



МЕХАНИКА МОБИЛЬНЫХ МАШИН

УДК 629.113:681.3

В.Б. АЛЬГИН, д-р техн. наук

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

СХЕМАТИЗАЦИЯ И РАСЧЕТ МОБИЛЬНОЙ МАШИНЫ КАК МНОГОМАССОВОЙ СИСТЕМЫ. РЕГУЛЯРНЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Рассматривается роль и место схематизации при расчетах мобильной машины как многомассовой системы. В отличие от распространенных подходов «объект — уравнения — решение» обосновывается необходимость начального этапа корректной схематизации объекта и подход «объект — механическая система — расчетная модель — (символическая модель) — уравнения — решение». Предлагается и обосновывается концепция регулярной механической системы, правила построения корректных моделей механики из элементарных механических объектов.

Ключевые слова: мобильная машина, схематизация, многомассовая модель, регулярная механическая система, динамическая схема

Введение. Главенствующими тенденциями в развитии транспортных средств на современном этапе выступают повышение безопасности и энергоэффективности [1–4]. К последней тенденции, помимо экономии топлива, непосредственное отношение имеет и сокращение вредных выбросов. Одним из направлений в рамках второй тенденции, является электрификация транспортных средств.

Как отмечается в [3], «...разработка электрифицированных транспортных средств требует не только большого внимания к замене двигателя внутреннего сгорания электрической двигательной установкой, но нуждается также и во всех компетентностях динамики систем транспортного средства, которые мы приобрели в течение 125 лет автомобильной истории, и которая, казалось, стала старомодной дисциплиной несколько лет назад».

Развитие подходов к повышению безопасности и энергоэффективности во все большей степени связывается с использованием корректных механических моделей, а также основанных на них комбинированных (мультидисциплинарных) моделей не только при проектировании (расчеты, имитация, оптимизация). Особое значение приобретает корректная работа таких моделей в режиме реального времени, при разнообразных, в том числе экстремальных условиях эксплуатации и действиях оператора. Подобные случаи предъявляют повышенные требования к быстродействию моде-

лей, их корректности при критических сочетаниях параметров. Кроме того, расчеты нагрузочных режимов на базе механических моделей остаются традиционно важными в исследованиях мобильных машин с выходом на вопросы их безотказности и долговечности, включая вероятностные оценки показателей указанных свойств.

Становление механики связано с именами Ньютона, Эйлера, Даламбера, Лагранжа, которые создали математические основы для составления уравнений движения механических объектов. Поэтому во многих учебных и научных источниках основное внимание уделяется **вопросам формирования математических моделей как исходному этапу процесса исследования механических объектов.**

С появлением методов компьютерной механики ситуация изменилась. Аналитические подходы классиков механики оказались непригодными для формального описания систем и построения их автоматизированного математического описания. Появилось достаточно много программных пакетов, в которых начальным этапом является построение механической, графовой или иной модели объекта. При этом уравнения движения формируются на последующем этапе, и, как правило, это происходит автоматически, без привлечения пользователя. Таким образом, все очевиднее становится положение о том, что **начальным этапом исследования механического объекта является его схематизация в виде объектной меха-**

нической модели, т.е. модели, состоящей из элементарных механических объектов (масс, упругих звеньев, демпфирующих элементов, фрикционных пар, разнообразных соединений и т.д.). При этом возникает проблема, каким образом формировать систему? Следует ли придерживаться каких-либо правил, ограничений, или можно соединять элементарные объекты произвольным способом? Каков начальный этап представления системы?

В этой связи можно принять во внимание отработанные правила представления заявок на изобретения. В них (например, Инструкция к Договору о патентной кооперации (РСТ), имеющая силу с 1 июля 2011) указывается, что при представлении изобретений в области механики и электротехники обязательно требуются чертежи заявляемого объекта. Описание объекта должно быть выполнено так, чтобы не было догадок и предположений о его конструктивном исполнении. Описание объекта начинают с описания его конструкции, рассматриваемой в статическом состоянии, затем дается описание рабочего процесса объекта.

Проведя аналогию, можно полагать, что чертеж играет роль механической модели, а описание рабочего процесса — это математическая модель, отражающая движение объекта. Следовательно, объектная модель предшествует формулам, которые описывают поведение объекта.

Формирование исходной механической модели — это творческий процесс. Исходная модель подлежит критическому анализу, обсуждению, в какой степени она отражает реальный объект. Составление математической модели — процесс формализованный или происходящий на основе определенных формализмов.

Ключевые вопросы, затрагиваемые в статье: 1) что первично, механическая модель или математическое описание объекта; 2) все ли механические модели корректны; 3) для всех ли математических моделей можно составить соответствующую механическую модель; 4) как квалифицировать математическую модель, которая не имеет механического аналога?

Цель и основная идея работы — показать целесообразность схематизации механических объектов в виде **регулярных механических систем**. Вводится понятие регулярной механической системы и динамической схемы. Подход, основанный на регулярных структурах, обеспечивает корректное представление объектов механики и возможность формирования их математических моделей в автоматизированном режиме по виртуально представленной механической системе.

Понятия «Multibody system» и «Multibody Dynamics». С развитием вычислительных методов и их применения к решению задач механики в англоязычной литературе начинают использоваться термины «Multibody system» и «Multibody Dynamics». В русскоязычной литературе их устоявшихся аналогов пока нет. Автор статьи в своих работах использует

термины «Многомассовая система», «Динамика многомассовых систем». Есть и иные переводы, например, «Динамика систем твердых тел», «Динамика многокомпонентных систем».

Англоязычная Wikipedia говорит о **Multibody system** следующее [5]: «Многомассовая система используется для того, чтобы моделировать динамическое поведение взаимосвязанных твердых и гибких тел, каждое из которых может подвергаться большим поступательным или вращательным перемещениям».

Таким образом, многомассовая система используется для решения задач кинематики и динамики в тех случаях, когда система совершает большие перемещения, особенно в робототехнике, транспортных средствах. Важной особенностью формализма, основанного на понятии многомассовой системы, является возможность алгоритмизации и компьютерной поддержки при моделировании, анализе и оптимизации систем произвольного вида, состоящих из многих тел.

Одной из первых монографий по данной тематике является переведенная на русский язык книга Й. Виттенбурга [6]. Следует отметить, что в ней рассматриваются в основном твердые тела, соединенные шарнирами, и для практического применения в расчетах транспортных средств эта работа мало пригодна.

В монографии, изданной в 2011 году под эгидой IFToMM (International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science — Международная федерация по теории механизмов и машин [7]), содержится глава [8], посвященная развитию направления Multibody Dynamics. В ней указывается, что историческое развитие динамики многомассовых систем рассмотрено в работах [9] и [10]. Первый международный симпозиум по динамике многомассовых систем прошел в Мюнхене, Германия, в 1977 [11]. С тех пор по данному направлению регулярно проводятся форумы мирового уровня. В 2005 году IFToMM учредил Technical Committee for Multibody Dynamics (Технический комитет по динамике многомассовых систем). Его цель — продвигать деятельность международного сообщества по динамике многомассовых систем и служить каналом коммуникации среди его участников. Комитет сосредотачивает свою деятельность по следующим трем аспектам: координация и поддержка конференций по своему направлению, публикация отобранных статей в журналах по динамике многомассовых систем, ведение веб-сайта [12].

Программные средства для расчета многомассовых систем. В работе [13] программные пакеты классифицированы на четыре класса. В таблице 1 представлены перечень и особенности характерных программных средств, обновленные с момента опубликования работы [13], предложенная классификация при этом сохраняет свою актуальность. За каждым из выделенных четырех классов программных пакетов стоит определенный методологический подход.

Таблица 1 — Классификация программного обеспечения для расчета многомассовых систем

Программное обеспечение	Разработчик (веб-сайт) Назначение программного пакета, особенности
Класс 1 «Тела и связи» Работа с трехмерными объектами, имеются средства для формирования связей между ними	
ADAMS	MSC Software (http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Adams.aspx) Моделирование широкого спектра механических систем
SimPack	INTEC GmbH (http://www.simpack.com) Механические системы, включая сложные многомассовые системы
CarSim, TruckSim, BikeSim, SuspensionSim	Mechanical Simulation Corp (http://www.carsim.com) Динамические испытания транспортных средств
Multibody Dynamics Simulation (MDS)	Concurrent Dynamics International (http://www.concurrent-dynamics.com) Моделирование многомассовых динамических авиационных, автомобильных и других приложений
SAMCEF Mecano	Samtech (www.samcef.com) SAMCEF Mecano allows the numerical simulation of 3D flexible multibody systems with any kind of kinematical joints or contact conditions between flexible bodies.
VORTEX	CMLabs Simulations (http://www.cm-labs.com) Внедорожные автомобили, машины и роботы Vortex puts your vehicles, robots, heavy equipment and more into high-fidelity synthetic environments for operator training, mission rehearsal, virtual prototyping and testing.
Класс 2 «Уравнения» Возможности составлять математическую модель объекта	
acsIX	The AEgis Technologies Group (http://www.aegistg.com) Динамика автомобиля и его компонентов The AEgis Technologies Group is now the largest provider of 3D visualization and embedded training devices for unmanned systems.
ExpertControl	ExpertControl GmbH (http://www.expertcontrol.com) Динамические модели на основе экспериментальных данных
SDX	Eclipse Software (http://www.sdynamix.com) Динамические системы на основе уравнений матанализа
SimCreator	Realtime Technologies (http://www.simcreator.com) Распределенные модели в реальном времени
VisSim	Visual Solutions (http://vissim.com) Комплексные динамические системы VisSim is a visual language for modeling and simulating nonlinear dynamic systems.
Класс 3 «Библиотеки узлов» Использование библиотек типов распространенных узлов	
20-SIM	Controllab Products B.V. (http://www.20sim.com) Электро-, гидро- и механические системы, включая их комбинации
LMS Imagine.Lab AMESim	LMS International (http://www.lmsintl.com/Imagine-amesim-suite) LMS Imagine.Lab AMESim offers a complete 1D simulation suite to model and analyze multi-domain, intelligent systems and predict their multi-disciplinary performance. Model components are described using validated analytical models that represent the system's actual hydraulic, pneumatic, electric or mechanical behavior
DYMOLA	Dynasim AB (http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola) Системы для автомобильных и технологических приложений
ITI-SIM Simulation	ITI GmbH (http://www.iti.de) Динамическое поведение технических объектов и систем

EASY5	MSC.Software (http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/Easy5.aspx) Моделирование динамических систем на основе схем Typical applications of Easy5 include control systems, hydraulics (including thermal effects), pneumatics, gaseous flow, thermal, electrical, mechanical, refrigeration, environment control, lubrication or fuel systems, and sampled-data/discrete-time behavior
Kinematic 3.0	Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси (http://www.oim.by) Объекты, представленные на основе типовых компонентов трансмиссии [14]
Класс 4 «Структурные компоненты» Описание объектов на уровне структуры	
MotionGenesis Kane 5.3	OnLine Dynamics (www.MotionGenesis.com) Символьное описание многомассовых объектов MotionGenesis Kane 5.3 is a fast, compact, highly-advanced symbolic manipulator with expert tools for mathematics code generation, and forces and motion
Visual Statics Dynamics	Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси (http://www.oim.by) Скоростной и силовой расчеты (Visual Statics) и динамический расчет (Dynamics) объектов, представленных на основе регулярных структурных компонентов [15], [16]
MapleSim	Maplesoft (http://www.maplesoft.com/products/maplesim/index.aspx) It combines graph theory with engineering mechanics in algorithms that automatically generate the system equations from the system model
NEWEUL	Institute of Engineering and Computational Mechanics, University of Stuttgart (http://www.itm.uni-stuttgart.de/research/neweul) NEWEUL comprises the computation of the symbolic equations of motion and the simulation of the dynamic behaviour
MBDyn	Politecnico di Milano (www.aero.polimi.it/~mbdyn) MBDyn is a full-featured initial-value problem solver for mechanical, aeroelastic and multidisciplinary problems

Класс 1 «Тела и связи». К этому классу отнесены универсальные программные пакеты, которые ориентированы на 3D-моделирование тел со связями между телами.

Класс 2 «Уравнения». В него вошли пакеты, облегчающие составление математической модели объекта. Их основные преимущества состоят в удобном применении для Hardware- и Software-in-the-Loop-моделирования и удобном взаимодействии с другими классами.

Класс 3 «Библиотеки компонентов». Этот класс составляют пакеты, в которых используются библиотеки типов и видов распространенных узлов. Они представляют собой достаточно удобные приложения, которые не требуют детального описания исследуемого объекта, что важно для сложных многомассовых систем, таких как роботы или автомобили. Однако пространство компонентов в любом пакете ограничено, что сужает универсализм и области применения пакетов данного класса.

Класс 4 «Структурные компоненты». Рассматриваемый класс охватывает пакеты программ, оперирующие более абстрактными объектами по сравнению с классом «Библиотеки компонентов». Такие пакеты используют символические, лингвистические и другие удобные виды представления объектов. Однако ряд методик и приложений в этом классе имеют определенные трудности применения, воз-

никающие из-за их чрезмерной абстрактности. Кроме того, они не представляют реальную конфигурацию объекта и модель конструкции в привычной для инженерных дисциплин форме. Разработанные в Объединенном институте машиностроения НАН Беларуси базовые версии пакетов [15], [16] призваны сохранить достоинства 4-го класса и при этом использовать изображения систем в максимально понятном пользователю-механику виде.

Представленные программные пакеты отражают разнообразие подходов к схематизации объектов механики. Наличие пакета, предоставляющего пользователю возможность «собирать» из компонентов систему, казалось бы, снимает проблему схематизации. Однако, как будет показано ниже, не все возможные варианты построения системы приводят к корректным решениям. Это еще раз подчеркивает актуальность проблемы построения корректных моделей механических систем.

Характерные примеры некорректной и неудачной схематизации механических объектов. В качестве примера, поясняющего проблему, рассмотрим механические модели, показанные на рисунке 1.

В случае, представленном на рисунке 1 *a*, момент в упругом звене E всегда равен нагружающему моменту M_0 . Этот случай не воспроизводит динамику, которая имеет место в реальных системах, обладающих массой. Введение в модель инерционной

массы с любым, сколь угодно малым моментом инерции J , принципиальным образом изменяет поведение модели. В случае, приведенном на рисунке 1 б, получается динамическая система, в которой происходит колебательный процесс. Максимальный момент в упругом звене $M_{\max} = 2M_0$. При этом не имеет значения величина податливости E . Как видно, некорректная схематизация приводит к существенной ошибке при динамическом расчете.

Второй пример представлен на рисунке 2. Схема по рисунку 2 а часто используется в учебной и научной литературе для моделирования ведущего колеса [17]—[19], а ее зеркальное отображение — для моделирования сцепления силового агрегата мобильной машины [20].

Анализ этой схемы показывает, что в ней упругое звено нагружается моментом, равным M_F , а, кроме того, невозможно осуществить замыкание фрикциона, в котором действует момент M_F , поскольку нельзя вычислить координаты безмассового конца упругого вала E . В работе [21] данная модель тестировалась в пакете Dymola с использованием стандартной библиотеки Modelica.Mechanics.Rotational. Показано, что модель не позволяет получить решение, процесс имитации прерывается. Таким образом, подобную модель нельзя использовать для имитации контакта колеса с дорогой или работы сцепления силового агрегата.

Очевидно, что модель по рисунку 2 б — корректная, в ней упругий момент может существенно превышать момент трения фрикциона, и его величина зависит от соотношения инерционных параметров, процесс замыкания может быть обеспечен при анализе скоростей замыкаемых масс J_{KA} и J_A .

Следующий пример (рисунок 3 а) иллюстрирует ситуацию, когда неудачная схематизация — присоединение демпфирующих элементов не к массе — существенно затрудняет формирование математической модели.

Для схемы, изображенной на рисунке 3 а, имеем

$$\left. \begin{aligned} 1) J_1 \ddot{\varphi}_1 + M_{1E} + M_{1K} &= 0; \\ 2) J_2 \ddot{\varphi}_2 + M_{2E} + M_{2K} &= 0; \\ 3) M_{1E} &= (\varphi_1 - \varphi_0) / E_1; \\ 4) M_{2E} &= (\varphi_0 - \varphi_2) / E_2; \\ 5) M_{1K} &= K_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0); \\ 6) M_{2K} &= K_2(\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_2); \\ 7) M_{1E} + M_{1K} &= M_{2E} + M_{2K} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где M_{iE} — упругий момент звена с индексом i ; M_{iK} — демпфирующий (диссипативный) момент звена; φ_i — угол поворота маховой массы J_i .

Чтобы сформировать расчетные зависимости необходимо исключить из уравнений угол φ_0 . Выполнив следующие преобразования.

Из 3) и 5), 4) и 6) соответственно получим

$$M_{1K} = \dot{M}_{1E} E_1 K_1; \quad M_{2K} = \dot{M}_{2E} E_2 K_2. \quad (2)$$

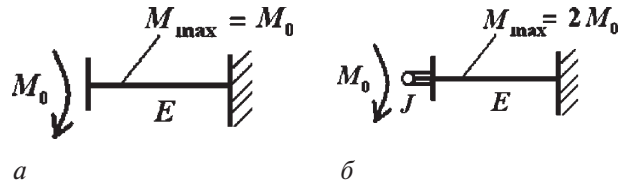


Рисунок 1 — Простейшая однозвенная механическая модель с приложенной нагрузкой: а — модель без массы; б — модель с массой

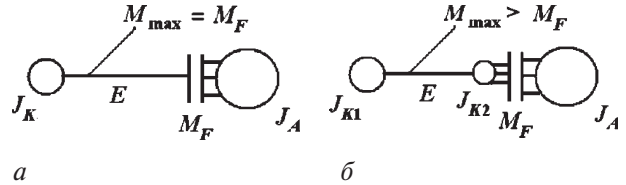


Рисунок 2 — Простейшая однозвенная механическая модель с фрикционом: а — модель без массы, примыкающей к фрикциону; б — модель с массами, примыкающими к фрикциону

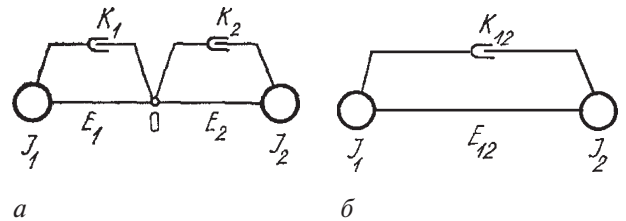


Рисунок 3 — Простейшие механические модели с демпфированием: а — модель, имеющая связи демпфирующих звеньев с безмассовой точкой 0; б — модель с демпфирующим звеном, связывающим массы

С учетом того, что $\omega = \dot{\varphi}$ имеем

$$\omega_1 - \omega_2 = \dot{M}_{1E} E_1 + \dot{M}_{2E} E_2. \quad (3)$$

После элементарных преобразований систему уравнений (1) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} 1) J_1 \dot{\omega}_1 + K_1(\omega_1 - \omega_2) + M_{12} + \Delta M &= 0; \\ 2) J_2 \dot{\omega}_2 - K_1(\omega_1 - \omega_2) - M_{12} - \Delta M &= 0; \\ 3) \dot{M}_{1E} &= \frac{(\omega_1 - \omega_2) K_2 - M_{1E} + M_{2E}}{E_1(K_1 + K_2)}; \\ 4) \dot{M}_{2E} &= \frac{(\omega_1 - \omega_2) K_1 + M_{1E} - M_{2E}}{E_2(K_1 + K_2)}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $K_{12} = K_1 K_2 / (K_1 + K_2)$; $M_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{E_1 + E_2} = \frac{M_{1E} E_1 + M_{2E} E_2}{E_1 + E_2}$;

$$\Delta M = \frac{E_2 K_2 - E_1 K_1}{(E_1 + E_2)(K_1 + K_2)} (M_{1E} - M_{2E}).$$

При определенном сочетании параметров упругих и диссипативных звеньев получаем $\Delta M = 0$, и уравнения (4) полностью соответствуют механической модели по рисунку 3 б.

Условия эквивалентности можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_1 K_1 = E_2 K_2, \text{ или } C_1 / C_2 = K_1 / K_2, \\ \text{или } \dot{M}_{1E} / \dot{M}_{2E} = M_{1K} / M_{2K}, \end{aligned} \quad (5)$$

где C — жесткость — величина, обратная податливости: $C=1/E$).

Данный пример показывает, что неудачная схематизация приводит к сложным и неформальным аналитическим действиям при получении расчетных уравнений даже для простой механической модели. В рассматриваемом случае достаточно добавить при схематизации массу J в точку 0 (см. рисунок 3 а), и проблема с формированием уравнений снимается.

Подобные примеры можно продолжить. Они широко представлены в работах [22]—[24]. Из данных примеров следует, что произвольное соединение элементарных механических объектов может приводить к некорректным механическим системам и/или к существенной сложности формирования их математических моделей.

Регулярные механические системы. У. Гренандер в работе [25], рассматривая проблему регулярности, отмечает: «Поиск регулярности — это доминирующая тема в попытках человечества понять окружающий мир. Любая попытка такого рода базируется на неявном или явном допущении о том, что явления природы и события искусственного мира, созданного человеком, подчиняются определенным законам, определяющим упорядоченность и структуру».

Однородный хаотичный мир был бы неустойчивым, непредсказуемым. Отдельные хаотические образования имеют место. Однако они не являются доминирующими. В доступном для понимания человеком подходе мир можно трактовать как совокупность достаточно устойчивых разнообразных образований — объектов, находящихся в различной степени взаимодействия.

Объект как часть окружающего мира есть исходный пункт изучения. В объекте в зависимости от интересов исследователя выделяются определенные системы.

Технические объекты, несомненно, регулярны. Термин «регулярность» используется, например, в работе [26], чтобы выделить зубчатые механизмы определенного типа из всего множества возможных вариантов зубчатых механизмов, которые могут быть образованы при любом неупорядоченном соединении зубчатых колес.

Сходная задача имеет место и в рассматриваемом нами вопросе: каким образом корректно схематизировать в виде механических систем объекты техники, в частности, мобильные машины и механизмы?

Предлагается **концепция регулярной механической системы**, смысл которой состоит в следующем.

Положение 1. Механическая система как исходный этап схематизации объекта механики, представляет собой совокупность основных звеньев (сосредоточенных масс) и безынерционных устройств (Devices), которыми эти массы соединяются (рисунок 4). Массы могут вступать в контактное взаимодействие.

Устройства, которые играют роль соединителей для инерционных компонентов и неподвижных звеньев, могут быть упругими и жесткими. Непосред-

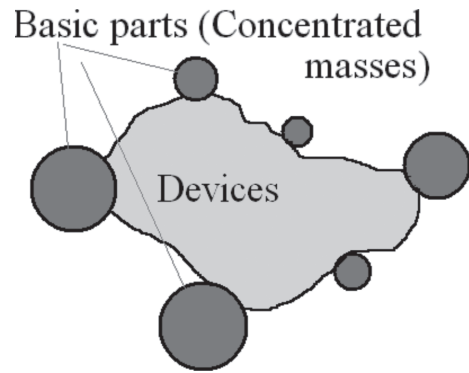


Рисунок 4 — Представление механической системы. Mechanical system = Basic parts (Concentrated masses) + Connecting Devices

ственная связь (не через массу) для соединителей запрещена. В этом состоит **принцип регулярности рассматриваемых систем**. Его нарушение может привести к неправильной схематизации, ошибкам, которые демонстрировались ранее, и другим.

Положение 2 (касается использования при схематизации конечных и бесконечных масс и жесткостей): массы, существенно превышающие величины остальных компонентов, заменяются неподвижными звеньями (стойками), а компоненты с высокой жесткостью — звеньями, не содержащими упругих составляющих.

Это положение направлено на получение корректных результатов для объектов, у которых упомянутые параметры имеют существенное расхождение. Оно вытекает из особенностей моделирования механических систем средствами компьютерной техники. В работе [27] показано, что чрезмерное повышение жесткости одного из звеньев механической системы приводит, начиная с определенного значения, к искажению результатов компьютерного динамического расчета. Кроме того, компьютер накладывает ограничения и на максимальные (минимальные) по абсолютной величине значения корректно воспринимаемых чисел. Поэтому возможность использования абсолютной жестких звеньев необходимо предусматривать при схематизации объектов механики.

Положение 3 отражает широкое использование в мобильных машинах муфт и тормозов в трансмиссионных системах, колес, взаимодействующих с опорной поверхностью, и формулируется следующим образом. Для описания узлов переменной структуры, с тем чтобы избежать рассмотрения многочисленных вариантов структурной организации механической системы под действием внешних и внутренних факторов, необходимо присутствие масс сопрягаемых узлов в явном виде, при всех возможных их состояниях: разомкнутом и замкнутом. В последнем случае они должны удерживаться как единое целое за счет действующих между ними связей (например, создаваемых силами трения).

Использование приведенных положений позволяет структурировать и автоматизировать формирование уравнений кинематики и динамики ме-

ханической системы, сделать их универсальными, не зависящими от состояния компонентов с переменной структурой.

Универсальная математическая модель, описывающая поведение регулярной механической системы, в общем случае содержит: 1) дифференциальные уравнения динамики упруго-инерционных и диссипативных фрагментов; 2) алгебраические уравнения для расчета фрагментов, включающих массы и их постоянные неупругие соединители; 3) логические уравнения, определяющие состояние элементов с переменной структурой (блокировка или проскальзывание).

До сих пор объект реального мира рассматривался в механическом представлении с использованием сходных понятий «механическая система», «механическая модель», «модель механической системы». Такое представление является необходимой первичной идеализацией реального объекта. Однако многие механические узлы на математическом макроуровне имеют одинаковое по структуре описание, отличающееся отдельными параметрами. При этом не воспроизводятся механические микросообщности, а применяются обобщенные характеристики. Например, для механических передач с одной степе-

ню свободы ($W = 1$) к таким характеристикам относятся передаточное число u_{12} и КПД η_{12} передачи (где 1 — входное, 2 — выходное звенья); для планетарных передач ($W = 2$) — аналогичные характеристики при остановленном звене 3: передаточное число $u_{12}^{(3)}$ и КПД $\eta_{12}^{(3)}$ и т.д. Такие характеристики определяют в результате испытаний узлов, и более детальную информацию по узлам обычно не приводят. Поэтому при описании сложных механических узлов целесообразно использовать их символическое представление и уже для него составлять математическую модель.

Символическое представление фрагментов механических систем. Динамические схемы. Для разнообразных по схемно-конструктивному исполнению устройств-соединителей, которые имеют различный вид, но одинаковое по структуре уравнений математическое описание, предлагается использовать обобщающие символические изображения. Примеры таких изображений для устройств «передача» и «дифференциал» показаны на рисунках 5 и 6.

Изображения механических систем, содержащие обобщенные символические виды устройств, названы **динамическими схемами** (в отличие от исходных механических моделей).

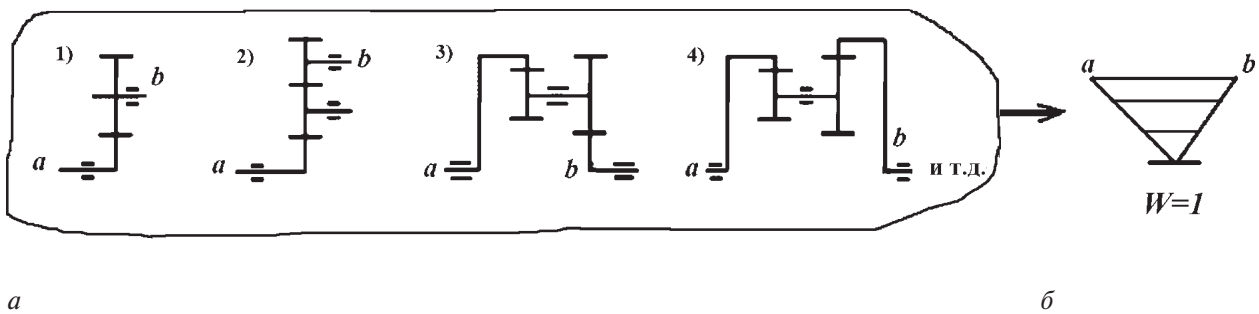


Рисунок 5 — Разнообразные виды устройств «передача» (а) и их обобщенное символическое изображение (б).
Число степеней свободы устройств $W = 1$

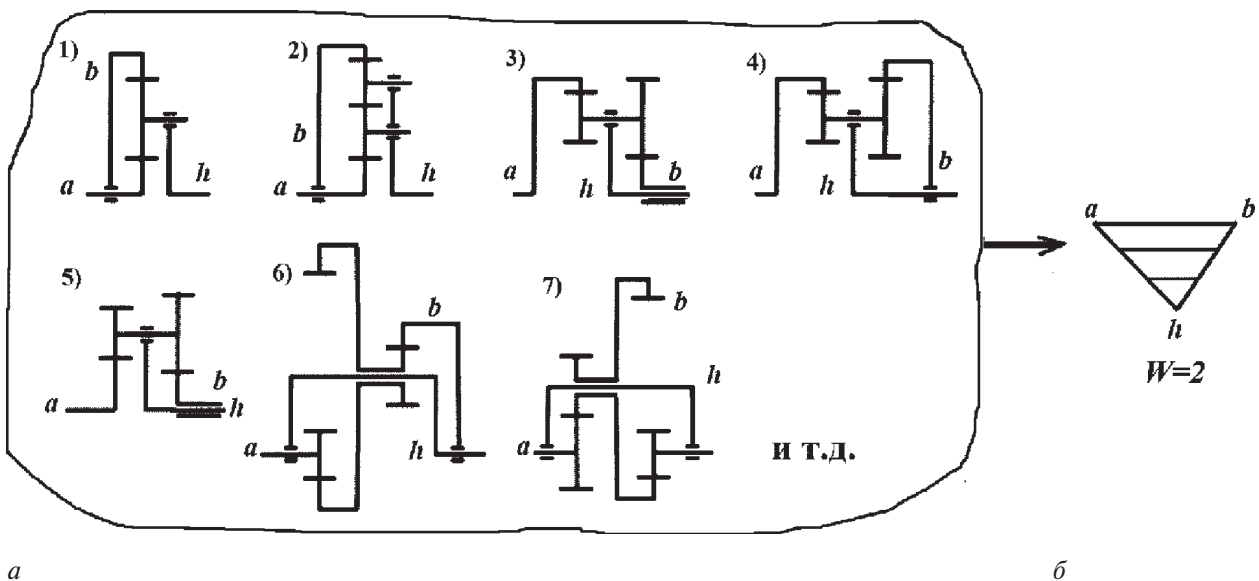


Рисунок 6 — Разнообразные виды устройств «дифференциал» (а) и их обобщенное символическое изображение (б).
Число степеней свободы устройств $W = 2$

Пример изображения планетарной коробки передач в виде механической модели и динамической схемы показан на рисунке 7.

Однородные механические системы. Однородные механические системы состоят только из поступательно (линейно) движущихся элементов или только из элементов вращательного движения. Базовые компоненты однородных систем приведены в таблице 2.

«Линейное звено» и «вал» могут быть жесткими либо упругими с податливостями e и E (см. таблицу). С некоторыми оговорками этими же признаками наделены «передача» «дифференциал».

Для описания внутреннего момента устройств с переменной структурой — муфт, тормозов — предлагается использование индикаторов состояния λ . Их применение позволяет получить универсальные урав-

нения движения для динамической схемы, которые не зависят от состояния (блокировка или скольжение) этих элементов [28]. В устройстве альтернативно действуют момент трения M_F (при пробуксовке) либо крутящий момент M_1 , который удерживает подвижные части муфты/тормоза в заблокированном состоянии. Альтернативное действие указанных моментов определяется величиной λ , которая в зависимости от параметров процесса и муфты/тормоза может принимать значения «1» (пробуксовка) либо «0» (блокировка).

Поступательно-вращательные системы (ПВС). Типичной ПВС для мобильной машины является колесо. На рисунке 8 представлена модель колеса как многомассовой системы, предлагаемая в качестве базовой содержательной модели разумной степени сложности, которая пригодна для воспроиз-

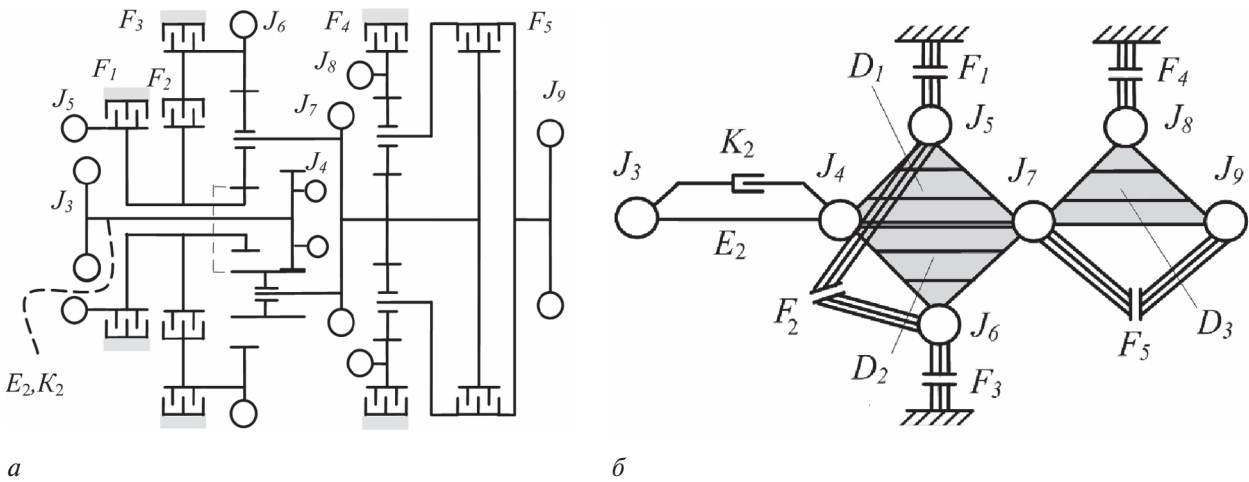


Рисунок 7 — Механическая модель (а) и динамическая схема (б) планетарной коробки передач

Таблица 2 — Базовые компоненты для построения однородных поступательных и вращательных систем

Компонент	Вид	Параметр
Неподвижное звено (стойка)		—
Поступательная система		
Масса		m
Линейный демпфер		k
Контакт с трением		F
Линейное звено (упругое или жесткое)		$\eta, (e)$
Вращательная (крутильная) система		
Маховая масса		J
Демпфер		K
Вал (упругий или жесткий)		$\eta, (E)$
Передача		$u_{12}, \eta_{12}, (E)$
Дифференциал		$u_{12}^3, \eta_{12}^3, (E)$
Муфта, контакт с трением при вращении		$M_C = (1-\lambda)M_1 + \lambda M_F$

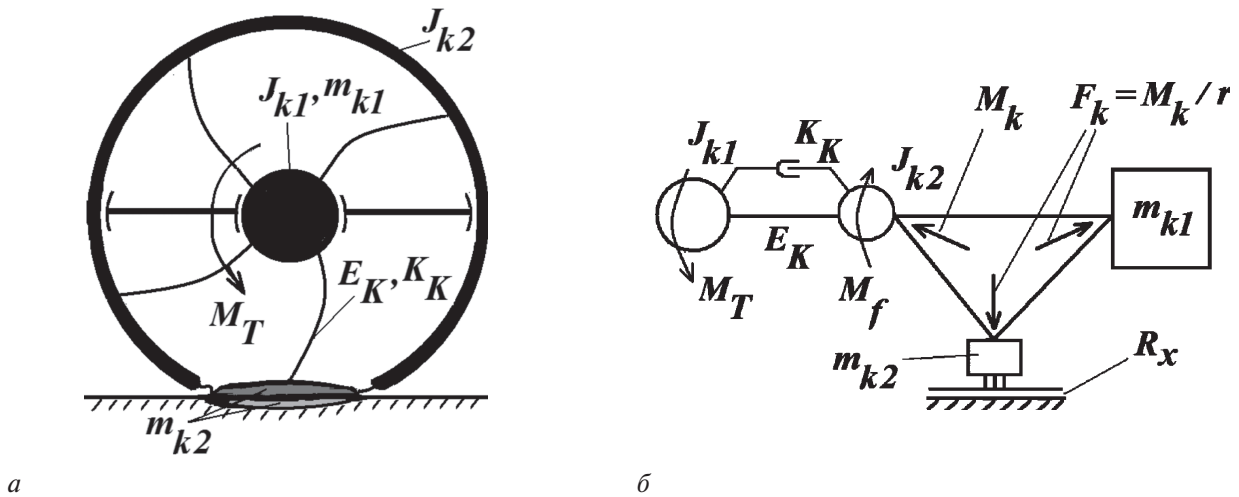


Рисунок 8 — Механическая модель (а) и динамическая схема (б) ведущего колеса

ведения режимов с упругим и неупругим буксованием колеса.

Ключевой элемент модели — разветвляющий узел « J_{k2} - m_{k1} - m_{k2} », который трансформирует крутящий момент M_k в пару сил F_k , действующих на массы m_{k1} и m_{k2} . При этом масса m_{k2} механической модели, строго говоря, включает массы колеса, контактирующие с опорной поверхностью, и «прилипающие» к ним массы опорной поверхности, которые в случае неупругого буксования перемещаются вместе с шиной. Элемент m_{k2} динамической схемы связан через фрикционный контакт с опорной поверхностью и может быть неподвижным либо буксующим. Его поведение описывается универсальными уравнениями динамики (вид которых не зависит от состояния контакта), составленными на основе метода внутренних моментов [28]:

$$m_{k2} \dot{v}_{k2} = F_k - R_x; \quad (6)$$

$$R_x = (1 - \lambda)F_x + \lambda F_\phi, \quad (7)$$

где F_x — сила в неподвижном контакте колеса с опорной поверхностью; F_ϕ — сила трения в контакте при буксующем колесе; λ — индикатор состояния контакта, значение которого определяется в ходе решения уравнений динамики ($\lambda = 1$ — при буксовании; $\lambda = 0$ — при неподвижном контакте). Сила трения в контакте F_ϕ описывается аналитически либо графиком в зависимости от параметров движения колеса; сила F_x определяется в ходе решения общей системы дифференциальных, алгебраических и логических уравнений динамики трансмиссионных и связанных с ними подсистем.

Колесо не исчерпывает класс ПВС. На рисунке 9 представлена классификация типовых ПВС применительно к автомобилю. В основе классификации лежат два признака: число степеней свободы W и тип ПВС. Тип M соответствует жестким, а тип E — упругим ПВС.

Для ПВС могут быть использованы правила схематизации в строгой формулировке первого положения о регулярных механических системах. Однако в ряде случаев целесообразно его представить в

более широкой формулировке **Положения 1А: устройства-соединители могут присоединяться к сосредоточенным инерционным массам и жестко связанным с ними звеньям.**

При этом в модель вводятся геометрические параметры для указания точки присоединения. Это позволяет сократить число инерционных компонентов в исходной механической модели.

Структура ПВС может быть описана так же, как и для трансмиссионных систем, построением регулярной динамической схемы и использованием матричного представления [28]. Связь между узлом e_{ij} и связанными с ним массами определяется коэффициентами «1» и «-1». Кроме того, матрица имеет коэффициенты, соответствующие линейным параметрам модели:

$$S_{isjk} = S_{mi} - S_{ejk}, \quad (8)$$

где S_{mi} — координата центра масс m_i ; S_{ejk} — координата k -й точки крепления узла e_{ij} .

Пространственная ПВС характеризуется двумя основными элементами: «Body (Тело)» и «Link (Связь)». «Body» — узел с массой и моментом инерции $\{m, J_s\}$, $s = x, y, z$. Он может иметь несколько точек крепления для расположенных на определенном расстоянии связях «Links». Под «Link» понимается упруго-диссипативный узел $\{e_s, k_s\}$, $s = x, y, z$; $e_s \neq 0$, где индекс s описывает ориентацию узла вдоль определенной оси.

Заключение. Обоснована концепция регулярной механической системы и построенные на ее основе правила схематизации механических объектов. Исходным этапом исследования объекта механики является рассмотрение механической системы и построение предметной регулярной механической модели. Математическая модель может формироваться только после завершения указанного этапа схематизации.

Для структуризации системы и последующего построения на этой основе математической модели может быть сформирована регулярная динамическая схема, в которой разнообразие по схемно-кон-

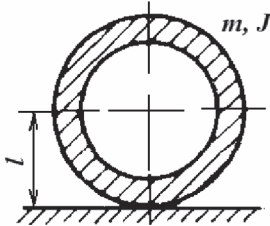
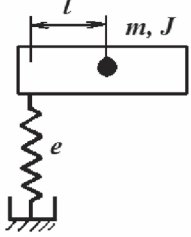
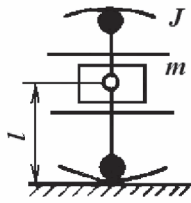
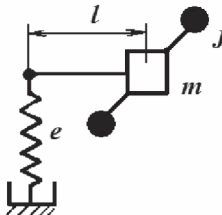

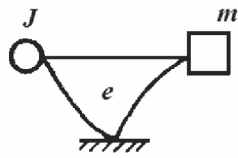
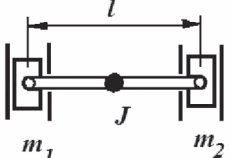
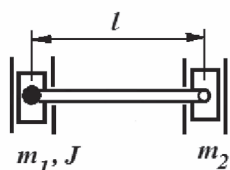
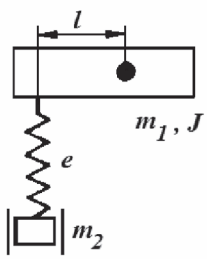
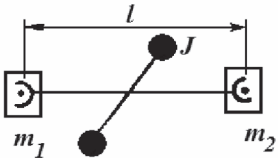
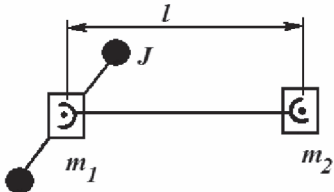
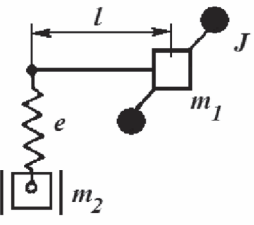
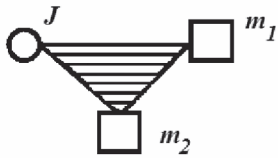
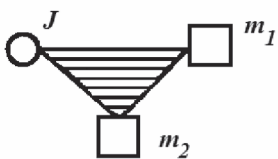
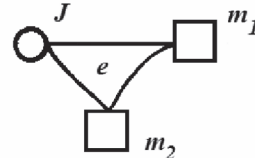
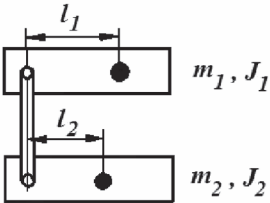
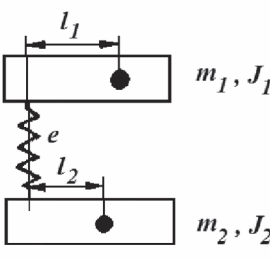
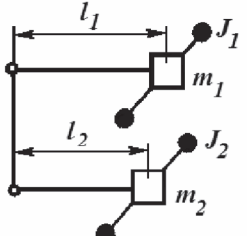
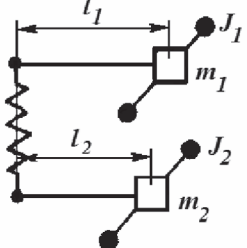
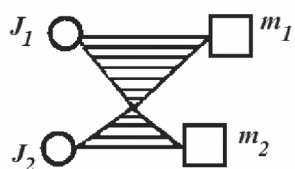
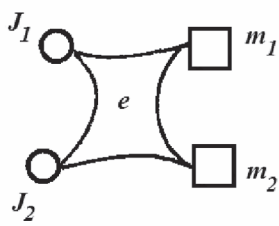
Поступательно-вращательная система	Механическая модель	Динамическая схема
<p>$W=1$</p> <p><i>Tun M</i></p>  <p><i>Tun E</i></p> 	 	 
<p>$W=2$</p> <p><i>Tun M</i></p>  <p><i>шш</i></p>  <p><i>Tun E</i></p> 	  	  
<p>$W=3$</p> <p><i>Tun M</i></p>  <p><i>Tun E</i></p> 	 	 

Рисунок 9 – Типовые регулярные модули ПВС, их механические модели и динамические схемы

структивному виду, но одинаковые по математическому описанию узлы представляются в единой символической (графовой) форме.

Исходная механическая модель с целью рационализации и сведения к более простому виду может быть подвергнута упрощению, приведению и другим операциям, которые наряду с вопросами автоматизированного формирования уравнений движения системы заслуживают отдельного рассмотрения.

Список литературы

1. Valsan, A. Trends, Technology Roadmaps and Strategic Market: Analysis of Vehicle Safety Systems in Europe / A. Valsan // International Automotive Electronics Congress, Paris, France. — 2006.
2. Minarcin, M.A. Challenges and Opportunities in Adoption of Hybrid Technologies in Medium and Heavy Duty Applications / M.A. Minarcin, E. Rask, M.R. Smith // SAE Technical Paper, 2011-01-2251. — 2011.
3. Rauh, J. System dynamics of electrified vehicles: some facts, thoughts, and challenges. / J. Rauh, D. Ammon // Vehicle System Dynamics. — 2011. — 49(7). — Pp. 1005—1020.
4. Альгин, В.Б. Основные направления в развитии мультидисциплинарной теории мобильной машины 2011 / В.Б. Альгин, В.Г. Иванов, Б.Н. Широков // Механика 2011: сб. науч. тр. V Белорусского конгресса по теорет. и прикладной механике, Минск, 26—28 окт. 2011 г.: в 2 т. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: М.С. Высоцкий [и др.]. — Минск, 2011. — Т. 1. — С. 80—98.
5. Multibody system [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/Multibody_system.
6. Виттенбург, Й. Динамика систем твердых тел / Й. Виттенбург. — М.: Мир, 1980. — 294 с.
7. International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.iftomm.org>.
8. Cuadrado, J. Role of MMS and IFToMM in Multibody Dynamics / Javier Cuadrado [et al.] // Mechanisms and Machine Science. Vol. 1: Technology Developments: the Role of Mechanism and Machine Science and IFToMM / Series Editor Marco Ceccarelli. — Springer, 2011. — Part 2. — Pp. 161—172.
9. Schiehlen, W. Multibody system dynamics: roots and perspectives / W. Schiehlen // Multibody System Dynamics. — 1997. — Vol. 1, No 2. — Pp. 149—188.
10. Shabana, A.A. Flexible Multibody Dynamics: Review of Past and Recent Developments / A.A. Shabana // Multibody System Dynamics. — 1997. — Vol. 1, No 2. — Pp. 189—222.
11. Dynamics of Multibody Systems / ed. K. Magnus. — Berlin: Springer, 1978.
12. IFToMM Technical Committee for Multibody Dynamics [Электронный ресурс]. — Режим доступа: www.iftomm-multibody.org.
13. Algin, V. Kinematic and dynamic computation of vehicle transmission based on regular constructs / V. Algin, V. Ivanov // Proceedings of 12th IFToMM World Congress, Besancon (France), 18—21 June, 2007; ed. by Jean-Pierre Merlet and Marc Dahan. — Besancon, 2007. — Paper A14. — 6 p.
14. Kinematic 3.0: комп. программа: св-во 271 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин, С.В. Ломоносов, В.М. Сорочан; правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № С20100148; заявл. 16.12.10; опубл. 27.12.10 // Реестр зарегистрир. компьютерных программ / Нац. центр интеллектуал. собственности. — 2010.
15. Скоростной и силовой расчет трансмиссии: комп. программа: св-во 105 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин, А.В. Вербицкий, Е.Н. Пянко; правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № С20090047; заявл. 24.08.09; опубл. 24.09.09 // Реестр зарегистрир. компьютерных программ / Нац. центр интеллектуал. собственности. — 2009.
16. Dynamics: комп. программа: св-во 270 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин [и др.]; правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № С20100147; заявл. 16.12.10; опубл. 27.12.10 // Реестр зарегистрир. компьютерных программ / Нац. центр интеллектуал. собственности. — 2010.
17. Молибошко, Л.А. Компьютерное моделирование автомобилей: учеб. пособие для студ. спец. «Автомобилестроение» / Л.А. Молибошко. — Минск: ИВЦ Минфина, 2007. — 280 с.
18. Динамика колесных машин: моногр. / И.С. Сазонов [и др.]. — Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2006. — 462 с.
19. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. — Минск: Дизайн ПРО, 2004. — 640 с.
20. Захарик, Ю.М. Научные основы обеспечения тягово-скоростных свойств грузовых автомобилей путем синтеза систем автоматического управления тяговыми режимами: дис. ... д-ра техн. наук / Ю.М. Захарик. — Минск: БНТУ, 2007.
21. Альгин, В.Б. Схематизация и динамический расчет мобильной машины. Системы с переменной структурой / В.Б. Альгин [и др.] // Механика машин механизмов и материалов. — 2008. — № 2. — С. 16—24.
22. Цитович, И.С. Динамика автомобиля / И.С. Цитович, В.Б. Альгин. — Минск: Наука и техника, 1981. — 191 с.
23. Альгин, В.Б. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора / В.Б. Альгин, В.Я. Павловский, С.Н. Поддубко. — Минск: Наука и техника, 1986. — 214 с.
24. Альгин, В.Б. Методика прогнозирования надежности и функциональных размеров сборочных единиц машин при проектировании. Ч. 3: Схематизация трансмиссии при динамических расчетах / В.Б. Альгин. — Минск: ИНДМАШ АН БССР, 1989. — Вып. 1: Построение и определение параметров динамической схемы. — 46 с.
25. Гренандер, У. Лекции по теории образов / У. Гренандер. — М.: Мир, 1983. — Т. 3: Регулярные структуры. — 432 с.
26. Крейнес, М.А. Зубчатые механизмы (выбор оптимальных схем) / М.А. Крейнес, М.С. Розовский. — М.: Наука, 1972. — 428 с.
27. Альгин, В.Б. Кинематический, динамический и ресурсный расчеты в механике машин / В.Б. Альгин [и др.] // Теорет. и прикладная механика: межвед. сб. науч.-метод. ст. — Минск: БНТУ, 2005. — Вып. 19. — С. 42—50.
28. Альгин, В.Б. Динамика, надежность и ресурсное проектирование трансмиссий мобильных машин / В.Б. Альгин. — Минск: Наука и техника, 1995. — 256 с.

Algin V.B.

Schematization and calculation of mobile machine presented as multibody system. Regular mechanical systems

The role and place of schematization is considered in calculating the mobile machine which is regarded as a multibody system. Unlike widespread approaches «Object — Equations — Solution», it is proved necessity of the initial stage for correct schematization of the object and the approach «Object — Mechanical system — Calculated model — (Symbolical model) — Equations — Solution». The concept of regular mechanical system, rules for construction of correct mechanical models consisting of elementary mechanical objects is offered and proved.

Поступила в редакцию 01.02.2012.