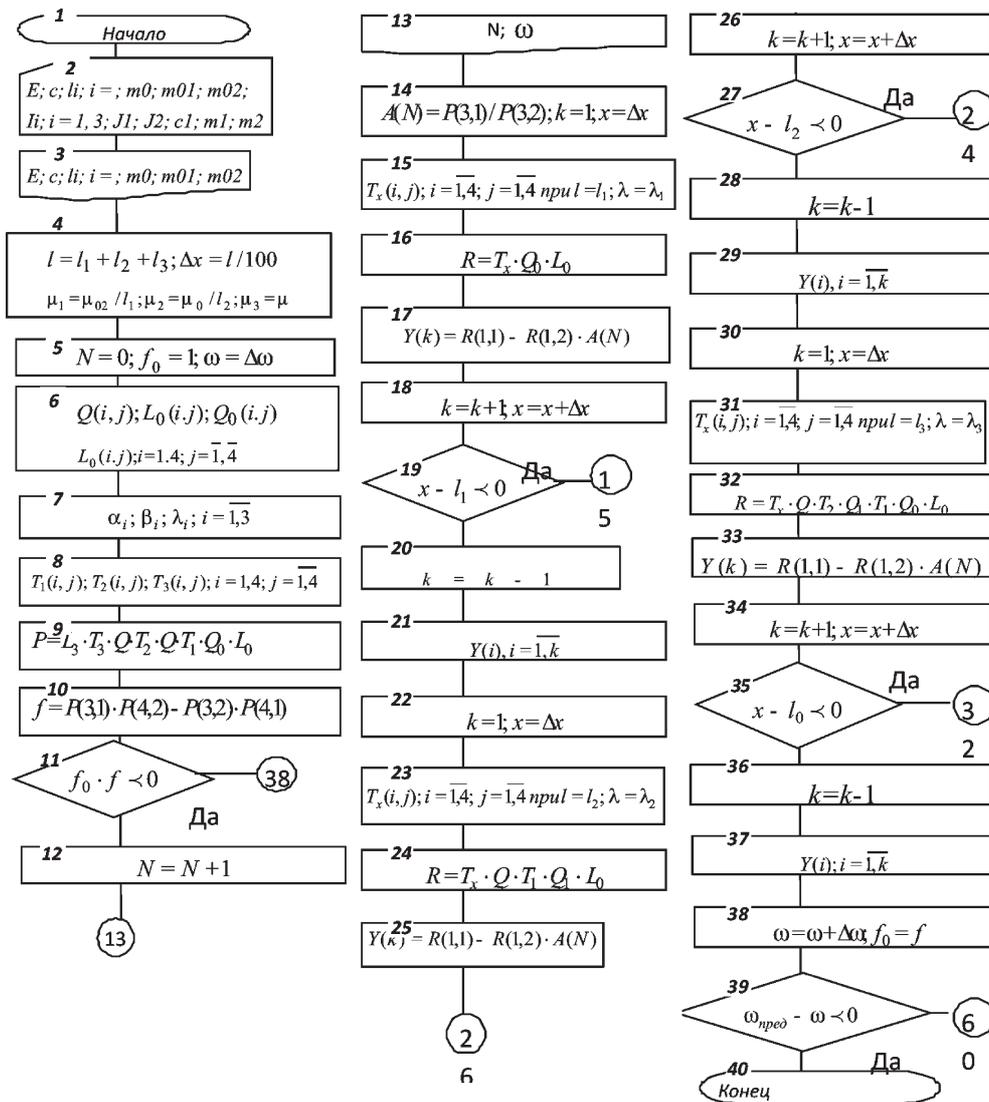


Рисунок 2 — Алгоритм программы для выбора параметров шпиндельного узла

Таблица 1 — Значения параметров шпиндельного узла

№ п/п	Наименование параметра	Параметр	Среднее значение параметра	Границы параметров	Эффективная точка
1	Жесткость опор, Н/м	c	$0,139 \cdot 10^{10}$	$0,8 \cdot 10^8 \div 0,222 \cdot 10^{10}$	$0,162 \cdot 10^{10}$
2	Длина шпинделя на участке 0-1, м	l_1	0,205	$0,095 \div 0,315$	0,17
3	Длина шпинделя на участке 1-2, м	l_2	0,485	$0,335 \div 0,635$	0,55
4	Длина шпинделя на участке 2-3, м	l_3	0,205	$0,095 \div 0,315$	0,10
5	Диаметр шпинделя на участке 0-1, м	d_1	0,1	$0,05 \div 0,12$	0,083
6	Диаметр шпинделя на участке 1-2, м	d_2	0,1	$0,05 \div 0,12$	0,107
7	Диаметр шпинделя на участке 2-3, м	d_3	0,1	$0,05 \div 0,12$	0,088
8	Жесткость ременной передачи, Н/м	c_1	$0,215 \cdot 10^7$	$0,5 \cdot 10^6 \div 0,375 \cdot 10^7$	$0,283 \cdot 10^7$
9	Масса шлифовального круга, кг	m_1	108	$20 \div 186$	112
10	Масса шкива, кг	m_2	12,2	$6,1 \div 18,3$	8,1

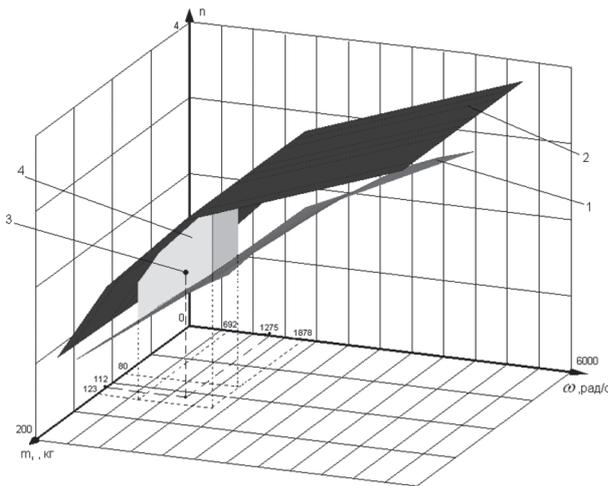


Рисунок 3 — Область изменения массы шлифовального круга m_1 и жесткости ременной передачи c_1 при заданных критериальных ограничениях по собственной частоте: 1 — поверхность зависимости ω_1 от m_1 при $c_1=0$; 2 — зависимость ω_1 от m_1 при $c_1 = 0,375 \cdot 10^7$ Н/м; 3 — эффективная точка; 4 — допустимая область изменения параметров m_1 и c_1 при критериальном ограничении ω_1

критериальных ограничений. Определения области изменения параметра начинаем с построения зависимости собственной частоты от массы шлифовального круга при различной жесткости ременной передачи и остальных параметрах, соответствующих эффективной точке (см. таблицу 1). На рисунке 2 данные зависимости представлены в виде поверхности 1 при $C_1 = 0,375 \cdot 10^7$ Н/м и поверхности 2 при $C_1 = 0$. Значение C_1 определялось по параметрам отобранных точек. Зная критериальное ограничение по собственной частоте, графически определяем область пространства при изменении массы шлифовального круга, которая ограничивается поверхностями 1, 2 (см. рисунок 3). В этой области критериальные ограничения по значению собственной частоты и форме колебаний при изменении массы шлифовального круга и жесткости ременной передачи соблюдаются, что позволяет обеспечить требуемое динамическое качество шпиндельного узла и прогнозировать границы изменяющихся параметров.

Выводы. Разработан методический подход к расчету динамических характеристик шпиндельных узлов, по которым выполняется методом ЛП-поиска многокритериальный выбор наиболее рациональных конструктивных параметров. В качестве критериев используются значения собственных частот и формы колебаний шпинделя. Применение данного метода проиллюстрировано на примере выбора параметров шпиндельного узла круглошлифовального станка.

Для практической реализации выбора параметров разработано программное обеспечение, позволяющее в

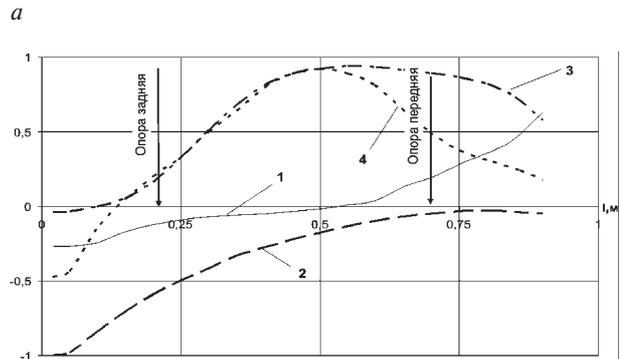
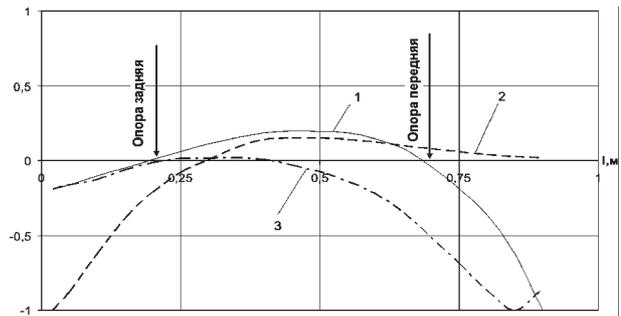


Рисунок 4 — Формы поперечных колебаний шпинделя на первой — 1, второй — 2, третьей — 3 и четвертой — 4 собственных частотах: а — при параметрах эффективной точки; б — при параметрах, не удовлетворяющих критериальным ограничениям

диалогом режиме с ЭВМ осуществлять анализ и создавать конструкции шпиндельных узлов с заданными динамическими характеристиками.

Список литературы

1. Пуш, А.В. Шпиндельные узлы. Качество и надежность / А.В. Пуш. — М.: Машиностроение, 1992. — 288 с.
2. Диментберг, Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов / Ф.М. Диментберг. — М.: АН СССР, 1959. — 247 с.
3. Кельзон, А.С. Динамика роторов в упругих опорах / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманских, В.И. Яковлев. — М.: Наука, 1982. — 280 с.
4. Хомяков, В.С. Моделирование и расчет динамических характеристик шпиндельных узлов / В.С. Хомяков, Н.А. Кочинев, Ф.С. Сабиров // Вестн. УГАТУ. — 2007. — № 2(31). — С. 69—75.
5. Маслов, Г.С. Расчет колебаний валов: справ. / Г.С. Маслов. — М.: Машиностроение, 1980. — 151 с.
6. Ивович, В.А. Переходные матрицы в динамике упругих систем / В.А. Ивович. — М.: Машиностроение, 1969. — 184 с.
7. Макеев, В.П. Статистические задачи динамики упругих конструкций / В.П. Макеев, Н.И. Гриненко, Ю.С. Павлюк. — М.: Наука, 1984. — 232 с.
8. Соболев, М.И. Выбор оптимальных параметров со многими критериями / М.И. Соболев, Р.Б. Статников. — М.: Наука, 1981. — 107 с.

Basiniuk V.L., Kuleshova A.V.

Calculation of dynamic characteristics of spindle unit and multi-criteria selection of their most rational Parameters

The paper presents the methodical approach to the calculation of dynamic characteristics of spindle unit and multi-criteria selection of their most rational parameters. On the example of spindle unit with belt drive of spindle unit with belt drive of the circular grinding machines was held the choice of parameters, using as the criteria values of natural frequencies and mode shape of spindle. Parameters boundary of spindle unit, meeting the requirements of its dynamic qualities throughout the operating frequency range were determined.

Поступила в редакцию 09.06.2011.