



МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3; 622.833

М.А. ЖУРАВКОВ, д-р физ.-мат. наук; Т.А. МАКАЕВА
Белорусский государственный университет, г. Минск

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТВЕРДЫХ УПРУГИХ СРЕД С УЧЕТОМ ИХ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ

Показаны возможные пути построения механико-математических моделей поведения деформируемых твердых упругих сред с учетом их внутренней структуры. Построения выполнены в рамках механики сплошных сред для статических задач деформирования упругих тел. Существенным обстоятельством при этом является то, что учет внутренней структуры среды не позволяет в качестве физических уравнений, описывающих поведение среды (связь между компонентами НДС), использовать закон Гука в стандартном виде. Получила развитие на пространственный случай модель, предложенная в [4] для двумерного случая, описывающая НДС массивов горных пород блочной структуры. Приводятся результаты выполненного на основе предложенной модели численного анализа НДС модельной конструкции (плиты) и сравнение полученных результатов с поведением конструкции, состояние которой описывается классической упругой моделью Гука.

Ключевые слова: блочная структура, модель деформирования, микроструктура, НДС, сплошность массива, линии скольжения

Введение. В настоящее время в большинстве случаев при решении задач из различных разделов и областей механики используются модели, в которых объект/тело рассматривается в приближении (квази)сплошной непрерывной средой, что подразумевает выполнение определенным образом усреднения по пространству свойств среды и параметров деформирования. В таких моделях учет наличия структурных неоднородностей различного масштабного уровня выполняется специальными методами и подходами, например введением специальных непрерывных функций, описывающих изменение физико-механических свойств тела [1]. Естественно, что введение таких функций является достаточно условным, так как приведенные (эффективные, интегральные и т.п.) механические свойства областей для случая значительных «резких» изменений свойств среды могут значительно отличаться от соответствующих реальных значений.

В то же время исследования последних лет убедительно показали, что при деформировании объектов сложного внутреннего строения существенную роль играют локальные деформации, обусловленные относительными перемещениями и деформациями его структурных составляющих.

Очевидно, что структура/микроструктура среды существенным образом влияет на характер ее деформирования и напряженное состояние (композиционные материалы, горные породы, мелкозернистые материалы, наноструктуры и т.д.).

Так, при разработке моделей разрушения геоматериалов, искусственных композитов необходимо принимать в расчет возможность образования блочной структуры, учитывать ее тип, соотношения размеров блоков и их ориентировку в пространстве, характер и тип деформирования как отдельных блоков, так и межблокового пространства.

Новые структуры в породных массивах могут формироваться и проявляться, например, при наступлении предельного состояния в породной толще [1, 2]. Деформирование такой среды в дальнейшем во многом определяется образовавшейся внутренней структурой. Например, блочная структура в массиве может образовываться таким образом, что сплошность массива при этом в целом сохраняется. В дальнейшем деформация такого объекта происходит за счет скольжения блоков друг относительно друга и, может быть, их поворотов.

При возникновении блочной структуры сопротивление породного массива деформированию уменьшается, но все же остается конечным. Оче-

видно, что в этом новом состоянии массива связь между напряжениями и деформациями отлична от общепринятой «классической» в механике деформируемого твердого тела. Следовательно, необходимы новые формы математической записи соотношений между компонентами НДС тела.

Следует упомянуть и такое новое направление в механике материалов, как создание принципиально новых материалов, способных проявлять программируемые, нелинейные деформационные свойства, вплоть до получения адаптивной (приспособительной) реакции на внешнее воздействие [3]. В частности, к таковым можно отнести ауксетики — материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона ν , способные расширяться/сужаться в направлении, перпендикулярном растяжению/сжатию соответственно.

Хотя, на первый взгляд, неположительность ν противоречит здравому смыслу, возможность существования таких материалов подтверждается известным соотношением теории упругости изотропных тел

$$\nu = (3K - 2\mu)/(6K + 2\mu),$$

где K, μ — модули объемной деформации и сдвига, положительные для стабильных материалов.

Отсюда следует, что отрицательные значения ν возможны при условии $\mu > 3/2K$, когда модуль сдвига превышает модуль объемной деформации более чем на 50 %. Таким образом, коэффициент Пуассона изотропного тела может находиться в пределах $-1 \leq \nu \leq 0,5$, хотя у большинства конструкционных материалов значения ν колеблются в пределах 0,2—0,4.

В настоящее время активно развиваются новые направления современной механики, требующие при построении механико-математических моделей для описания соответствующих механических процессов обязательного учета внутренней структуры среды/материалов. В данном контексте в первую очередь следует выделить создание новых материалов с заданными свойствами, причем как на макро-, так и микро- и наноуровнях. Естественно, актуальным является построение моделей, описывающих процессы разрушения тел и их напряженно-деформированное состояние с учетом образования новой внутренней структуры.

Расчеты, выполняемые на основе классической модели деформирования упругих тел, не содержат (микро)структурных параметров, и поэтому при применении проведенных расчетов к реальным задачам имеет место так называемая «неустраняемая погрешность». При этом уточнение численных алгоритмов решения сложных задач не ведет к уменьшению погрешности математической модели упругого деформирования по отношению к реальным объектам.

Для построения математических моделей деформирования материалов с учетом (микро)структуры используют различные подходы. Так, один из возможных подходов состоит в представлении

физических законов в дискретном виде, их разложении в ряды Тейлора с учетом величин до некоторого порядка по характерному размеру (микро)структуры. Другой способ состоит в представлении математической модели, заданной в дифференциальной форме, в разностном виде на сетке с шагом h , и построении разностного аналога непрерывной задачи с учетом величин до некоторого порядка N^* .

Рассмотрим далее задачи, в которых показаны возможные пути построения механико-математических моделей поведения деформируемых твердых упругих сред с учетом их внутренней структуры. Построения выполним в рамках механики сплошных сред для статических задач деформирования упругих тел.

Моделирование поведения материала блочной структуры. Рассмотрим механико-математическую модель, описывающую поведение породных массивов блочной структуры.

Очевидно, что при возникновении блочной структуры сопротивление породного массива деформированию уменьшается, но все же остается конечным. Данное явление характеризуется появлением на диаграмме «напряжение — деформация» ниспадающей ветви. Следовательно, в этом новом состоянии массива связь между напряжениями и деформациями отлична от стандартной. Области в породной толще, в которых формируется блочная структура и где в общем случае упругие соотношения между напряжениями и деформациями не выполняются, устанавливаются на основе определенных предельных условий. В выделенных областях строятся разрешающие системы уравнений, отличные от разрешающей системы уравнений для упругой задачи.

Построение механико-математических моделей, позволяющих изучать НДС массивов в зонах образования блочных структур, не является однозначной задачей и подходов к формированию таких моделей может быть достаточно много вследствие большого количества определяющих факторов и показателей, а также принятых гипотез и допущений.

При моделировании деформаций блочной структуры можно выделить несколько классов задач. В данном случае *рассмотрим деформирование блочной структуры в целом как сплошной твердой деформируемой структуры с различными внутренними связями между элементами.* При этом для данной задачи элементами являются отдельные блоки, а связями — межблоковые промежутки.

Существенным моментом при моделировании является выбор поведения собственно блоков и межблокового пространства. Блоки могут выбираться как жесткие тела либо как упругие. В свою очередь межблоковое пространство может рассматриваться как жесткое или упругое сцепление между соседними блоками. В связи с этим большое значение имеет знание свойств межблоковых промежутков с целью прогнозирования значений коэффициентов трения при возможных подвижках, вызывающих необратимые деформации массива.

Таким образом, для описания деформирования блочной структуры массива горных пород необходимо:

- знать физико-механические свойства отдельных элементов;
- знать физико-механические свойства межблоковых промежутков;
- определить условия статического (или динамического) равновесия системы блоков при заданном виде нагружения;
- установить порядок приложения нагрузок (или догружения) не только в каждой граничной точке множества блоков, но и внутри боковой структуры на межблоковых промежутках.

Следует при этом отметить, что траектория нагружения системы блоков может быть зарегистрирована только на внешних, но не на внутренних межблоковых границах.

Очевидно, что вариантов движения блоковой структуры и взаимодействия блоков в этой структуре может быть несколько. Рассмотрим случай моделирования в предположении деформирования блоков как твердых тел.

Наиболее естественным является, конечно, подход, при котором трение между блоками рассматривается в том виде, в каком оно есть на самом деле. Однако в этом случае возникает необходимость использования методов теории вероятностей в связи с тем, что набор блоков содержит хотя и счетное, но огромное число элементов. Кроме того, вариантов формирования блоков тоже бесконечно много. Поэтому даже возможностей современной вычислительной техники недостаточно для решения задачи в такой постановке.

Рассматривается деформирование блочной структуры в целом как сплошной твердой деформируемой структуры с различными внутренними связями между элементами. При этом элементами являются отдельные блоки, а связями — межблоковые промежутки. Считаем, что блоки намного «жестче», чем прослойки. Поэтому можно сказать, что блочная структура вначале деформируется за счет деформации прослоек.

Механическая модель элемента такой среды представляет собой подобие кубика Рубика: она состоит из связанной совокупности жестких недеформируемых параллелепипедов с мягкими деформируемыми прокладками.

Математическая модель описанной структуры массива горных пород на стадии проявления блочной структуры (проявление линий скольжения) без нарушения сплошности массива в целом состоит из уравнений равновесия Коши, уравнений неразрывности, граничных условий и физических уравнений, определяющих связь между напряжениями и деформациями.

Соотношения, определяющие связь между напряжениями и деформациями для массива блочной структуры, могут быть записаны в следующем виде [4]:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \lambda_1 \sigma_x; \\ \varepsilon_y = \lambda_2 \sigma_y; \\ \varepsilon_z = \lambda_3 \sigma_z; \\ \varepsilon_{xy} = \lambda_4 \tau_{xy}; \\ \varepsilon_{yz} = \lambda_5 \tau_{yz}; \\ \varepsilon_{xz} = \lambda_6 \tau_{xz}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\lambda_i = const$ — податливости межблоковых прослоек.

Закон деформирования массива вида (1) отражает модель поведения массива горных пород в случае образования в нем блочной структуры для трехмерного случая. Этот закон справедлив при выполнении условий, когда влияние компонент напряжений на сдвиговые процессы по сравнению с нормальными нагрузками пренебрежимо мало.

Решение модельной задачи. В качестве иллюстрации рассмотрим решение модельной задачи исследования НДС конструкции в виде плиты, лежащей на жестком основании и сжимаемой по двум боковым граням равномерно распределенной нагрузкой (рисунок 1). В качестве физических соотношений, определяющих поведение среды, принимаются уравнения (1).

Разрешающая система уравнений модельной задачи МДПТ состоит из трех дифференциальных уравнений равновесия Коши, шести физических уравнений (1), шести соотношений сплошности между компонентами перемещений и компонентами деформаций и соответствующих граничных условий.

Решение системы разрешающих уравнений строилось численно. Расчеты выполнялись в специализированном программном пакете для решения дифференциальных уравнений FlexPDE.

Далее в качестве примера получения конкретного решения, приведены некоторые результаты расчетов при следующих значениях исходных параметров: длина плиты — 5 м; ширина — 2 м; высота — 0,1 м; интенсивность нагрузки, действующей на боковых гранях, $F = 10^6$ Н/м²; модуль Юнга $E = 1,75 \cdot 10^9$ Н/м²; коэффициент Пуассона $\nu = 0,29$; коэффициент, обратный λ_1 , $C_1 = E/2$; коэффициент, обратный λ_2 , $C_2 = E$; коэффициент, обратный λ_3 , $C_3 = E$; коэффициент, обратный λ_4 ,

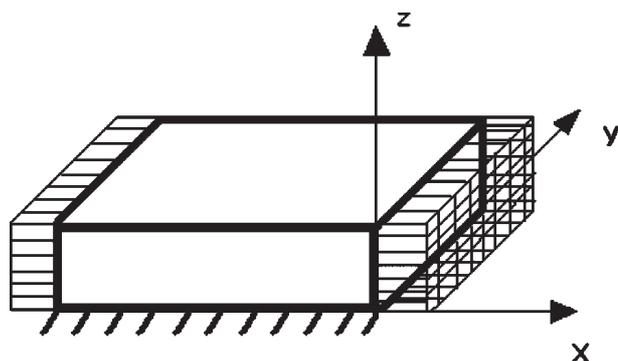


Рисунок 1 — Расчетная схема модельной задачи

$C_4 = 2G$. Остальные коэффициенты λ_i определяют- ся аналогичным образом. Здесь, как обычно, $G = E / (2 \cdot (1 + \nu))$ — модуль сдвига.

Отметим, что для данной численной модели в физических соотношениях (1) значение породы λ_2 и λ_3 в направлениях, перпендикулярных слоям, были приняты в два раза меньшими значению податливости массива вдоль направления слоев λ_1 .

Следует подчеркнуть, что далеко не всегда в лабораторных условиях удается определить упругие податливости λ_i массива с приемлемой точностью. Это обстоятельство приводит к необходимости комбинировать лабораторные, натурные и численные способы исследования.

Интересным, на наш взгляд, представляется сравнение полученного решения с решением подобной задачи, в которой в качестве физических уравнений, описывающих связь между компонентами напряженного и деформированного состояния, вместо соотношений (1) принят закон Гука.

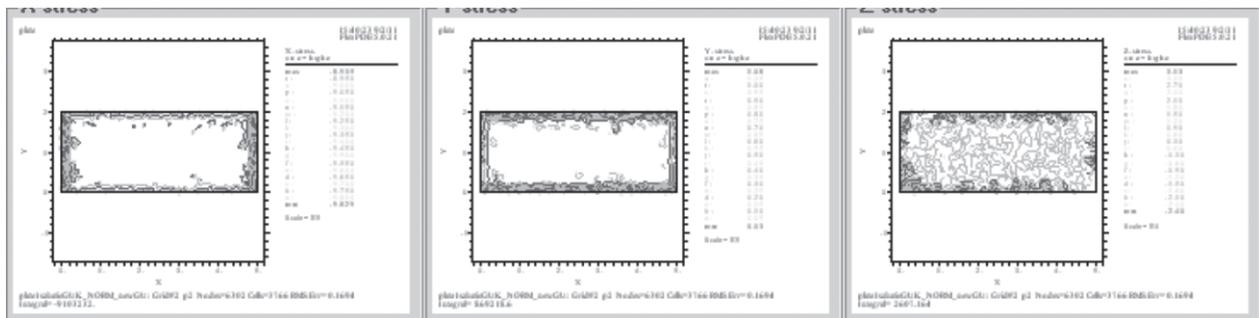
Для модельной задачи в упругой постановке физико-механические характеристики материала были взяты следующие: $F = 10^6$ Н/м²; $E = 1,75 \cdot 10^9$ Н/м²; $\nu = 0,29$.

На рисунках 2—5 приведены некоторые характерные результаты расчетов для двух рассмотренных модельных задач. На рисунках с аббревиатурой «а» приведены результаты для модели, в которой в качестве физических соотношений взят закон Гука, а с аббревиатурой «б» — результаты расчетов для модели, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (1).

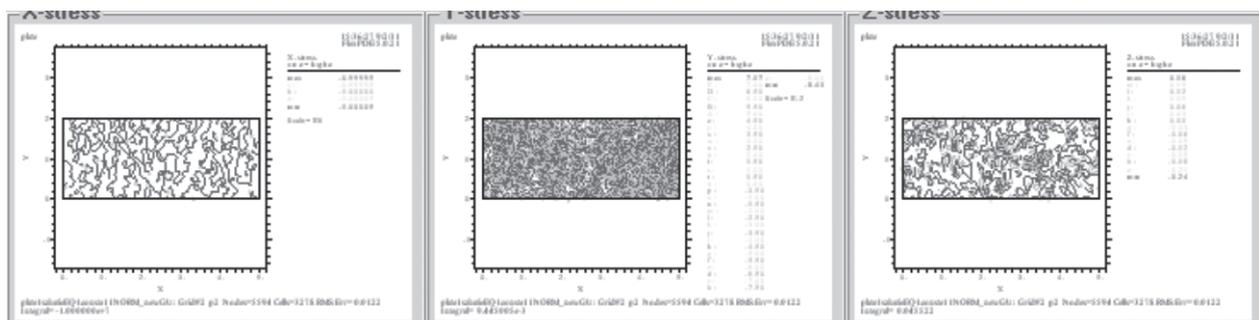
Как следует из результатов моделирования, деформационное состояние конструкции, состоящей из «блочных элементов», существенным образом отличается от НДС модели, закон поведения внутренних элементов которой описывается законом упругости Гука.

Так, например, плита из материала, в котором в качестве физических соотношений взят закон Гука, сжимается по оси действия боковой сжимающей нагрузки и расширяется в перпендикулярном направлении. В то же время плита, состоящая из блочных элементов, в процессе сжатия вдоль одной оси сжимается в обоих направлениях и, кроме того, испытывает сдвиг. Величина сдвига зависит от характеристик, связывающих компоненты НДС в уравнениях (1) (см. рисунок 5).

Математическая модель деформирования ауксетичного пороматериала. В данном разделе рассмотрим материалы с «аномалией» упругого поведения, заключающейся в том, что коэффициент Пуассона принимает отрицательные значения. Такая аномалия свойственна, например, ауксетичным материалам с вогнутой формой ячеек [3, 5]. Не исключено, что образование блочной структуры в массивах горных пород, рассматриваемых как многофазная среда, может приводит к ситуациям, допускающим моделирование массива как ауксетичного материала. Так, например, при построении модели для изучения дилатансии горных пород на стадии, соответствующей ниспадающей ветви диаграммы деформирования [1], можно вполне воспользоваться подхо-

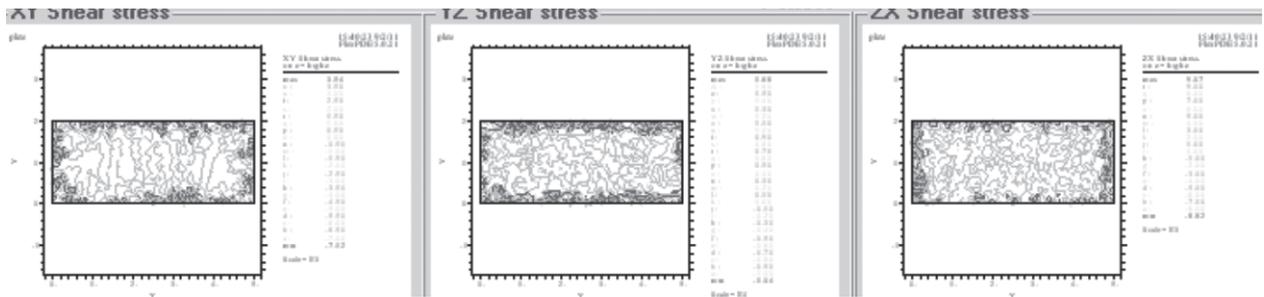


а

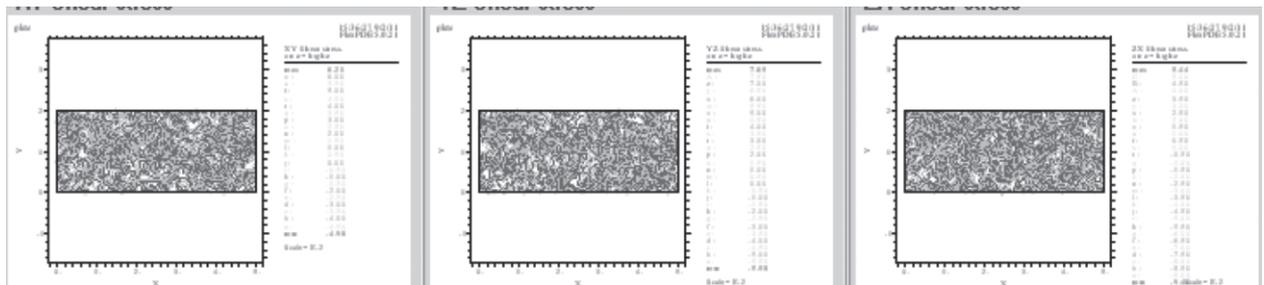


б

Рисунок 2 — Картины распределения соответственно напряжений σ_x , σ_y , σ_z на верхней грани плиты

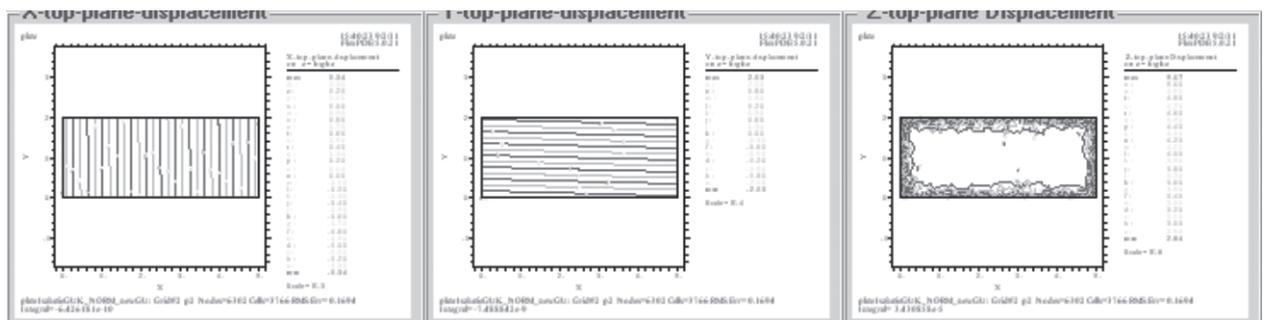


a

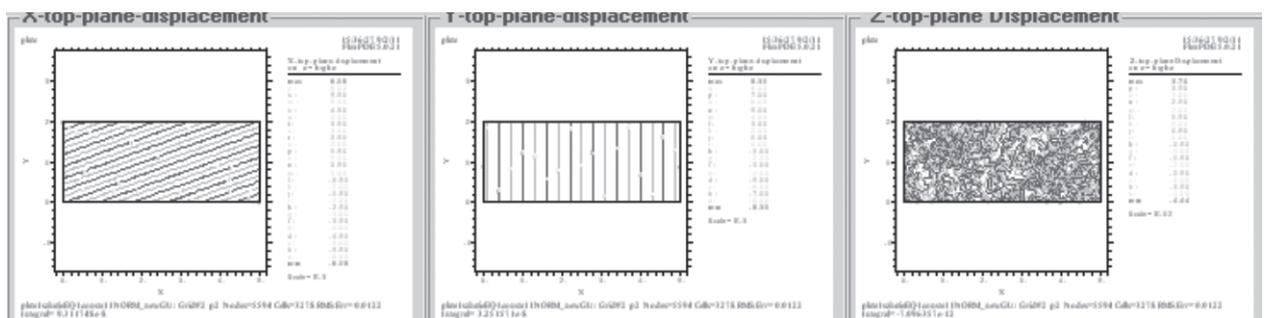


б

Рисунок 3 — Картины распределения соответственно напряжений τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz} на верхней грани плиты



a



б

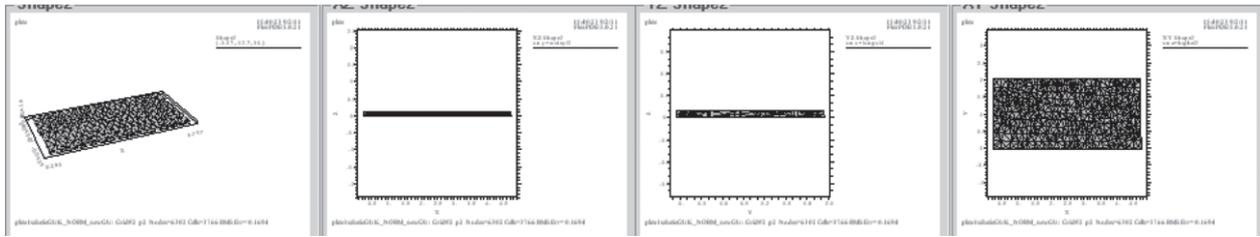
Рисунок 4 — Перемещения соответственно u_x , u_y , u_z на верхней грани плиты

дами, применяемые при изучении ауксетичных материалов.

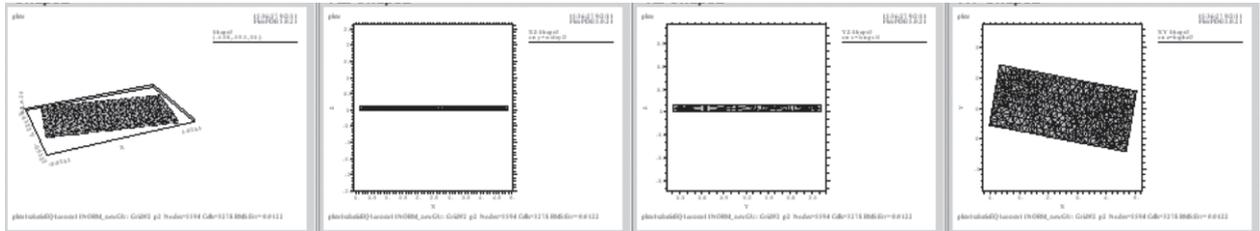
При построении модели деформирования ауксетичного материала его структурная единица может моделироваться упругими стержневыми элементами (рисунок б). Воспользовавшись подходом, описанным, например, в работах [6—8], можно

построить модель поведения материала для двумерной стержневой структуры, которая рассматривается как модель пористого материала.

Замечание. В работе [6] предполагалось, что стержни являются абсолютно жесткими, а их соединение обеспечивается идеальными шарнирами. Такие допущения затрудняют сопоставление указанной



a



b

Рисунок 5 — Общий вид модельных конструкций и их проекции на соответствующие плоскости после деформирования

модели с реальным материалом. В настоящем исследовании, подобно [6], учитывается конечная жесткость стержней при растяжении и изгибе.

Для анализа деформирования использован метод, разработанный в работе [8] при создании двумерной модели пеноматериала с шестиугольными ячейками.

Соотношения, описывающие связь между компонентами напряженного и деформированного состояний для среды с рассматриваемой структурой, имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = a_{11}\varepsilon_{xx} + a_{12}\varepsilon_{xy} + a_{13}\varepsilon_{yy}; \\ \sigma_{xy} = a_{12}\varepsilon_{xx} + a_{22}\varepsilon_{xy} + a_{23}\varepsilon_{yy}; \\ \sigma_{yy} = a_{13}\varepsilon_{xx} + a_{23}\varepsilon_{xy} + a_{33}\varepsilon_{yy}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь a_{ij} — компоненты тензора модулей упругости материала.

Итак, математическая модель для рассматриваемой деформируемой среды состоит из уравнений равновесия Коши, уравнений неразрывности, граничных условий и физических уравнений (2), оп-

ределяющих связь между напряжениями и деформациями.

Нетрудно показать, что рассматриваемая модель анизотропного материала обладает аномалией упругого деформирования — отрицательным коэффициент Пуассона.

Для исследования влияния структуры материала был выполнен *сравнительный анализ поведения конструкций из ауксетичного материала и «обычного» упругого материала*. В обоих случаях были взяты сопоставимые физико-механические характеристики материалов.

В качестве расчетной модели рассмотрим классическую задачу механики о деформировании балки, жестко заделанной одним концом, и испытывающей постоянную распределенную нагрузку по всей длине (рисунок 7).

В соответствии с введенными предположениями для первой из модельных задач в качестве физических соотношений, определяющих поведение среды, были взяты уравнения (2). Разрешающая система уравнений модельной задачи МДТТ состоит из двух дифференциальных уравнений равновесия Коши, трех физических соотношений (2), трех соотношений сплошности и соответствующих граничных условий.

Вторая модельная задача представляла собой решение задачи линейной теории упругости для конструкции, представленной на рисунке 7. То есть

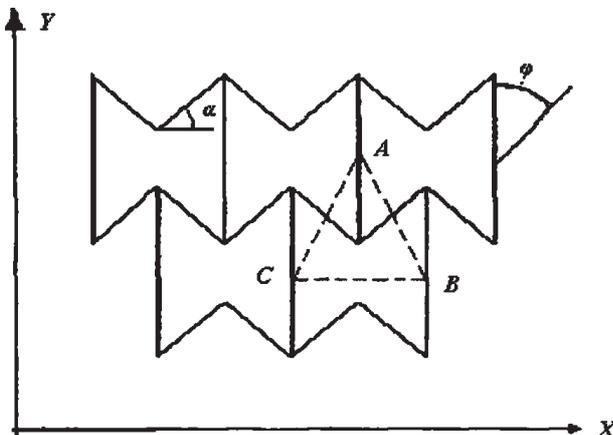


Рисунок 6 — Двумерная модель пористого материала

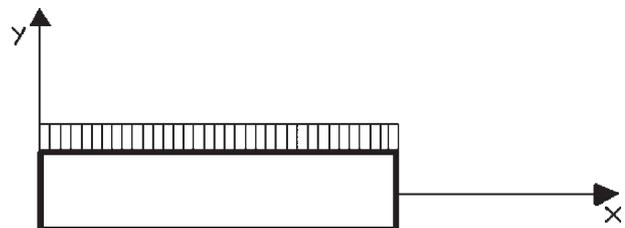


Рисунок 7 — Модельная задача

в этом случае физическими уравнениями, определяющими связь между компонентами НДС, являются уравнения классического закона Гука.

Решения систем разрешающих уравнений строились численно. Расчеты выполнялись на основе специализированного программного пакета для решения дифференциальных уравнений FlexPDE.

При выполнении численных расчетов были выбраны следующие значения параметров:

- для задачи классической теории упругости: коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; модуль Юнга $E = 6,37576 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$; длина балки $L = 1,0 \text{ м}$; толщина балки $h = 0,2 \text{ м}$.

- для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (1): коэффициент Пуассона $\nu = -0,188949$; модуль Юнга по оси x $E_x = 6,375746 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$; модуль Юнга по оси y $E_y = 4,92174 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$; модуль сдвига $G = 6,73362 \times 10^7 \text{ Н/м}^2$; длина балки $L = 1,0 \text{ м}$; толщина балки $h = 0,2 \text{ м}$; объемная доля армирующей фазы $V_f = 0,1 \text{ м}$; угол, характеризующий форму ячеек модели, $\alpha = 6^\circ$; модуль Юнга стержней, используемых для построения ячейки периодичности $E_m = 22,0 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$; коэффициент Пуассона стержней, используемых для построения ячейки периодичности $\nu_m = 0,3$; отношение длин вертикального и наклонного стержней $r = 2$; угол нагружения $\varphi = 0^\circ$.

Как видно, в математической модели, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (2), в отличие от стандартной упругой модели, фигурирует более двух параметров: параметр r , угол α , объемная доля армирующей фазы V_f , коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала стержней ν_m и E_m соответственно. За

счет большего числа параметров, которые определяют поведение среды при деформировании, представляется возможным моделировать более сложные зависимости между напряжениями и деформациями.

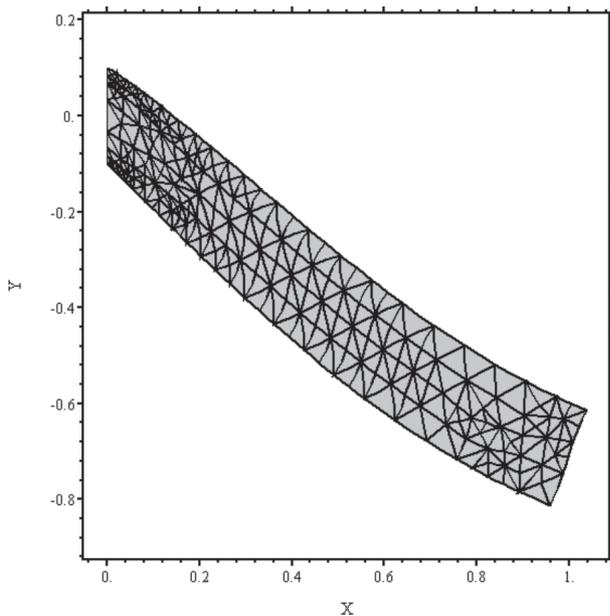
На рисунках 8–12 представлены деформированные формы балок для рассмотренных модельных задач.

Выводы. В статье рассмотрены механико-математические модели, описывающие поведение деформируемых твердых сред с учетом их внутренней структуры. Модели построены в рамках механики сплошных сред для статических задач деформирования упругих тел. Существенным обстоятельством при этом является, что учет внутренней структуры среды не позволяет в качестве физических уравнений, описывающих поведение среды (связь между компонентами НДС), использовать закон Гука в стандартном виде.

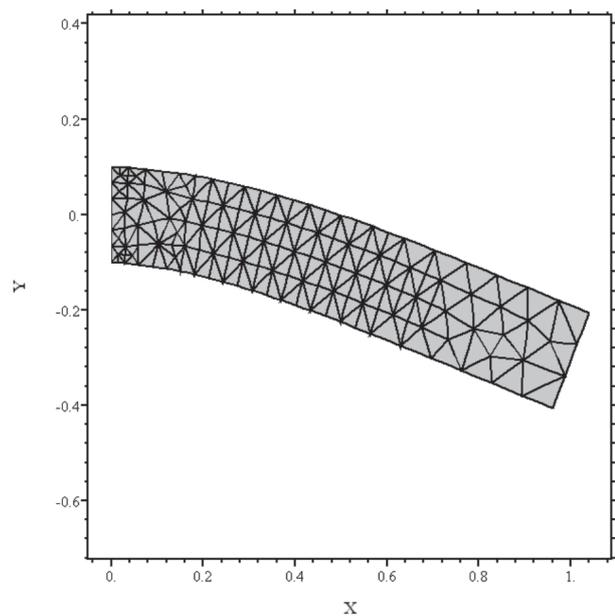
Получила развитие на пространственный случай модель, предложенная в [4] для двумерного случая, описывающая НДС массивов горных пород блочной структуры.

Приводятся результаты выполненного на основе предложенной модели численного анализа НДС модельной конструкции (плиты) и сравнение полученных результатов с поведением конструкции, состояние которой описывается классической упругой моделью Гука.

Рассмотренная в статье модель поведения массива позволяет учесть образование блочной структуры в первоначально сплошном массиве. Варьирование параметрами податливости λ_i позволяет рассматривать различные варианты формирования новой среды.



а



б

Рисунок 8 — Деформированное состояние рассматриваемой конструкции для модельных задач: а — физические соотношения вида (2); б — в качестве физических соотношений принят закон Гука

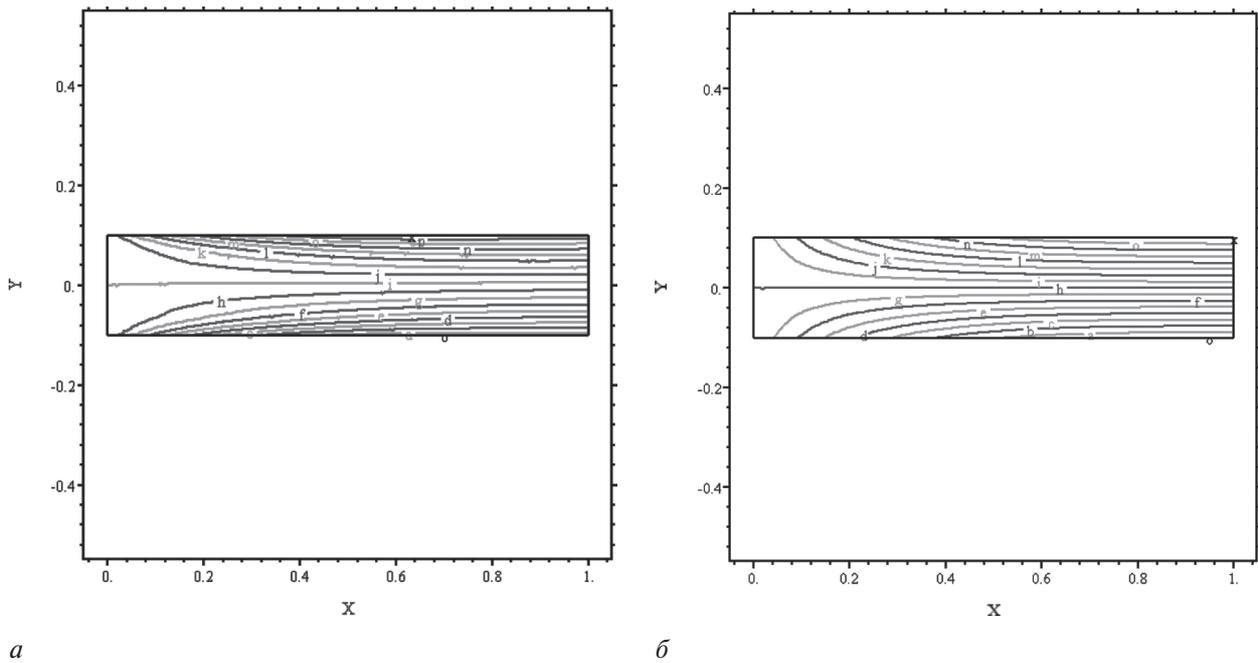


Рисунок 9 — Горизонтальные смещения в балке для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (2) (а) и закон Гука (б)

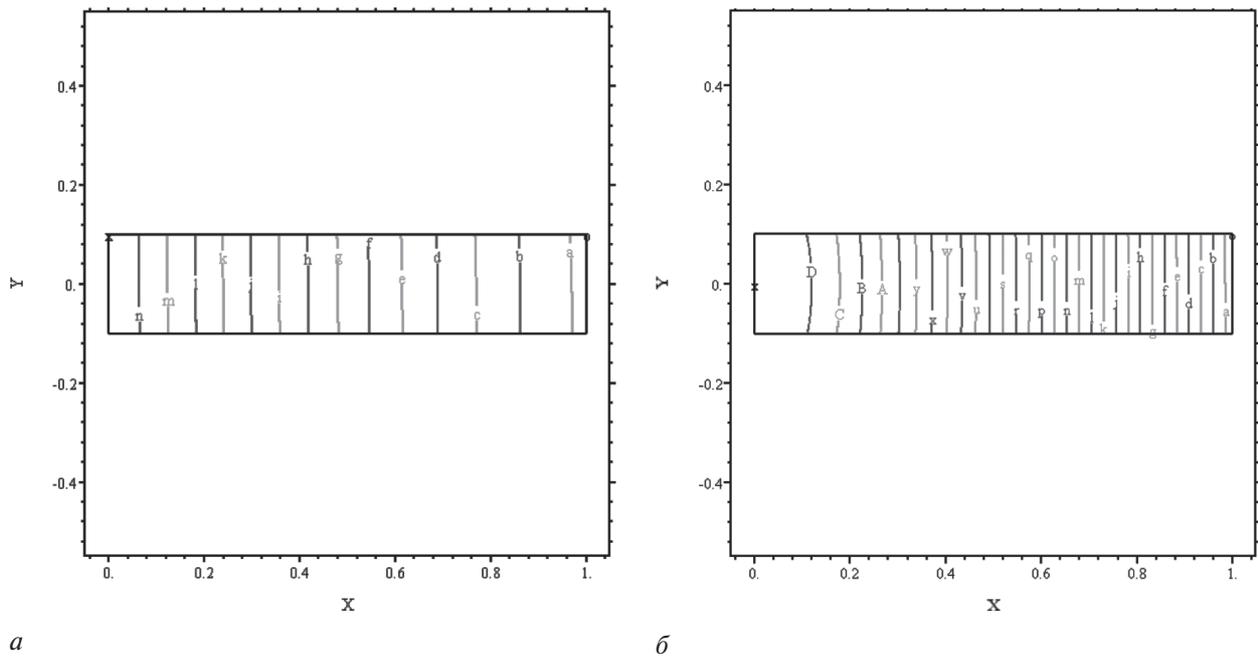


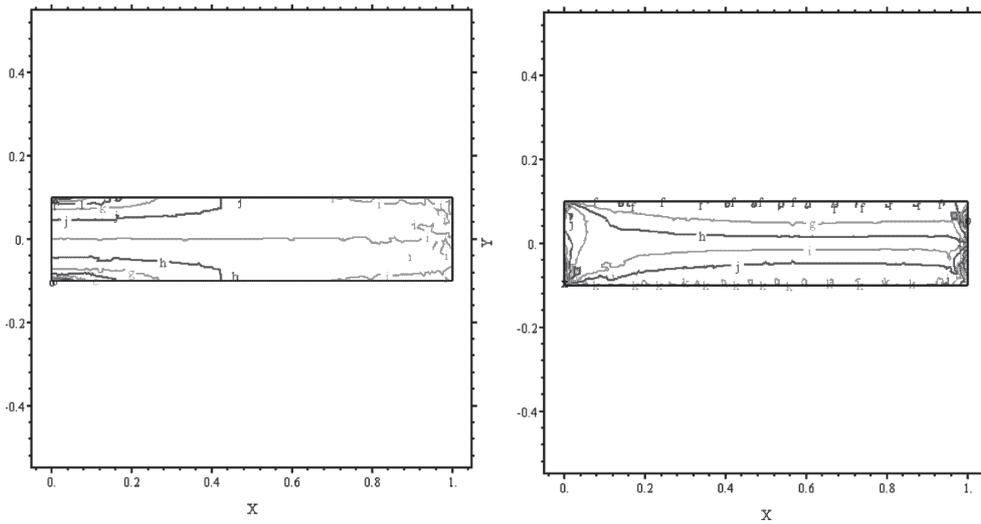
Рисунок 10 — Вертикальные смещения в балке для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (2) (а) и закон Гука (б)

Используя предложенную модель, описывающую поведение среды после образования в ней блочной структуры, и задавая различные значения параметров λ_p , можно выполнить модельные исследования и изучить поведение среды при различных качественных изменениях ее структуры.

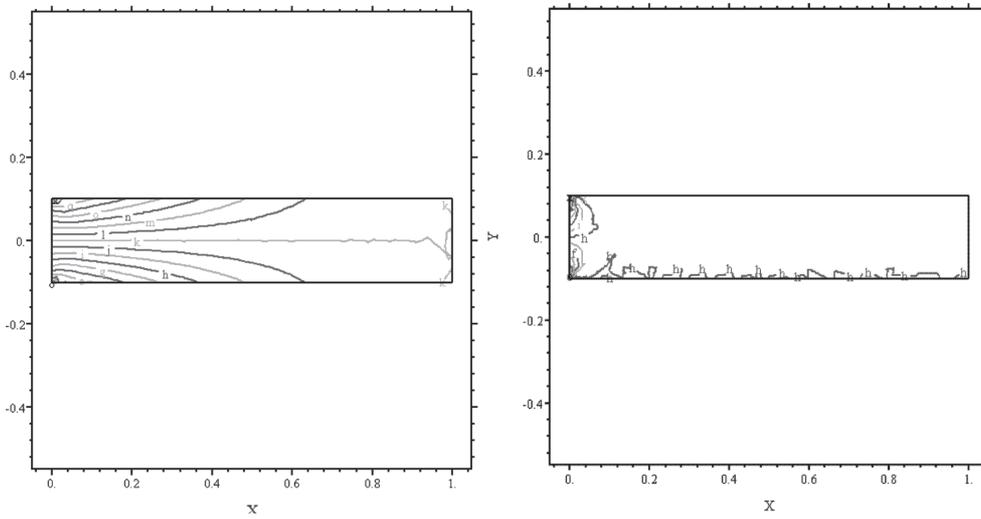
В качестве следующей модельной задачи рассмотрена модель деформирования ауксетичного пороматериала (среда с отрицательным коэффициентом Пуассона). Выполнено решение модельной задачи о деформировании защемленной

балки. Выполнен сравнительный анализ поведения конструкций из ауксетичного материала и «обычного» упругого материала. Результаты расчетов показали, что картина деформирования ауксетичного материала качественно отличается от деформирования упругого материала.

Результаты выполненных исследований получат развитие и будут использованы при выполнении прикладных исследований, связанных с построением моделей, описывающих поведение массивов горных пород в запредельной стадии де-

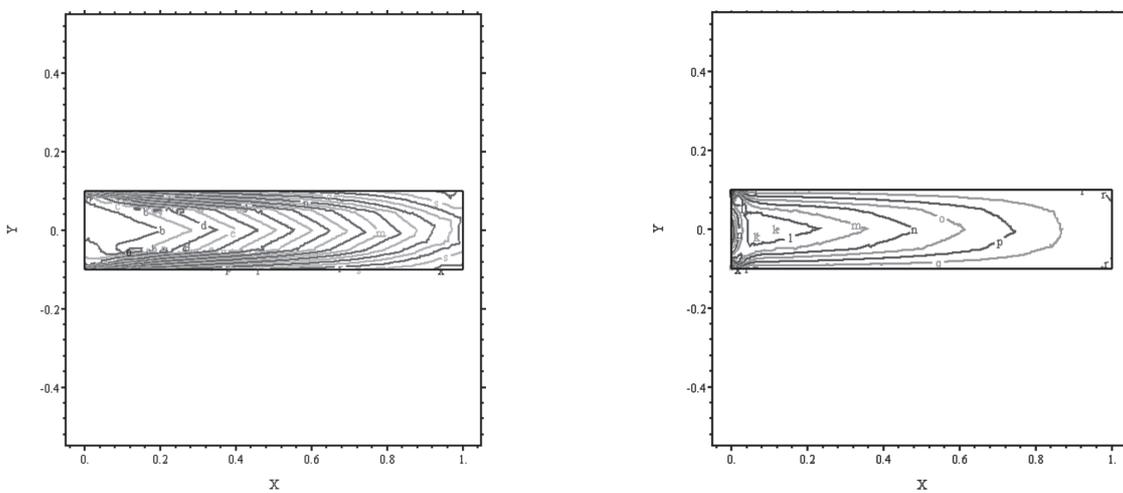


a



б

Рисунок 11 — Главные напряжения σ_{xx} , σ_{yy} в балке для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (2) (*a*) и закон Гука (*б*)



a

б

Рисунок 12 — Касательные напряжения τ_{xy} в балке для модельной задачи, в которой в качестве физических соотношений взяты уравнения (2) (*a*) и закон Гука (*б*)

формирования [1], и решением задач механики горных пород и массивов для конструкций и элементов подземных сооружений, находящихся на стадии запредельного деформирования. Рассмотренные в статье модельные задачи для широкого класса задач геомеханики можно использовать в качестве базовых моделей.

Список литературы

1. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов) / М.А. Журавков. — Минск: БГУ, 2002. — 456 с.
2. Журавков, М.А. Компьютерное моделирование в геомеханике / М.А. Журавков [и др.]; под общ. ред. М.А. Журавкова. — Минск: БГУ, 2008. — 443 с.
3. Плескачевский, Ю.М. Ауксетики: модели и приложения / Ю.М. Плескачевский, С.В. Шилько // Вести НАНБ. — 2003. — № 4 — С. 58—68.
4. Чанышев, А.И. Математические модели блочных сред в задачах механики. Ч. 1. Деформация слоистой среды / А.И. Чанышев, Л.Л. Ефименко // ФТПРПИ. — 2003. — № 3. — С. 72—84.
5. Конек, Д.А. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона / Д.А. Конек // Механика композиционных материалов и конструкций. — 2004. — Т. 10, № 1. — С. 35—69.
6. Almgren, R.E. An isotropic three dimensional structure with Poisson's ration = -1 / R.E. Almgren // J. Elasticity. — 15 (1985). — Pp. 427—430.
7. Шилько, С.В. Деформационные характеристики обращенной неоднородной структуры при растяжении / С.В. Шилько, А.И. Столяров // Материалы, технологии, инструмент. — 1996. — № 2. — С. 64.
8. Warren, W.E. The effective elastic properties of low-density foams / W.E. Warren, A.M. Kraunik // The winter annual meeting of the ASME, Boston. — 1987. — Pp. 123—145.

Zhuravkov M.A., Makaeva T.A.

Mechanics and mathematical models for behavior of the deformable solid and elastic mediums with regard to their internal structure

The article shows the possible ways of building mechanical and mathematical models of the behavior of deformable solid and elastic mediums with regard to their internal structure. The constructions are made in the framework of continuum mechanics to static problems of deformation of elastic bodies. The considerable factor in this is that the internal structure of the accounting environment does not allow a physical equations describing the behavior of the environment (the connection between the components of the stress-strain state), using Hooke's law in standard form. The model was developed for three-dimensional case which proposed in [4] for two-dimensional case, describing the stress-strain state of rock massifs of the block structure. The results performed on the basis of the proposed model, the numerical analysis of the stress-strain state of the model structure (plate) and then comparing the results with the behavior of structures whose state is described by the classical Hooke's elastic model.

Поступила в редакцию 05.09.2011.