УДК 539.3

Ф.С. ЛАТИФОВ, д-р физ.-мат. наук, Р.А. ИСКЕНДЕРОВ, канд. физ.-мат. наук
Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г. Баку

И.М. ДЖАФАРОВА
Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕБРИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ И ОСЕВОГО СЖАТИЯ

Статья посвящена исследованию устойчивости усиленных поперечными и продольными ребрами цилиндрических оболочек, заполненных упругой средой при равномерном внешнем давлении и продольном сжатии. Принимая оболочку конструктивно-ортотропной, с применением асимптотического метода получены формулы для параметра критических напряжений. Проведен анализ влияния параметров внешней среды на параметры критических напряжений.

Ключевые слова: *ребристая оболочка, упругая среда, устойчивость, критическое напряжение, конструктивно-ортотропная оболочка*

Введение. Тонкостенные оболочечные конструкции находят широкое применение в ракетостроении, самолетостроении, судостроении и строительстве. Для придания большей жесткости оболочки подкрепляются ребрами. При этом незначительное увеличение массы конструкции существенно повышает ее прочность. Поэтому разработка теории и методов расчета на устойчивость подкрепленных цилиндрических оболочек с учетом внешних воздействий является актуальной задачей, имеющей большое практическое значение.

Описанные в литературе решения относятся преимущественно к подкрепленной цилиндрической оболочке без среды [1]. В работах [2—5] решены задачи об устойчивости подкрепленных различными системами ребер цилиндрических оболочек с заполнителем при действии различных нагрузок, изменяющихся во времени. Однако задачи устойчивости таких конструкций с учетом их контактного взаимодействия со средой практически не изучены. Отметим также, что устойчивость гладких цилиндрических оболочек с заполнителем достаточно полно исследована в работах [6, 7].

Постановка задачи. Под конструктивно ортотропной понимается ребристая оболочка, усиленная бесконечно большим числом ребер. Уравнения устойчивости такой конструкции, эквивалентной оболочке, которая усилена конечным числом кольцевых и продольных ребер и заполнена средой, при равномерном внешнем давлении и продольном сжатии имеют вид [1]:

$$\begin{gathered}
\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right]u+\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\xi\partial\theta}-\\
-\left(\nu\frac{\partial}{\partial\xi}+\delta_c^{(1)}\frac{\partial^3}{\partial\xi^3}\right)w=-\frac{R^2(1-\nu^2)}{Eh}q_x;\\
\frac{1+\nu}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\theta}+\left\{\frac{1-\nu}{2}\left(1+4a^2\right)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\right.\\
\left.+\left[1+\left(1-\frac{h_s}{R}\right)^2\gamma_s^{(2)}+a^2\right]\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right\}\vartheta+\\
+\left\{-\left[1+\left(1-\frac{h_s}{R}\right)\gamma_s^{(2)}\right]\frac{\partial}{\partial\theta}+(2-\nu)a^2\frac{\partial^3}{\partial\xi^2\partial\theta}+\right.\\
\left.+\left[a^2-\left(1-\frac{h_s}{R}\right)\delta_s^{(2)}\right]\frac{\partial^3}{\partial\theta^3}\right\}w=-\frac{R^2(1-\nu^2)}{Eh}q_\theta;\\
-\left(\nu\frac{\partial u}{\partial\xi}+\delta_c^{(1)}\frac{\partial^3}{\partial\xi^3}\right)+\left\{-\left[1+\left(1-\frac{h_s}{R}\right)\gamma_s^{(2)}\right]\frac{\partial}{\partial\theta}+\right.\\
\left.+(2-\nu)a^2\frac{\partial^3}{\partial\xi^2\partial\theta}+\left[a^2-\left(1-\frac{h_s}{R}\right)\delta_s^2\right]\frac{\partial^3}{\partial\theta^3}\right\}\nu+\\
+\left[1+\gamma_s^{(2)}+\eta_{s1}^{(2)}+2\left(\delta_s^{(2)}+\eta_{s1}^{(2)}\right)\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+a^2\Delta\Delta+\right.\\
+\left(\eta_{s1}^{(2)}+\eta_{s2}^{(2)}\right)\frac{\partial^4}{\partial\theta^4}+\bar{p}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\bar{q}\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+1\right)+\\
\left.+\eta_c^{(1)}\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}\right]w=\frac{R^2\left(1-\nu^2\right)}{Eh}q_z.
\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь u, ϑ, w — составляющие вектора перемещений точек срединной поверхности оболочки; ξ, θ — безразмерные продольная и окружная координаты, $\xi=\dfrac{x}{R}$, $\theta=\dfrac{y}{R}$; R — радиус оболочки; q_x, q_θ, q_z — компоненты вектора давлений со стороны среды на оболочку;

$$\gamma_c^{(1)}=\frac{E_c}{E}\left(1-\nu^2\right)\bar{\gamma}_c^{(1)};\ \ \bar{\gamma}_c^{(1)}=\frac{E_c k}{2\pi Rh};$$

где E_c, E — модули упругости продольного стержня и оболочки соответственно; ν — коэффициент Пуассона; k — количество продольных ребер; h — толщина оболочки;

$$\delta_c^{(1)}=\frac{h_c}{R}\bar{\gamma}_c^{(1)};\ \ \eta_c^{(1)}=\frac{E_c\left(J_{xc}+h^2F_c\right)k}{2\pi R^3hE}\left(1-\nu^2\right);$$

где h_c, F_c, J_{xc} — высота, площадь поперечного сечения и момент инерции поперечного сечения относительно оси Ox продольного стержня соответственно;

$$\gamma_s^{(2)} = \frac{E_s\left(1-\nu^2\right)}{E}\bar{\gamma}_s^{(2)};\ \ \bar{\gamma}_s^{(2)} = \frac{F_s}{L_1 h}\left(1+k_1\right);$$

где E_s — модуль упругости кольца; F_s — площадь поперечного сечения кольца; k_1 — количество поперечных ребер; L_1 — длина оболочки;

$$\delta_s^{(2)} = \frac{h_s}{R}\bar{\gamma}_s^2;\quad \eta_{s2}^{(2)} = \frac{E_s\left(1-\nu^2\right)}{E}\bar{\eta}_s^{(2)};$$

$$\eta_{s1}^{(2)} = \frac{E_s J_{xs}\left(1-\nu^2\right)\left(1+k_1\right)}{E L_1 R^2 h};\quad \bar{\eta}_s^{(2)} = \left(\frac{h_s}{R}\right)^2 \bar{\gamma}_s^{(2)};$$

где h_s, J_{xs} — высота и момент инерции поперечного сечения относительно оси Ox кольца соответственно;

$$a^2 = \frac{h^2}{12R^2};\quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\theta^2};$$

$$\bar{p} = \frac{\sigma_x\left(1-\nu^2\right)}{E};\quad \bar{q} = \frac{\sigma_y\left(1-\nu^2\right)}{E};$$

где σ_x — осевые сжимающие напряжения; σ_y — окружные напряжения.

Уравнение равновесия среды в векторной форме имеет вид [6]:

$$a_e^2\,\mathrm{grad\ div}\,\vec{s} - a_t^2\,\mathrm{rot\ rot}\,\vec{s} = 0, \tag{2}$$

где $a_t = \sqrt{\dfrac{\lambda+2\mu}{\rho}}$; $a_e = \sqrt{\dfrac{\mu}{\rho}}$ — скорости распространения продольных и поперечных волн в среде соответственно; $\vec{s}\left(s_x, s_\theta, s_z\right)$ — вектор перемещения; λ, μ — коэффициенты Ламе; ρ — плотность среды. Системы уравнений равновесия оболочки (1) и среды (2) дополняются контактными условиями. Предполагается, что контакт между оболочкой и средой скользящий, т.е. при $r = R$

$$\omega = s_z; \tag{3}$$

$$q_x = 0;\ q_\theta = 0;\ q_z = -\sigma_{rr}. \tag{4}$$

Отметим, что условие (3) обусловлено равенством векторов перемещений, а условие (4) — равенством векторов напряжений в оболочке и среде.

Составляющие вектора напряжений σ_{rr}, согласно [6], определяются следующим образом:

$$\sigma_{rr} = 2G_s\left(\frac{\partial s_r}{\partial r} + \frac{\nu_s \Delta_1}{1-2\nu_s}\right);$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial s_\theta}{r\partial\theta} + \frac{\partial s_r}{\partial r} + \frac{s_r}{r};\quad G_s = \frac{E_s}{2\left(1+\nu_s\right)}. \tag{5}$$

Здесь ν_s — коэффициент Пуассона; $E_{\bar{s}}$ —модуль упругости материала среды.

Дополняя контактными условиями (3), (4) уравнения равновесия оболочки (1), среды (2), приходим к контактной задаче об устойчивости оболочки, подкрепленной продольными ребрами и заполненной средой. Другими словами, задача об устойчивости подкрепленной оболочки со средой при продольном сжатии и внешнем давлении, сводится к совместному интегрированию уравнений теории оболочек, среды при выполнении указанных условий на поверхности их контакта.

Метод решения. Решения системы (1) представим в виде:

$$u = u_0 e^{\chi\xi}\cos n\theta;\ \ \vartheta = \vartheta_0 e^{\chi\xi}\sin n\theta;\ \ w = w_0 e^{\chi\xi}\cos n\theta; \quad (n = 0, 1, 2, \ldots) \tag{6}$$

Решения системы (2) имеет вид [6]:

$$\begin{gathered} S_x = \left[\left(-kr\frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - 4\left(1-\nu_s\right)kI_n(kr)\right)A_s + \right. \\ \left. + kI_n(kr)B_s\right]e^{\chi\xi}\cos n\theta; \\ S_\theta = \left[-\frac{n}{r}I_n(kr)B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r}C_s\right]e^{\chi\xi}\sin n\theta; \\ S_r = \left[-k^2 r I_n(kr)B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r}B_s + \right. \\ \left. + \frac{n}{r}I_n(kr)C_s\right]e^{\chi\xi}\cos n\theta. \end{gathered} \tag{7}$$

Здесь I_n — модифицированная функция Бесселя n-го порядка первого рода.

Используя формулы (5) и (7), можно вычислить радиальное напряжение σ_{rr}. В его выражение входят постоянные A_s, B_s, C_s. С помощью контактных условий (3) и (4) эти постоянные выражаются через оболочечную постоянную w_0. В результате для q_z находим выражение, зависящее только от постоянной w_0:

$$\begin{gathered} q_z = -\mu_s\Delta^{-1}\left\{\left(2\left(1-2\nu_s\right)I_n\left(k^*\right) + \right.\right. \\ \left. + 2k^* I_n'\left(k^*\right)\right)k^{*2}\left[2k^{*2}\left(k^{*2} - \right.\right. \\ \left.\left. - n^2\right)I_n'\left(k^*\right)/I_n\left(k^*\right) + 2n^2 k^*\right] - \\ - 2\left(k^* I_n'\left(k^*\right) - \left(k^{*2}+n^2\right)I_n\left(k^*\right)\right)k^{*3}\times \\ \times\left[2\left(3-2\nu_s\right)k^* I_n'\left(k^*\right)/I_n\left(k^*\right) - 2n^2\right] + \\ + 2n\left(I_n\left(k^*\right) - k^* I_n'\left(k^*\right)\right)k^{*3}\times \\ \left.\times\left[2\left(3-2\nu_s\right)k^* I_n'\left(k^*\right)/I_n\left(k^*\right) - 2n^2\right]\right\}\times \\ \times\, w_0 e^{\chi\xi}\cos n\theta. \end{gathered}$$

После подстановки (6) в (1) и с учетом выражений для q_z решение задачи сводится к однородной системе линейных алгебраических уравнений. Приравнивая к нулю определитель этой системы, получаем следующее уравнение относительно параметра χ:

$$\beta_{1n}\chi^8 - \beta_{2n}\chi^6 + \beta_{3n}\chi^4 - \beta_{4n}\chi^2 + \beta_{5n} = 0, \tag{8}$$

где

$$\beta_{1n} = \left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(a^2+\eta_c^{(1)}\right) - \left(\delta_c^{(1)}\right)^2;$$

$$\begin{gathered} \beta_{2n} = \frac{2}{1-\nu}\left(a^2+\eta_c^{(1)}\right)\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) - \nu\right] + 2\nu\delta_c^{(1)} - \\ - \frac{2}{1-\nu}\left(\delta_c^{(1)}\right)^2 n^2\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) + 2a^2 n^2\left(1+\gamma_c^{(1)}\right) - \bar{p}\left(1+\gamma_c^{(1)}\right); \end{gathered}$$

$$\beta_{3n}=\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)-\nu^2+a^2n^4\left(6+\frac{5-\nu}{1-\nu}\left(\gamma_c^{(1)}+\gamma_s^{(2)}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{4\gamma_c^{(1)}\gamma_s^{(2)}}{1-\nu}\right)-\frac{2\bar{p}}{1-\nu}n^2\left(1+\gamma_c^{(1)}-\nu\right)-2\delta_s^{(2)}\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)n^2-$$

$$-2\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)n^2+2\delta_s^{(2)}\delta_c^{(1)}\frac{1+\nu}{1-\nu}n^4+\eta_{s1}^{(2)}\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(n^2-1\right)^2+$$

$$+\eta_{s2}^{(2)}n^4\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)+\eta_c^{(1)}\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)n^4-2a^2n^4\left(4-\nu^2+\frac{2(2-\nu)}{1-\nu}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\gamma_s^{(2)}+\gamma_c^{(1)}\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]\right)-\bar{q}\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_c^{(1)}\right);$$

$$\beta_{4n}=2n^2\left(n^2-1\right)^2\left\{a^2\left(2+\frac{\gamma_c^{(1)}+\gamma_s^{(2)}+\gamma_c^{(1)}\gamma_s^{(2)}}{1-\nu}\right)+\right.$$

$$+\frac{\eta_{s1}^{(2)}}{1-\nu}\left[-\nu+\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\right]+$$

$$\left.+\frac{1+\gamma_c^{(1)}}{1-\nu}\eta_{s2}^{(2)}\right\}-\frac{2\bar{q}}{1-\nu}n^2\left(n^2-1\right)\times$$

$$\times\left(1+\gamma_c^{(1)}-\nu\right)-\left(1+\gamma_c^{(1)}+\frac{3+\nu^2}{2}n^2\right)q_z^{(0)}+$$

$$+2n^2\left(n^2-1\right)\left[\nu\delta_s^{(2)}+a^2\gamma_s^{(2)}\left(n^2-1+\nu\right)\right];$$

$$\beta_{5n}=n^4\left(n^2-1\right)^2\left[\eta_{s2}^{(2)}+\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)-\right]-n^4\left(n^2-1\right)\bar{q}+n^4q_z^{(0)}.$$

Здесь $q_z^{(0)}$ в β_{in} является амплитудой компонента вектора напряжений q_z:

$$q_z=q_z^{(0)}w_0e^{\chi\xi}\cos n\theta. \tag{9}$$

Для нахождения приближенного выражения для $q_z^{(0)}$ будем использовать асимптотические формулы для логарифмической производной функции Бесселя I_n ($x<<n$; $n>>1$):

$$\frac{I_n'(x)}{I_n(x)}\approx-\frac{n}{x}+\frac{x}{2n}. \tag{10}$$

Используя формулы (7), (5), (10), контактные условия (3), (4) для $q_z^{(0)}$, находим:

$$q_z^{(0)}=\tilde{\chi}(1-\nu)nE_s^*;\quad \tilde{\chi}=\frac{1-\nu^2}{2\left(1+\nu_s\right)};\quad E_s^*=\frac{E_s}{Eh_*};$$

$$h_*=\frac{h}{R};\quad \frac{E_s}{E}<<1.$$

Для облегчения анализа корней характеристического уравнения (8) упростим его коэффициенты, сохранив только величины, определяющие их порядок. Исследование показывает, что на порядок коэффициентов β_{in} ($i=1, 2, \dots, 5$) наиболее существенно влияют параметры $\eta_c^{(1)}$, $\eta_{s1}^{(2)}$, $\eta_{s2}^{(2)}$, a^2, n, $\delta_c^{(1)}$, $\delta_s^{(2)}$. Очевидно, что при изучении устойчивости оболочек представляет интерес характеристическое уравнение, в которое параметрические члены входят с максимальным показателем изменяемости. Анализ показывает, что расчетные формулы можно существенно упростить только в случае, когда при потере устойчивости оболочек образуются длинные волны. Такие формы волнообразования при потере устойчивости реализуются в случае нагружения оболочек внешним давлением, либо совместно внешним давлением и осевыми сжимающими силами. Используя формулу (10), из (8) получим характеристическое уравнение с приближенными коэффициентами

$$\begin{aligned}&\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)-\nu^2+q_z^{(0)}\right]\chi^4+n^2\left[n^2\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\bar{p}-\right.\\&\left.-2\nu\delta_s^{(2)}\left(n^2-1\right)-\frac{(1+\nu)^2n^2q_z^{(0)}}{4}\right]\chi^2+n^4\left(n^2-1\right)^2\times\\&\times\left[\eta_{s2}^{(2)}+\left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]-n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\bar{q}+\\&+\frac{1-\nu}{2}n^4q_z^{(0)}=0.\end{aligned} \tag{11}$$

Из (11) получим

$$\begin{aligned}&\chi^2=\frac{1}{2\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)-\nu^2-q_z^{(0)}\right]}\times\\&\times\left[\bar{A}\pm\sqrt{\bar{A}^2-4\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)-\nu^2-q_z^{(0)}\right]\left(\bar{C}-n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\bar{q}\right)},\right.\end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\bar{A}=n^2\left[n^2\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\bar{p}-2\nu\delta_s^{(2)}\left(n^2-1\right)-\frac{(1+\nu)^2n^2q_z^{(0)}}{4}\right];$$

$$\bar{C}=n^4\left(n^2-1\right)^2\left[\eta_{s2}^{(2)}+\left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]+\frac{1-\nu}{2}n^4q_z^{(0)}.$$

Рассмотрим знак подкоренного выражения. Поскольку при наличии осевой сжимающей силы значение $\bar{q}_{kp}$ может быть меньше параметра критических напряжений для бесконечно длинной оболочки, то знак подкоренного выражения может быть отрицательным. Проведенный анализ показывает, что при изучении устойчивости подкрепленных оболочек достаточно рассмотреть два набора корней уравнения (11): $\pm B_1$, $\pm iB_2$ или $\pm B_3$, $\pm iB_4$, причем, $B_1^2=-B_2^2+\dfrac{1+\gamma_s^{(2)}-\nu^2}{\bar{A}}$, $B_3^2=-B_2^2-\dfrac{\bar{A}}{1+\gamma_s^{(2)}-\nu^2}$. Для нахождения B_2 можно использовать различные граничные условия. Поскольку задача сведена к характеристическому уравнению четвертой степени, на каждом крае оболочки должны удовлетворяться только два граничных условия.

Предположим, что при $\xi=0$ и при $\xi=\xi_1$

$$N_x=0,\ \vartheta=0, \tag{13}$$

где N_x — нормальные усилия в поперечных сечениях конструктивно-ортотропной оболочки, определяемые формулой

$$N_x=\frac{Eh}{(1-\nu^2)}\left[\frac{\partial u}{\partial\xi}+\nu\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\theta}-w\right)\right].$$

В случае (13) уравнения для $\bar{B}_2=B_2\xi_1$ имеет корни $m\pi$ ($m=1, 2, 3$).

В первом случае для вычисления параметра критических напряжений $\bar{q}$ получим:

$$\bar{q} = \frac{1}{n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} \times \left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) - \nu^2 + q_z^{(0)}\right]B_2^4 - \\ -\frac{\bar{A}B_2^2}{n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{\left(n^2-1\right)\left[\eta_{s2}^{(2)} + \left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]}{4\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{1-\nu}{8\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} q_z^{(0)}. \quad (14)$$

Во втором случае

$$\bar{q} = \frac{1}{n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} \times \left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) - \nu^2 + q_z^{(0)}\right]B_4^4 - \\ -\frac{\bar{A}B_4^2}{n^4\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{\left(n^2-1\right)\left[\eta_{s2}^{(2)} + \left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]}{4\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{1-\nu}{8\left(n^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} q_z^{(0)}. \quad (15)$$

Нетрудно заметить, что формулы (14) и (15) имеют одинаковую структуру и их можно привести к одинаковому виду заменой B_2^2 и B_4^2 на B_5^2.

Приняв затем в полученном выражении, что $B_5^2 \neq 0$, и этот коэффициент слабо зависит от n, а также, что $\bar{n}^2 \ll 1$ с ($\bar{n}$ — значение n, при котором $\bar{q} = \bar{q}_{kp}$), проминимизировав указанное выражение по n^2, получим следующие формулы для определения $\bar{q}_{kp}$:

$$\bar{q}_{kp} = \frac{1}{\bar{n}^4\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} \times \left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) - \nu^2 + q_z^{(0)}\right]B_5^4 - \\ -\frac{\bar{A}B_5^2}{\bar{n}^4\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{\left(\bar{n}^2-1\right)\left[\eta_{s2}^{(2)} + \left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]}{4\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{1-\nu}{8\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} q_z^{(0)}. \quad (16)$$

При отсутствии осевой сжимающей силы, критическая сила при внешнем давлении имеет вид:

$$\bar{q}_{kp} = \frac{1}{\bar{n}^4\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)}\left[\left(1+\gamma_c^{(1)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right) - \nu^2 + q_z^{(0)}\right]B_5^4 - \\ -\frac{\tilde{A}B_5^2}{\bar{n}^4\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \frac{\left(\bar{n}^2-1\right)\left[\eta_{s2}^{(2)} + \left(a^2+\eta_{s1}^{(2)}\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)\right]}{4\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} + \\ + \frac{1-\nu}{8\left(\bar{n}^2-1\right)\left(1+\gamma_s^{(2)}\right)} q_z^{(0)};$$

$$\tilde{A} = n^2\left[-2\nu\delta_s^{(2)}\left(n^2-1\right) - \frac{\left(1+\nu\right)^2 n^2 q_z^{(0)}}{4}\right].$$

Представленные формулы для $\bar{q}_{kp}$ позволяют установить, как увеличивается значение критической силы при увеличении жесткости заполнителя и числа продольных ребер.

Список литературы

1. Амиро, И.Я. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий. — Киев: Наук. думка, 1980. — 367 с.
2. Искендеров, Р.А. Исследования влияния начального прогиба ребристой оболочки, заполненной средой, на критические напряжения общей потери устойчивости / Р.А. Искендеров // Механика, машин, механизмов и материалов. — 2008. — № 4(5). — С. 56—57.
3. Искендеров, Р.А. Устойчивость подкрепленной перекрестной системой ребер цилиндрической оболочки с заполнителем при действии различных нагрузок, изменяющихся во времени / Р.А. Искендеров // Механика, машин, механизмов и материалов. — 2009. — № 4(9). — С. 65—68.
4. Искендеров, Р.А. Устойчивость, подкрепленной перекрестной системой ребер, цилиндрической оболочки с заполнителем при действии различных нагрузок, изменяющихся во времени с применением динамической модели Пастернака / Р.А. Искендеров // Докл. НАН Азербайджана. — 2009. — Т. LXV, № 3. — С. 21—29.
5. Искендеров, Р.А. Устойчивость подкрепленной кольцевыми ребрами цилиндрической оболочки с заполнителем при действии различных нагрузок изменяющихся во времени / Р.А. Искендеров // Системные технологии. — 2009. — 2(61). — С. 198—204.
6. Ильгамов, М.А. Расчет оболочек с упругим заполнителем / М.А. Ильгамов, В.А. Иванов, Б.В. Гулин. — М.: Наука, 1987. — 260 с.
7. Латифов, Ф.С. Колебания оболочки с упругой и жидкой средой / Ф.С. Латифов. — Баку: Элм, 1999. — 164 с.

Latifov F.S., Iskenderov R.A., Jafarova I.M.

Stability of ridge cylindrical shells under action of external pressure and axial compression

The paper is devoted to the investigation of stability of elastic medium-filled cylindrical shells strengthened with longitudinal and lateral ribs under uniform pressure and longitudinal compression. Assuming the shell as structurally-orthotropic, the formulas far critical stresses parameter are abfound with using the asymptotic method. The influence of the environment parameters on the critical stresses is analyzed.

Поступила в редакцию 22.02.2011.