



# МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.375

М.В. МИР-САЛИМ-ЗАДЕ, канд. физ.-мат. наук  
Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку

## РАЗРУШЕНИЕ ПЕРФОРИРОВАННОЙ СТРИНГЕРНОЙ ПЛАСТИНЫ

*Рассмотрена перфорированная упругая изотропная среда с системой инородных поперечных прямолинейных включений. Такая среда может представлять собой неограниченную пластину, усиленную регулярной системой ребер, поперечные сечения которых представляют собой весьма узкие прямоугольники. Среда считается ослабленной периодической системой прямолинейных трещин, исходящих из контуров отверстий. Действие стрингеров заменяется неизвестными сосредоточенными силами, действующими в точках соединения со средой. Краевая задача о равновесии периодической системы трещин сводится к сингулярному интегральному уравнению, из решения которого находятся коэффициенты интенсивности напряжений. Условие предельного равновесия трещин формулируется с учетом критерия хрупкого разрушения.*

**Ключевые слова:** перфорированная усиленная пластина, стрингеры, периодическая система трещин, коэффициенты интенсивности напряжений

Для обеспечения достаточной прочности и жесткости листовых конструкций их обычно изготавливают из тонких пластин, усиленных приклепанными стрингерами. При этом такие пластины имеют технологические отверстия, являющиеся концентраторами напряжений, что зачастую приводит к зарождению и развитию трещин.

Рассмотрим упругую изотропную среду (пластину) с периодической системой отверстий, контуры которых свободны от внешних усилий. К пластине приклепаны поперечные стрингеры из другого упругого материала, и усиленная пластина подвергнута однородному растяжению вдоль стрингеров напряжением  $\sigma^* = \sigma_0$ . Считаем, что толщина стрингера при деформации не меняется, стрингеры не подвергаются изгибу и работают лишь на растяжение; напряженное состояние является одноосным. Принимаются следующие допущения:

А. Все точки крепления одинаковы, их радиус (площадка сцепления) мал по сравнению с расстоянием между ними и другими характерными размерами. При этом точки крепления расположены по всей длине стрингера на одинаковом расстоянии друг от друга и симметрично относительно поверхности пластины.

Б. Ослабление стрингеров вследствие наличия точек крепления не учитывается.

В. Листовой элемент и стрингеры взаимодействуют в одной плоскости и только в точках крепления.

Г. В тонкостенном листовом элементе реализуется плоское напряженное состояние.

Д. Взаимодействие пластины и стрингера моделируется неизвестными сосредоточенными силами, приложенными в точках крепления.

Неизвестные сосредоточенные силы определяются в ходе решения задачи. При возрастании интенсивности внешнего нагружения (при росте внешней нагрузки) в пластине вокруг отверстий образуются зоны повышен-

ных напряжений, что способствует возникновению поверхностных трещин.

Пусть имеется упругая изотропная среда с периодической системой круговых отверстий радиуса  $\lambda (\lambda < 1)$ , центры которых расположены в точках

$$P_m = m\omega, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots; \quad \omega = 2.$$

Из центров круговых отверстий выходят симметричные прямолинейные трещины (рисунок). Берега трещин свободны от внешних нагрузок. Из-за симметрии граничных условий и с учетом геометрии области, занятой средой, напряжения являются периодическими функциями с периодом равным  $\omega$ .

Задача заключается в разработке математической модели, позволяющей определить величины сосредоточенных сил и напряженно-деформированное состояние

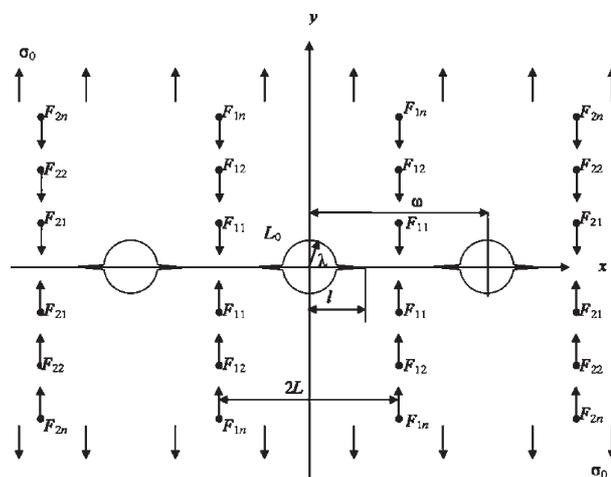


Рисунок — Расчетная схема задачи

вне круговых отверстий и трещин. Граничные условия имеют вид: на берегах трещин  $\sigma_y = 0$ ;  $\tau_{xy} = 0$ ; на контурах круговых отверстий  $\sigma_r - i\tau_{r\theta} = 0$ .

На основании формул Колосова-Мухелишвили [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= \sigma_r + \sigma_\theta = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}]; \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= (\sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta})e^{-2i\theta} = \\ &= 2[\overline{z}\Phi'(z) + \Psi(z)] \end{aligned}$$

и граничных условий на контурах круговых отверстий и берегах трещин решение задачи сводится к определению двух аналитических функций  $\Phi(z)$  и  $\Psi(z)$ :

$$\Phi(\tau) + \overline{\Phi(\tau)} - [\overline{\tau}\Phi'(\tau) + \Psi(\tau)]e^{2i\theta} = 0 \quad (1)$$

$$\Phi(x) + \overline{\Phi(x)} + x\overline{\Phi'(x)} + \overline{\Psi(x)} = 0, \quad (2)$$

где  $\tau = \lambda e^{i\theta} + m\omega$ ;  $x$  — аффикс точек берегов трещины.

Решение задачи (1)–(2) будем искать в виде

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= \Phi_0(z) + \Phi_1(z) + \Phi_2(z); \\ \Psi(z) &= \Psi_0(z) + \Psi_1(z) + \Psi_2(z). \end{aligned} \quad (3)$$

Комплексные потенциалы  $\Phi_0(z)$  и  $\Psi_0(z)$  определяют напряжения в сплошной подкрепленной пластине, находящейся под действием растягивающей нагрузки  $\sigma_0$  и сосредоточенных сил:  $F_{mn}$ :

$$\begin{aligned} \Phi_0(z) &= \frac{1}{4}\sigma_0 - \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n} 'F_{mn} \left( \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right), \\ \Psi_0(z) &= \frac{1}{2}\sigma_0 - \frac{i\kappa}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n} 'F_{mn} \left( \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2} \right) + \\ &+ \frac{i}{2\pi h(1+\kappa)} \sum_{m,n} 'F_{mn} \left( \frac{\overline{C_3}}{C_2^2} - \frac{C_3}{C_1^2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $C_1 = z - mL + iny_0$ ,  $C_2 = z - mL - iny_0$ ,  $C_3 = mL + iny_0$ ;  $h$  — толщина пластины;  $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ ;  $\nu$  — коэффициент Пуассона материала пластины; штрих у знака суммы означает, что при суммировании исключается индекс  $m=n=0$ .

Функции  $\Phi_1(z)$  и  $\Psi_1(z)$ , соответствующие неизвестным нормальным смещениям вдоль трещины, будем искать в явном виде:

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \frac{1}{2\omega} \int_{L_1} g(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{\omega} (t-z) dt, \\ \Psi_1(z) &= -\frac{\pi z}{2\omega^2} \int_{L_1} g(t) \sin^{-2} \frac{\pi}{\omega} (t-z) dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $L_1 = [-l, -\lambda] + [\lambda, l]$ ; функция  $g(x)$  характеризует производную раскрытия берегов трещины.

Чтобы найти комплексные потенциалы  $\Phi_1(z)$  и  $\Psi_1(z)$ , граничные условия (1) представим в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_2(\tau) + \overline{\Phi_2(\tau)} + [\overline{\tau}\Phi_0'(\tau) + \Psi_0(\tau)]e^{2i\theta} = \\ = f_1(\theta) + if_2(\theta) + \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f_1(\theta) + if_2(\theta) = \\ = -\Phi_0(\tau) - \overline{\Phi_0(\tau)} + [\overline{\tau}\Phi_0'(\tau) + \Psi_0(\tau)]e^{2i\theta} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta) = \\ = -\Phi_1(\tau) - \overline{\Phi_1(\tau)} + [\overline{\tau}\Phi_1'(\tau) + \Psi_1(\tau)]e^{2i\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

Комплексные потенциалы  $\Phi_2(z)$  и  $\Psi_2(z)$  будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi_2(z) &= a_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!} \\ \Psi_2(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \beta_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \rho^{(2k)}(z)}{(2k+1)!} + \\ &+ \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} S^{(2k)}(z)}{(2k+1)!}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\rho(z) = \left( \frac{\pi}{\omega} \right)^2 \sin^{-2} \left( \frac{\pi z}{\omega} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{\omega} \right)^2;$$

$$S(z) = \sum_{m,n} ' \left( \frac{P_m}{(z-P_m)^2} - \frac{2z}{P_m^2} - \frac{1}{P_m} \right).$$

Соотношения (3)–(5) и (9) определяют класс симметричных задач с периодическим распределением напряжений. Из условий симметрии относительно координатных осей имеем

$$\operatorname{Im} \alpha_{2k+2} = 0; \operatorname{Im} \beta_{2k+2} = 0; k = 0, 1, 2, \dots$$

Из условия постоянства главного вектора сил, действующих на дугу, соединяющую две конгруэнтные точки в области  $D$ , следует:

$$\alpha_0 = \pi^2 \beta_2 \lambda_2 / 24.$$

Неизвестные коэффициенты  $\alpha_{2k}$  и  $\beta_{2k}$  должны быть определены из краевого условия (6). Будем считать, что  $f_1(\theta) + if_2(\theta)$  и  $\varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta)$  на контуре  $|\tau| = \lambda$  разлагаются в ряд Фурье. В силу симметрии эти ряды имеют вид:

$$\begin{aligned} f_1(\theta) + if_2(\theta) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{2k} e^{2ik\theta}; \operatorname{Im} A_{2k} = 0 \\ A_{2k} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (f_1(\theta) + if_2(\theta)) e^{-2ik\theta} d\theta \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} B_{2k} e^{2ik\theta}; \operatorname{Im} B_{2k} = 0 \\ B_{2k} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta)) e^{-2ik\theta} d\theta \end{aligned} \quad (11)$$

Подставив соотношение (7) в (9) после вычисления интегралов с помощью теории вычетов найдем

$$\begin{aligned} A_0 &= -\frac{1}{2}\sigma_0 + \frac{1}{\pi h(1+\kappa_0)} \sum_{m,n} 'F_{mn} \frac{2ny_0}{C_3 C_3}, \\ A_2 &= \frac{1}{2}\sigma_0 - \frac{1}{\pi h(1+\kappa_0)} \times \\ &\times \sum_{m,n} 'F_{mn} \left( \frac{\lambda^2 \sin 3\varphi_3}{\rho_1^3} + \frac{\kappa_0 \sin \varphi_3}{\rho_1} - \frac{\sin 3\varphi_3}{\rho_1} \right), \\ A_{2k} &= \frac{1}{\pi h(1+\kappa_0)} \left[ \sum_{m,n} 'F_{mn} \left( \frac{\lambda^{2k} \sin(2k+1)\varphi_3}{\rho_1^{2k+1}} + \right. \right. \\ &+ \frac{(-2)(-3)\dots(-2k)\lambda^{2k} \sin(2k+1)\varphi_3}{(2k-1)!\rho_1^{2k+1}} - \\ &- \frac{\kappa_0 \lambda^{2k-2} \sin(2k-1)\varphi_3}{\rho_1^{2k-1}} + \\ &\left. \left. + \frac{(-2)(-3)\dots(1-2k)\lambda^{2k-2} \sin(2k+1)\varphi_3}{(2k-1)!\rho_1^{2k+1}} \right) \right], \\ &k = 2, 3, \dots; \end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{1}{\pi h(1+\kappa_0)} \sum_{m,n} 'F_{mn} \frac{\lambda^{2k} \sin(2k+1)\varphi_3}{\rho_1^{2k+1}} \quad k = 1, 2, \dots;$$

где  $\rho_1 = \sqrt{C_3 C_3}$ ,  $\varphi_3 = \arctg \frac{ny_0}{mL}$ .

Также подставив (8) в (10) и вычисляя интеграл с помощью теории вычетов, получим

$$B_{2k} = -\frac{1}{2\omega} \int_{L_1} g(t) f_{2k}(t) dt,$$

где

$$\begin{aligned} f_0(t) &= 2\gamma(t), f_2(t) = -\frac{\lambda^2}{2} \gamma^{(2)}(t), \gamma(t) = \text{ctg} \frac{\pi}{\omega} t, \\ f_{2k}(t) &= -\frac{\lambda^{2k}(2k-1)}{(2k)!} \gamma^{(2k)}(t) + \frac{\lambda^{2k-2}}{(2k-3)!} \gamma^{(2k-2)}(t), \\ & k=2,3,\dots; \\ f_{-2k}(t) &= -\frac{\lambda^{2k}}{(2k)!} \gamma^{(2k)}(t), k=1,2,\dots; \end{aligned}$$

Так как выполняются условия периодичности, система краевых условий (6), из которой определяются неизвестные коэффициенты  $\alpha_{2k}$  и  $\beta_{2k}$ , вырождается в одно функциональное уравнение, например на контуре  $L_0$  ( $\tau = \lambda e^{i\theta}$ ). Чтобы построить уравнения относительно коэффициентов  $\alpha_{2k}$  и  $\beta_{2k}$  функций  $\Phi_2(z)$  и  $\Psi_2(z)$ , разложим эти функции в ряды Лорана в окрестности точки  $z=0$ . Подставив в левую часть краевого условия (6) на контуре  $\tau = \lambda e^{i\theta}$  вместо функций  $\Phi_2(z)$ ,  $\overline{\Phi_2(z)}$ ,  $\Phi_2'(z)$  и  $\Psi_2(z)$  их разложения в ряды Лорана в окрестности точки  $z=0$ , а в правую часть (6) вместо функций  $f_1(\theta) + if_2(\theta)$  и  $\varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta)$  ряды Фурье (10) и (11) и сравнив коэффициенты при одинаковых степенях  $e^{i\theta}$ , получаем две бесконечные системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $\alpha_{2k}$  и  $\beta_{2k}$ .

После ряда преобразований получаем бесконечную систему алгебраических уравнений относительно  $\alpha_{2k+2}$ :

$$\alpha_{2j+2} = \sum_{k=0}^{\infty} A_{j,k} \alpha_{2k+2} + b_j. \quad (12)$$

Постоянные  $\beta_{2k+2}$  определяются из соотношений:

$$\begin{aligned} \beta_{2k} &= \frac{1}{K_1} \left( -M_0 + 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{g_{k+1} \lambda^{2k+2}}{2^{2k+2}} \alpha_{2k+2} \right), \\ \beta_{2j+4} &= (2j+3) \alpha_{2j+2} + \\ & + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2j+2k+3)! g_{j+k+2} \lambda^{2j+2k+4}}{(2j+2)!(2k+1)! 2^{2j+2k+4}} \alpha_{2k+2} - M_{-2j-2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Потребовав, чтобы функции (3) удовлетворяли краевому условию (2), после ряда преобразований получим сингулярное интегральное уравнение относительно функции  $g(x)$ :

$$\frac{1}{\omega} \int_{L_1} g(t) \text{ctg} \frac{\pi}{\omega} (t-x) dx + H(x) = 0, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} H(x) &= \Phi_*(x) + \overline{\Phi_*(x)} + x\Phi_*(x) + \Psi_*(x), \\ \Phi_*(x) &= \Phi_0(x) + \Phi_2(x), \Psi_*(x) = \Psi_0(x) + \Psi_2(x). \end{aligned}$$

Сингулярное интегральное уравнение (14) и алгебраические системы (12), (13) содержат неизвестные величины сосредоточенных сил  $F_{mn}$ . Чтобы определить эти величины, используем закон Гука и метод «склеивания» двух асимптотик искомого решения. Согласно закону Гука величина сосредоточенной силы  $F_{mn}$ , действующей на каждую точку крепления со стороны стрингера, равна

$$F_{mn} = \frac{E_s A_s}{2y_0 n} \Delta v_{m,n}, (m,n=1,2,\dots),$$

где  $E_s$  — модуль Юнга материала стрингера;  $A_s$  — площадь поперечного сечения стрингера;  $2y_0 n$  — расстояние между точками крепления;  $\Delta v_{m,n}$  — относительное смещение рассматриваемых точек крепления, равное удлинению соответствующего участка стрингера.

Обозначим радиус точек крепления (площадки сцепления) через  $a_0$ . Примем, что относительное упругое смещение точек  $z = mL + i(y_0 n - a_0)$  и  $z = mL - i(y_0 n - a_0)$  равно относительному смещению точек крепления  $\Delta v_{m,n}$ . Это дополнительное условие совместности перемещений позволяет найти решение поставленной задачи.

С помощью комплексных потенциалов (3)–(5), (9) и формулы Колосова-Мухелишвили для перемещений находим относительное смещение  $\Delta v_{m,n}$ . В виду некоторой громоздкости величины  $\Delta v_{m,n}$  не приводятся. Зная относительное смещение  $\Delta v_{m,n}$ , искомые величины сосредоточенных сил определяем из системы

$$F_{pr} = \frac{E_s A_s}{2y_0 r} \Delta v_{p,r} (p,r=1,2,\dots), \quad (15)$$

которая вследствие периодичности задачи вырождается в одну бесконечную алгебраическую систему.

Алгебраические системы (12), (13), (15) и сингулярное интегральное уравнение (14) связаны между собой и должны решаться совместно.

Используя разложение:

$$\frac{\pi}{\omega} \text{ctg} \frac{\pi}{\omega} z = \frac{1}{z} - \sum_{j=0}^{\infty} g_{j+1} \frac{z^{2j+1}}{\omega^{2j+2}},$$

уравнение (14) можно привести к стандартному виду

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_1} \frac{g(t) dt}{t-x} + \frac{1}{\pi} \int_{L_1} g(t) K(t-x) dt + H(x) = 0, \quad (16)$$

где

$$K(t) = -\sum_{j=0}^{\infty} g_{j+1} \frac{t^{2j+1}}{\omega^{2j+2}}.$$

Учитывая, что функция  $g(x)$  нечетная, используя замену переменных уравнение (16) приводим к стандартному виду:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g_*(\tau) d\tau}{\tau - \eta} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g_*(\tau) B(\eta, \tau) d\tau + H_*(\eta) = 0. \quad (17)$$

Решение сингулярного интегрального уравнения (17) представим в виде

$$g_*(\eta) = g_0(\eta) / \sqrt{1-\eta^2}. \quad (18)$$

Функция  $g_0(\eta)$  является непрерывной по Гельдеру на участке  $[-1, 1]$  и заменяется интерполяционным полиномом Лагранжа, построенным по чебышевским узлам [2, 3]. Используя [2, 3] квадратурные формулы сводим интегральное уравнение (17) к системе  $M$  линейных алгебраических уравнений относительно приближенных значений  $g_k^0$  искомой функции в узловых точках. В рассматриваемой задаче один конец трещины выходит на поверхность свободного отверстия. Напряжения на этом конце трещины ограничены. Интегральное уравнение после некоторых преобразований заменяется системой алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^M a_{m,k} g_k^0 + \frac{1}{2} H_*(\eta_m) &= 0, (m=1,2,\dots, M-1) \\ \sum_{k=1}^M (-1)^{k+M} g_k^0 \text{tg} \frac{\theta_k}{2} &= 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $a_{m,k} = \frac{1}{2M} \left( \frac{1}{\sin \theta_m} \text{ctg} \frac{\theta_m + (-1)^{m-k} \theta_k}{2} + B(\tau_m, \eta_k) \right)$ .

При заданной внешней нагрузке полученные системы уравнений (12), (13), (19) позволяют определить напряженно деформированное состояние перфорированной изотропной среды, усиленной регулярной системой стрингеров. После нахождения искомого функции в узловых точках  $g_k^0$  и сосредоточенных сил коэффициент интенсивности напряжений описывается соотношением

$$K_I = \sqrt{\pi l \left(1 - \frac{\lambda^2}{l^2}\right)} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (-1)^k g_k^0 \operatorname{ctg} \frac{\theta_k}{2},$$

$$\theta_k = \frac{2k-1}{2M} \pi.$$

Зная величину  $K_I$ , на основе критерия хрупкого разрушения Ирвина находим предельные значения внешней нагрузки  $\sigma_0$ , при которой трещина будет находиться в подвижно-равновесном состоянии. Для численной реализации изложенного способа был проведен расчет коэффициента интенсивности напряжений

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi l \left(1 - \frac{\lambda^2}{l^2}\right)} F\left(\lambda, \frac{l}{L}, \frac{y_0}{L}\right).$$

В таблице приведены результаты расчетов функции  $F(\lambda, l, \varepsilon)$  ( $l_* = l/L$ ;  $\varepsilon = y_0/L$ ) при изменении длины трещины для следующих значений свободных параметров:  $\varepsilon_1 = 0,01$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\varepsilon = 0,15, 0,25, 0,5$ ;  $E = 7,1 \cdot 10^4$  МПа (сплав В95);  $E_s = 11,5 \cdot 10^4$  МПа (композит Al-сталь).

При решении алгебраических систем методом Гаусса с выбором главного элемента число чебышевских узлов принималось равным  $M=30$ . В практических расчетах число точек крепления  $N_1$  и число стрингеров  $N_2$  принято конечным  $2N_1 = 2N_2 = 6, 10, 14$ .

Результаты исследования показывают, что рост трещины вначале происходит неустойчиво, а затем, когда трещина приближается к стрингеру (входит в зону сжимающих напряжений), становится устойчивым. Чем дальше вершина трещины от стрингера, тем меньше снижение коэффициента интенсивности напряжений при вершине трещины и тем ниже эффективность стрингера как элемента конструкции, принимающего часть нагрузки. При приближении вершины трещины к стрингеру снижение коэффициента интенсивности напряжений становится более значительным и достигает максимального значения, когда трещина непосредственно пересекает линию стрингера. Снижение коэффициента интенсивности напряжений тем больше, чем выше жесткость стрингера и чем ближе расположены между собой точки крепления, и может быть столь значительным, что коэффициенты интенсивности напряжений окажутся отрицательными, т.е. берега трещины войдут в контакт.

**Заключение.** На основе полученных результатов можно считать, что усиление упругой перфорированной среды регулярной системой стрингеров может эффективно сдерживать рост трещин и тем самым продлить срок эк-

Таблица — Численные значения функции  $F(\lambda, l, \varepsilon)$ 

$l/\lambda$	$\varepsilon=0,15$		$\varepsilon=0,25$		$\varepsilon=0,5$	
	$\lambda=0,3$	$\lambda=0,5$	$\lambda=0,3$	$\lambda=0,5$	$\lambda=0,3$	$\lambda=0,5$
1,20	3,776	3,997	3,588	3,810	3,301	3,468
1,30	3,549	3,789	3,299	3,539	2,979	3,224
1,40	3,334	3,594	2,998	3,246	2,731	3,006
1,50	3,018	3,298	2,558	2,831	2,469	2,782
1,60	2,401	2,692	1,899	2,170	2,211	2,533
1,70	1,296	1,375	1,611	1,973	1,912	1,519
1,80	1,043	1,068	1,206	1,381	1,431	1,758
1,90	0,381	0,438	0,983	1,074	1,079	1,397
2,00	0,377	0,417	0,679	0,823	0,812	1,116

сплуатации конструкций. Найденные коэффициенты интенсивности напряжений позволяют изучить развитие усталостной трещины в изотропной перфорированной среде, усиленной регулярной системой стрингеров, при циклическом нагружении.

#### Список обозначений

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  — компоненты тензора напряжений;  
 $F_{mn}$  — сосредоточенные силы;  
 $\Phi(z), \Psi(z)$  — комплексные потенциалы;  
 $A_s$  — площадь поперечного сечения стрингера;  
 $h$  — толщина пластины;  
 $\omega$  — расстояние между центрами отверстий;  
 $y_0$  — шаг между точками крепления;  
 $L$  — расстояние между стрингерами;  
 $\lambda$  — радиус круглых отверстий;  
 $l$  — длина трещины;  
 $\mu$  — модуль сдвига материала пластины;  
 $E$  — модуль упругости материала пластины;  
 $E_s$  — модуль упругости материала стрингера;  
 $\nu$  — коэффициент Пуассона материала пластины;  
 $\kappa$  — упругая постоянная Мусхелишвили;  
 $a_0$  — радиус точки крепления;  
 $\Delta v_{mn}$  — взаимное смещение точек крепления.

#### Список литературы

1. Мусхелишвили, Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. — М.: Наука, 1966. — 707 с.
2. Панасюк В.В., Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В.В. Панасюк, М.П. Саврук, А.П. Дацышин. — Киев: Наук. думка, 1976. — 443 с.
3. Мирсалимов, В.М. Неоднородные упругопластические задачи / В.М. Мирсалимов. — М.: Наука, 1987. — 256 с.

Mir-Salim-zada M.V.

#### Fracture of a perforated stringer plate

An isotropic medium containing a system of foreign transverse rectilinear inclusions is considered. Such a medium can be interpreted as an infinite plate, reinforced with a regular system of stringers, whose cross sections are very narrow rectangles. Medium is weakened by a periodic system of rectilinear cracks emanating from the contours of the holes. The action of the stringers is replaced by unknown concentrated forces at the points of their connection with the medium. The boundary-value problem on the equilibrium of the periodic system of cracks is reduced to a singular integral equation, from the solution of which the stress intensity factors are found. The condition of limiting equilibrium of cracks is formulated based on the criterion of brittle fracture.

Поступила в редакцию 01.05.2011.