



# МЕХАНИКА МОБИЛЬНЫХ МАШИН

УДК 629.113:681.3

В.Б. АЛЬГИН, д-р техн. наук

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

## СХЕМАТИЗАЦИЯ И РАСЧЕТ МОБИЛЬНОЙ МАШИНЫ КАК МНОГОМАССОВОЙ СИСТЕМЫ. КИНЕМАТИКА И КВАЗИСТАТИКА

*Рассматриваются подходы к расчету трансмиссионной системы произвольной конфигурации. Сопоставляются аналитические методы, ориентированные на «ручной» счет, и предлагаемые матричные методы. Для автоматизации расчета и реализации его на ЭВМ вводится обобщенное универсальное представление трансмиссионных компонентов как совокупности следующих устройств: «дифференциал», «передача», «вал», «стойка», «муфта», «тормоз». Описание этих устройств и их связей в виде специальной матрицы служит промежуточной опорной информацией при автоматическом формировании уравнений скоростного и силового расчетов трансмиссии по ее кинематической схеме. Расчет КПД трансмиссии проводится с учетом возможного изменения направления потоков мощности, проходящих через трансмиссионные механизмы на различных передачах. Представлены примеры расчетов с использованием разработанных программ, поясняющие особенности предлагаемых методов.*

**Ключевые слова:** мобильная машина, кинематическая схема, структура, структурно-распределительная матрица, скоростной и силовой расчеты

**Введение.** Одним из основных понятий теории механизмов и машин является машинный агрегат, под которым понимается техническая система, в состав которой входят двигатель, передаточный механизм, рабочая машина или исполнительный механизм. В машинный агрегат современной машины включается также управляющее устройство, взаимодействующее с тремя названными основными частями, которые применительно к мобильной (транспортной) машине определяют процессы получения и передачи мощности для ее перемещения и изменения положения. В автомобильной терминологии передаточный механизм представляет собой трансмиссию, а исполнительный механизм — движитель. Трансмиссия необходима для согласования механических характеристик двигателя и движителя. Двигатель и движитель обычно проектируются как самостоятельные объекты на специализированных производствах. При проектировании мобильной машины их выбирают из возможного набора указанных устройств. Реже формулируются требования под их создание как объектов со специальными характеристиками. И тогда двигатель и движитель принимаются в качестве известных (заданных) характеристик при проектировании машины. Таким образом, возможности реализации функциональных свойств

машины во многом определяются свойствами трансмиссии. Начальный и наиболее ответственный этап проектирования трансмиссии — обоснование принципа ее работы (механического, гидравлического, электрического или комбинированного), структуры и схемы. Первичным представлением механической и комбинированной трансмиссии является ее кинематическая схема, которая представляет собой «зародыш» многих функциональных и ресурсных свойств машины в целом. На данной стадии к основным решаемым задачам относятся задачи анализа и синтеза схемы трансмиссионной системы.

Во многом эффективность подходов к расчету трансмиссионной системы и силового привода в целом зависит от способа их представления.

Первый подход, который иллюстрируется рисунком 1, заключается в описании распространенных видов механизмов, входящих в привод. Для этого создаются соответствующие библиотеки типовых механизмов. Часто такой подход используется в задачах динамического анализа систем. Положительной особенностью подхода является облегчение работы пользователя, который оперирует привычными видами механизмов. Недостаток — ограниченность набора конкретных видов механизмов в любой библиотеке.

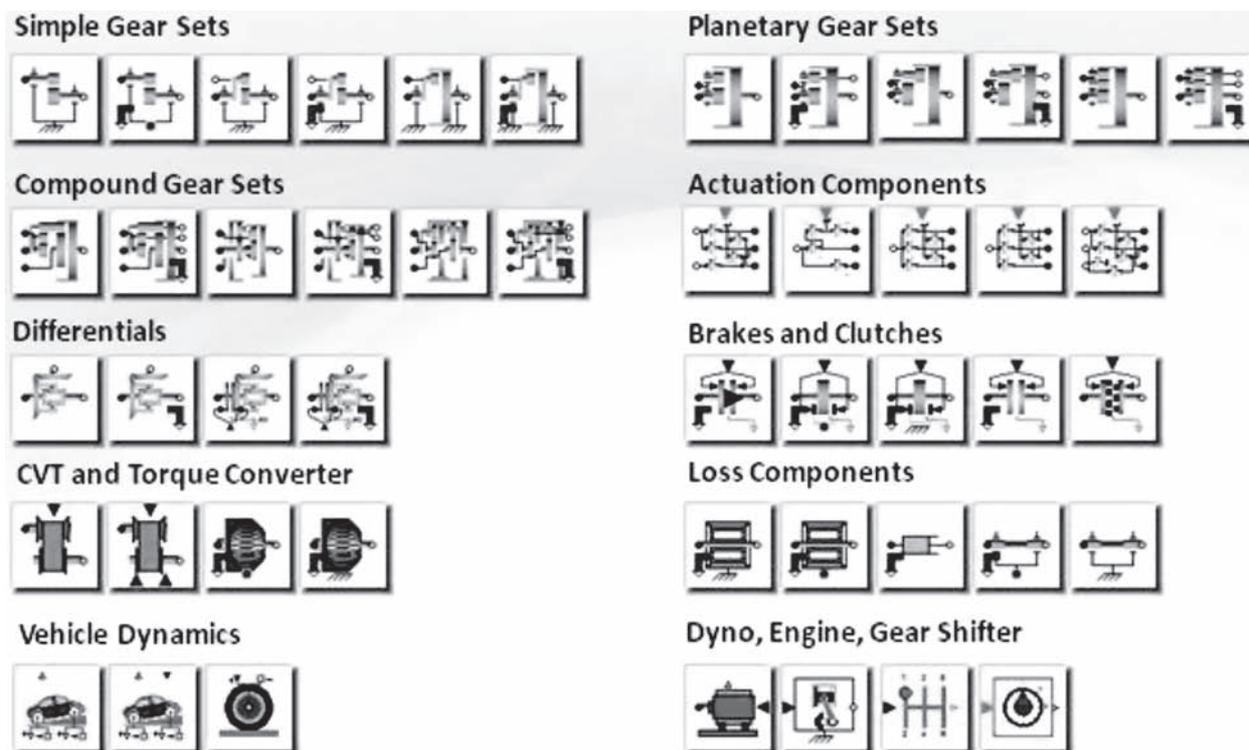


Рисунок 1 — Библиотека Maplesoft для компонентов привода [1]

Второй подход универсален, но более абстрактен. Он основывается на отвлечении от конкретного конструктивно-кинематического вида устройств, входящих в сложный механизм (трансмиссию, коробку передач), и использует его структурные особенности. Известны работы, в которых структуры сложных планетарных зубчатых механизмов, состоящих из простых трехзвенных механизмов (дифференциалов), исследуются с применением теории графов. В англоязычной литературе это работы [2, 3, 4]. В русскоязычной литературе — работа [5]. Помимо использования графов, известны графоаналитический подход, основанный на применении планов скоростей [6], методы силового потока [7], структурное наращивание для получения более сложных механизмов [8]. В работе [9] для автоматизации решения задач анализа и синтеза планетарных коробок передач с помощью ЭВМ используется код составного механизма в виде цепочки, состоящей из троек номеров звеньев дифференциалов, а также понятие минимального кода. Более подробный анализ подходов к исследованию зубчатых механизмов представлен в работе [10]. Там же для описания структуры механизмов с тремя степенями свободы предложены канонические матрицы инциденций, что позволяет решить проблему изоморфизма.

*Цель работы* — разработка универсального формализованного описания трансмиссионной системы, представленной кинематической схемой; создание на этой основе компьютерных методов скоростного и силового расчета трансмиссии как системы с переменной структурой, состояние ко-

торой определяется включенными устройствами управления. Статья является продолжением работы [11]. Детализируются вопросы анализа механизма как многомассовой системы (Multibody System) применительно к его представлению в виде структурной и кинематической схем. Схематизация трансмиссии в виде регулярной многомассовой (многозвенной) системы позволяет автоматизировать получение и решение уравнений кинематики и квазистатики. Развиваются идеи подхода, представленного в общем виде в работах [12, 13]. Впервые в полном объеме описаны методы формирования и решения уравнений скоростного и силового расчета привода с использованием структурно-распределительной матрицы, которая строится в процессе формализованного описания объекта.

**Расчеты на основе кинематической схемы.** Расчеты на основе кинематической схемы включают скоростной расчет и два вида силового расчета моментов (для идеального механизма и с учетом потерь).

Задача расчета — определить показатели сложного механизма, исходя из соотношений, справедливых для составляющих его механизмов. Эту задачу можно решать, например, аналитическими методами (теории силового потока и др.), всякий раз используя различные приемы и наиболее простые решения. Вместе с тем, для формализованного описания и разработки универсальных математических моделей, ориентированных на применение ЭВМ, в большей степени пригодны матричные методы.

*Кинематическая схема трансмиссии* рассматривается как объект, состоящий из  $N_z$  основных зве-

нзев и  $K_{LG}$  устройств их соединяющих. Основные звенья (ОЗ) имеют оси вращения в неподвижном звене (стойке). К типовым устройствам относятся «Дифференциал»  $D$  (типовой узел с числом степеней свободы  $W=2$ ), «Передача»  $P$  (частный случай дифференциала: дифференциал с заторможенным звеном,  $W=1$ ), «Вал»  $S$  и «Стойка»  $R$ , а также «Муфта»  $F$  и «Тормоз»  $T$  (частный случай Муфты) [11].

«Вал» рассматривается как устройство, передающее без изменения скорость вращения, но имеющее потери момента. Введение такого устройства вызвано тем, что в ряде случаев при схематизации, например, карданных передач необходимо учитывать потери в них момента, т.е. схематизировать их в виде устройства с силовым передаточным числом, отличным от единицы.

Введение устройства «Стойка» позволяет моделировать случаи планетарных передач с постоянно заторможенными звеньями, что характерно для колесных передач ведущих мостов.

Представленные устройства исчерпывают все возможные случаи схематизации узлов трансмиссии. Сложные многозвенные дифференциалы при этом заменяются эквивалентной системой трехзвенных дифференциалов, что всегда осуществимо.

**Структурно-распределительная матрица.** Для описания структуры трансмиссии и распределения внутренних крутящих моментов в устройствах вводится матрица, число строк которой равно числу основных звеньев механизма  $N_z$ , а число столбцов равно числу устройств  $K_{LG}$  их соединяющих. Каждое устройство в матрице отображается в виде столбца, ненулевые элементы которого представляют собой значения моментов на звеньях устройства в относительных единицах. Описание устройств показано в таблице 1. Устройства, имеющие различные схемные представления (дифференциал, передача), показаны в обобщенном виде.

Момент на первом ( $i$ -м) звене устройства принимается равным 1. Моменты на остальных звеньях устройства определяются его внутренним кинематическим передаточным числом  $u$ .

Такое описание дает картину распределения силовых факторов внутри устройств механизма. Поэтому матрица может быть названа структурно-

силовой матрицей (ССМ) или *структурно-распределительной матрицей* (СРМ).

Известная матрица инцидентов, применяемая для описания графов и гиперграфов (см., например, [5]), содержит только нули и единицы. При этом единица определяет принадлежность элемента (звена) соответствующей подсистеме (устройству). В отличие от нее предлагаемая матрица предоставляет информацию не только о структуре механизма, но и о свойствах входящих в него элементарных устройств. Структура определяется ненулевыми элементами СРМ. Распределение силовых факторов (моментов) по звеньям устройств зависит от значений их внутренних передаточных чисел  $u$ . Принадлежность и величины распределенных моментов определяются значениями коэффициентов матрицы.

СРМ служит для формализованного составления уравнений во всех видах расчетов трансмиссии, выполняемых по ее кинематической схеме. Приведенное матричное описание устройств является универсальным, оно пригодно для любых их кинематических и конструктивных реализаций, включая случаи, получаемые совмещением основных звеньев (такой прием часто используется в планетарных коробках передач).

**Простейшие примеры расчетов аналитическими и матричными методами с использованием СРМ.** На рисунке 2 показан трехзвенный дифференциал (представлен в обобщенном виде треугольником, который не раскрывает его схемно-

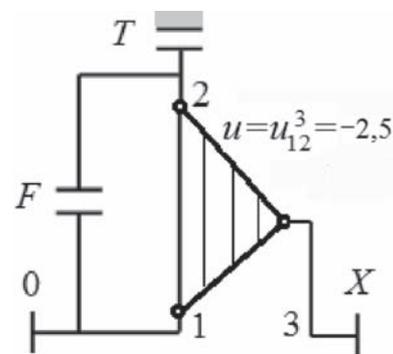


Рисунок 2 — Дифференциал с муфтой и тормозом ( $u_{12}^3$  — передаточное число от звена 1 к звену 2 при остановленном звене 3)

Таблица 1 — Представление устройств

Основные звенья	Дифференциал $D$	Передача $P$	Вал $S$	Стойка $R$	Муфта $F$	Тормоз $T$
1 ( $i$ )	1	1	1	1	1	1
2 ( $j$ )	$-u$	$-u$	$-1$ ( $u = 1$ )	0 ( $u = 0$ )	$-1$	0
3 ( $k$ )	$-(1 - u)$	—	—	—	—	—

го исполнения) с муфтой и тормозом. Входное и выходное звенья обозначены 0 и X. Внутреннее передаточное число  $u = -2,5$ . Число степеней свободы механизма  $W = 2$ . Рабочее состояние механизма достигается включением одного из элементов: муфты  $F$  либо тормоза  $T$ . Принято, что входной вал имеет скорость вращения  $\omega_0$ . К нему подводится крутящий момент  $M_0$ , который имеет положительное значение, например,  $M_0 = +1$ . От выходного вала отводится момент  $M_x$ , имеющий отрицательное значение.

Задача состоит в нахождении моментов (силовой расчет) и скоростей звеньев (скоростной расчет) механизма. Принято  $M_0 = 1$ ;  $\omega_0 = 1$ .

**Расчет скоростей аналитическим методом.** При включении муфты дифференциал блокируется:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1.$$

При включении тормоза затормаживается звено 2 ( $\omega_2 = 0$ ). Для расчета  $\omega_3$  может быть использована формула Виллиса

$$\omega_1 - u\omega_2 - (1 - u)\omega_3 = 0.$$

$$\text{Отсюда } \omega_3 = \omega_1 / (1 - u) = 1/3,5.$$

**Расчет моментов аналитическим методом.** Основные формулы и результаты представлены в таблице 2. Знак «-» означает, что момент направлен от рассматриваемого звена устройства.

Таблица 2 — Расчет моментов аналитическим методом

Включение муфты $F$	Включение тормоза $T$
$M_F + M_a = M_0 = 1;$ $M_3 = -1;$ $M_2 = M_b = M_F =$ $= u/(1 - u) = 2,5/3,5;$ $M_1 = M_a = 1,0/3,5.$	$M_1 = M_a = M_0 = 1;$ $M_T = M_b = 2,5;$ $M_3 = M_x =$ $= -(M_1 + M_b) = -3,5.$

Таблица 3 — Вид СРМ (выделенная часть таблицы) для примера по рисунку 2

Основные звенья (ОЗ)	Устройства		
	$F$	$T$	$D(G)$
1	1	0	1
2	-1	1	2,5
3	0	0	-3,5

**Формирование СРМ.** Для рассматриваемой схемы число фрикционов  $K_L = 2$ , число механизмов  $K_G = 1$ , т.е. общее число устройств  $K_{LG} = 3$ .

СРМ (таблица 3) имеет следующий вид:

- столбцы внутренних моментов фрикционов  $F$  и  $T$ ;  
 - столбцы моментов механизмов (в относительных единицах) — в нашем случае одного дифференциала  $D(G)$ .

Здесь  $G$  — общее обозначение преобразующего механизма (дифференциала, передачи), а также других устройств с постоянной структурой (вала, стойки). Эти устройства образуют группу  $G$ .

**Расчет скоростей матричным методом с использованием СРМ.** При расчете скоростей искомыми неизвестными являются угловые скорости звеньев. Для рассматриваемого примера (см. рисунок 2) сформированные матрицы и соответствующие им уравнения приведены на рисунке 3.

Верхние строки матрицы скоростей содержат коэффициенты при скоростях звеньев определенных устройств. Эти коэффициенты соответствуют представлению устройств группы  $G$  в виде столбцов СРМ. Для муфт и тормозов, т.е. устройств управления (УУ) коэффициенты зависят от их состояния и записываются только для включенных (замкнутых) элементов. Для муфт они описывают равенство скоростей ведущего и ведомого звеньев; для тормозов равенство нулю скорости заторможенного звена.

Таким образом, в матрице часть строк, описывающих устройства с постоянной структурой ( $G$ ), неизменна, а часть, описывающая невключенные устройства управления, изменяется в зависимости от комбинации включенных УУ на передаче.

**Расчет моментов матричным методом с использованием СРМ.** На рисунке 4 показано формирование уравнений для расчета моментов матричным методом с использованием СРМ. Часть матрицы, относящаяся к основным звеньям (ОЗ) и устройствам-соединителям, соответствует СРМ (см. таблицу 3). Введено отдельное звено для определения момента  $M_x$  на выходном валу. Этот момент подводится со стороны механизма к выходному валу и рассматривается как положительный. Невключенные УУ представлены в нижней (изменяемой) части матрицы.

а) включение муфты $F$					б) включение тормоза $T$				
Устройства группы $G$ и звенья с заданными скоростями	Коэффициенты при скоростях звеньев			Заданные скорости В	Устройства группы $G$ и звенья с заданными скоростями	Коэффициенты при скоростях звеньев			Заданные скорости В
	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$			$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	
$G$	1	2,5	-3,5	0	$G$	1	2,5	-3,5	0
УУ	1	-1	0	0	УУ	0	1	0	0
Звено 1	1	0	0	1	Звено 1	1	0	0	1

Уравнения для случая а)					Уравнения для случая б)				
1)	$\omega_1 + 2,5\omega_2 - 3,5\omega_3 = 0;$	1)	$\omega_1 + 2,5\omega_2 - 3,5\omega_3 = 0;$		1)	$\omega_1 + 2,5\omega_2 - 3,5\omega_3 = 0;$			
2)	$\omega_1 - \omega_2 - 0\omega_3 = 0;$	2)	$0\omega_1 + \omega_2 + 0\omega_3 = 0;$		2)	$0\omega_1 + \omega_2 + 0\omega_3 = 0;$			
3)	$\omega_1 + 0\omega_2 - 0\omega_3 = 1.$	3)	$\omega_1 + 0\omega_2 - 0\omega_3 = 1.$		3)	$\omega_1 + 0\omega_2 - 0\omega_3 = 1.$			

Рисунок 3 — Матрицы коэффициентов и уравнения для расчета скоростей (затемнены переменные с нулевыми коэффициентами)

а) включение муфты $F$						б) включение тормоза $T$					
ОЗ и невключенные УУ	Коэффициенты при моментах устройств и выходного звена $X$				Заданные моменты ОЗ и УУ	ОЗ и невключенные УУ	Коэффициенты при моментах устройств и выходного звена $X$				Заданные моменты ОЗ и УУ
	$M_F$	$M_T$	$M_G$	$M_X$			$M_F$	$M_T$	$M_G$	$M_X$	
1	1	0	1	0	1 ( $M_0$ )	1	0	1	0	1 ( $M_0$ )	
2	-1	1	2,5	0	0	2	-1	1	2,5	0	
3	0	0	-3,5	1	0	3	0	0	-3,5	1	
УУ	0	1	0	0	0 ( $M_T$ )	УУ	1	0	0	0 ( $M_F$ )	

<p style="text-align: center;">Уравнения для случая а)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>M_F + 0M_T + M_G + 0M_X = 1</math>;</li> <li>2) <math>-M_F + M_T + 2,5M_G + 0M_X = 0</math>;</li> <li>3) <math>0M_F + 0M_T - 3,5M_G + M_X = 0</math>;</li> <li>4) <math>0M_F + M_T + 0M_G + 0M_X = 0</math>.</li> </ol>	<p style="text-align: center;">Уравнения для случая б)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>M_F + 0M_T + M_G + 0M_X = 1</math>;</li> <li>2) <math>-M_F + M_T + 2,5M_G + 0M_X = 0</math>;</li> <li>3) <math>0M_F + 0M_T - 3,5M_G + M_X = 0</math>;</li> <li>4) <math>M_F + 0M_T + 0M_G + 0M_X = 0</math>.</li> </ol>
--	--

Рисунок 4 — Матрицы коэффициентов и уравнения для расчета моментов (затемнены переменные с нулевыми коэффициентами)

**Общие случаи скоростного и силового расчетов матричными методами с использованием СРМ.** Общий вид уравнения для рассматриваемых расчетов в матричном виде:

$$AX = B, \tag{1}$$

где  $A$  — матрица коэффициентов при неизвестных;  $X$  — вектор искомых переменных;  $B$  — вектор воздействий.

В зависимости от вида расчета необходимо сформировать матрицу  $A$  и вектор  $B$ . Предполагается, что на предварительной стадии расчета вышеописанным способом (см. таблицу 1) получена СРМ рассматриваемого механизма. И она используется для автоматического формирования матрицы  $A$ .

**А. Скоростной расчет.** Для расчета скоростей формируется уравнение вида (1), где  $B = B_V$  — вектор заданных скоростей основных звеньев. Матрица  $A = A_V$  формируется тремя группами строк.

*Группа 1* имеет  $K_G$  строк. Это столбцы СРМ, соответствующие механизмам с постоянной структурой. Каждая  $j$ -я строка имеет вид

$$\sum A_{jk} \omega_k = 0, \quad k = 1, \dots, N_z. \tag{2}$$

*Группа 2* описывает состояние включенных устройств управления. Строки являются столбцами СРМ для тех устройств, которые включаются на рассматриваемой передаче или режиме работы трансмиссии, например, на нейтрали.

*Группа 3* — уравнения для звеньев с заданными скоростями  $\omega_j$ . В позициях соответствующих звеньев записываются единицы ( $A_{jk} = 1$ ), а в столбце — значения  $B_j = \omega_j$ . В обычном случае в столбце  $B_V$  задано одно значение, равное 1, что соответствует стандартному расчету угловых скоростей в относительных единицах на определенной передаче.

В результате определяется вектор  $X_V$ , который представляет собой угловые скорости  $N_z$  основных звеньев. Они используются для расчета скоростей скольжения муфт и тормозов, а также скоростей относительного вращения сателлитов. Если схема имеет дифференциалы нестандартного вида, то для расчета скоростей сателлитов задаются допол-

нительные параметры, например, передаточное число от солнечного колеса к сателлиту при остановленном водиле.

**Б. Силовой расчет.** При расчете моментов неизвестными являются моменты на первых звеньях устройств  $M_{1k}$  и момент на выходном валу  $M_X$ . Выделение выходного звена в отдельный расчетный элемент целесообразно, поскольку возможны ситуации, когда выходное звено объединяет несколько звеньев отдельных устройств, и значение момента на нем получается их суммированием.

В матричном виде уравнение силового равновесия основных звеньев имеет вид (1), где  $A = A_M$  — матрица, формируемая на основе СРМ и состояния муфт и тормозов;  $X = X_M$  — вектор искомых моментов  $M$ ;  $B_M$  — вектор воздействий на основные звенья.

Верхняя постоянная часть матрицы  $A$  состоит из  $N_z$  строк (по числу основных звеньев) и формируется  $K_{LG}$  столбцами с коэффициентами  $A_{jk}$  ( $j = 1, \dots, N_z$ ;  $k = 1, \dots, K_{LG}$ ), взятыми из СРМ. К указанному столбцам добавляется  $(K_{LG} + 1)$ -й столбец  $A_{jk+1}$  для момента на выходном звене  $X$ . Каждая строка верхней части матрицы представляет собой уравнение моментов, приложенных к  $j$ -му основному звену

$$\sum A_{jk} M_{1k} + A_{jk+1} M_X = 0, \quad k = 1, \dots, K_{LG}. \tag{3}$$

Нижняя часть матрицы изменяется в зависимости от состояния устройств управления (муфт и тормозов) на рассматриваемой передаче трансмиссии. Для каждого невключенного устройства управления формируется строка матрицы. В позиции устройства записывается 1, а в столбце  $B$  записывается 0.

Процедура нахождения  $X$  является стандартной. Обычно расчет выполняется в относительных единицах, если ведущее звено имеет номер 1, то  $B_1 = M_0 = 1$ . В этом случае передаточное число трансмиссии на рассматриваемой передаче равно моменту на выходном звене ( $u_{0X} = M_X$ ).

**В. Силовой расчет с учетом потерь.** Расчет проводится аналогично предыдущему случаю, но вместо кинематических передаточных чисел  $u$  подставляются силовые передаточные числа  $\hat{u}_i$  устройств с постоянной структурой (дифферен-

циалов, передач, валов). Силовое передаточное число устройства

$$\hat{u} = u\eta^x, \quad (4)$$

где  $x = +1$  или  $-1$  в зависимости от направления передачи мощности устройством.

Предварительно определяется значение показателя степени  $x$  для каждого устройства с постоянной структурой. Если при малом уменьшении по абсолютной величине внутреннего передаточного числа  $u$  устройства передаточное число трансмиссии по абсолютной величине уменьшается, то  $x = 1$ , в противном случае  $x = -1$ . (Малое уменьшение гарантирует, что направление потока мощности останется неизменным при проведенном изменении параметра).

После этого определяются моменты, в том числе момент на выходном звене  $\widehat{M}_x$  и КПД трансмиссии на передаче  $\eta_{0,x} = \widehat{M}_x / M_x$ .

Следует отметить, что показанные на рисунке 1 виды устройств, используемых в пакете Maplesoft, содержат изображения стрелок, которыми обозначены потери мощности. Можно предположить, что учет потерь в указанных устройствах проводится независимо от направления потока мощности, проверка по данному фактору не выполняется, что не совсем корректно. В планетарных коробках передач возможно изменение потоков мощности, проходящих через устройства, в зависимости от включаемой передачи.

**Особенности построения математических моделей с использованием СРМ.** Формирование матричных уравнений с использованием СРМ позволяет формализовать и автоматизировать структурное описание механизма, придать ему универсальный вид. Структура матриц остается неизменной в части описания входящих в механизм устройств и не зависит от их рабочего состояния. Варьируются только параметры, определяющие состояние устройств управления, однако это не ведет к изменению структуры и размерности математической модели. В противном случае возникает необходимость заново формировать расчетную модель механизма. Такой подход удобен для компьютерной реализации при проведении кинематических и квазистатических расчетов. Кроме того, он является эффективным при создании универсальных (не зависящих от состояния отдельных устройств) математических моделей динамики механизмов с переменной структурой.

**Реализация методик в программных продуктах.**

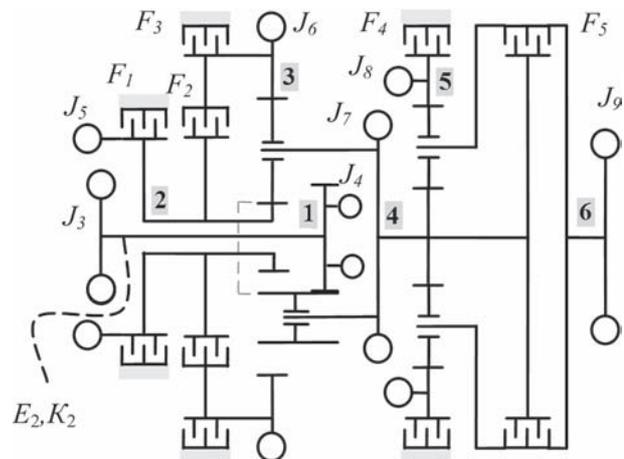
**Примеры расчетов.** Описанные методики скоростного и силового расчетов реализуются в виде компьютерных программ по упомянутым двум направлениям. Расчетное ядро пакетов программ в части выполнения кинематического силового расчетов одинаково.

В рамках первого направления, основанного на использовании библиотек типовых элементов, развивается комплекс программ *Kinematic*. В нем пользователь с помощью меню типовых элементов отрисовывает кинематическую схему трансмиссии,

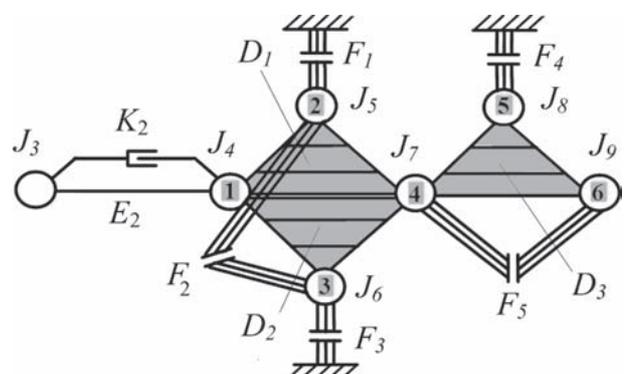
остальные действия выполняет программа в автоматическом режиме. На сегодняшний день наибольшими возможностями обладает третья версия программы *Kinematic 3.0* [14]. Ее отличие от других программ, использующих библиотеки типовых элементов, состоит в том, что меню типовых элементов имеет «мелкую» атомарную структуру (зубчатые колеса, валы, муфты, дифференциалы). Зубчатые колеса располагаются на валах и входят в зацепление между собой с использованием интеллектуальных возможностей программы (иначе требуемое позиционирование элементов недостижимо). Кроме того, программа ориентирована на полный комплекс расчетов, которые могут быть выполнены по кинематической схеме. Примеры расчета с использованием *Kinematic 3.0* представлены в [15].

В рамках второго направления, основанного на универсальном представлении разнотипных механизмов и формировании структуры механизма по данным, задаваемым пользователем, развивается пакет *Visual-Statics* [16]. Ниже приводится пример, поясняющий особенности формирования исходных данных и получаемых результатов расчетов в указанном пакете.

На рисунке 5 а показана механическая модель планетарной коробки передач с нестандартными



а



б

Рисунок 5 — Механическая модель (а) и структурное представление (б) планетарной коробки передач МЗКТ 7922

планетарными рядами. Для расчетов по кинематической схеме полагаем, что все звенья абсолютно жесткие. При этом массы  $J_3$  и  $J_4$  образуют входное звено 1. Коробка передач имеет 6 основных звеньев. (Основные звенья — это звенья, имеющие оси вращения в неподвижном звене). Основные звенья занумерованы (произвольным образом), как показано на рисунке 5 а. По умолчанию принято, что входное и выходное звенья имеют первый (1) и последний (6) номера соответственно.

Структурные особенности поясняет рисунок 5 б. Четырехзвенный механизм (звенья 1—4) представлен двумя стандартными трехзвенными механизмами  $D_1$  (звенья 1, 2, 4) и  $D_2$  (звенья 1, 3, 4). Такое представление — не единственно возможное. В качестве одного из трехзвенных механизмов можно было бы принять механизм, образованный звеньями 2, 3, 4. От этого результаты расчетов не меняются.

Принятое представление показано в таблице 4 (нулевые элементы опущены). Формирование такой таблицы в явном виде не обязательно, поскольку СРМ формируется в процессе расчета по формальному описанию механизма. Однако описание в табличном виде полезно при подготовке исходных данных для скоростного и силового расчетов по приводимому ниже шаблону и проверке полученных результатов.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ О СТРУКТУРЕ МЕХАНИЗМА

KJG — число основных подвижных звеньев механизма;

KL — число муфт и тормозов;

KG — число преобразующих механизмов (в общем случае число механизмов с постоянной структурой);

KNM — число нестандартных преобразующих механизмов:

$KJG = 6 \quad KL = 5 \quad KG = 3 \quad KNM = 2$

Таблица 4 — Описание структуры механизма по рисунку 5 (выделена часть таблицы, соответствующая СРМ коробки передач)

Основные звенья	Устройства управления					Преобразующие механизмы		
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
1	0	0	0	0	0	1	1	0
2	1	1	0	0	0	0,8	0	0
3	0	-1	1	0	0	0	-2,6	0
4	0	0	0	0	1	-1,8	1,6	1
5	0	0	0	1	0	0	0	2,461
6	0	0	0	0	-1	0	0	-3,461

Устройства управления

Номера звеньев, соответствующих первым (ведущим) частям муфт и тормозов:

$NZF(I,1), I=1, KL: 2 \ 2 \ 3 \ 5 \ 4$

Номера звеньев, соответствующих вторым (ведомым) частям муфт и тормозов:

$NZF(I,2), I=1, KL: 0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 6$

Устройства передачи мощности с постоянной структурой

Номера звеньев, соответствующих первым (ведущим) звеньям (солнечным колесам) преобразующих механизмов:

$NZD(I,1), I=1, KG: 1 \ 1 \ 4$

Номера звеньев, соответствующих вторым (ведомым) звеньям преобразующих механизмов (для планетарных механизмов — эпициклом):

$NZD(I,2), I=1, KG: 2 \ 3 \ 5$

Номера звеньев, соответствующих водилам (третьим звеньям) планетарных преобразующих механизмов (для непланетарных — нули):

$NZD(I,3), I=1, KG: 4 \ 4 \ 6$

Передаточные числа преобразующих механизмов (для планетарных при остановленном водиле):

$IAB(I), I=1, KG: -0,8000E+00 \ 0,2600E+01 \ -0,2461E+01$

КПД преобразующих механизмов (для планетарных при остановленном водиле):

$ETA(I), I=1, KG: 0,9400E+00 \ 0,9500E+00 \ 0,9700E+00$

Дополнительные данные по нестандартным преобразующим механизмам

Номера нестандартных механизмов:

$NNM(K), K=1, KNM: 1 \ 2$

Передаточные отношения от первого звена к сателлиту нестандартного механизма:

$UAQ(K), K=1, KNM: 0,9000E+00 \ 0,2600E+01$

БЛОК НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

Число передач:

$NP = 6$

Число включенных муфт и тормозов на каждой передаче:

$KFRI(I), I=1, NP: 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2$

Номера включенных муфт и тормозов на каждой передаче:

$(NFRI(K,I), K=1, KFRI(I)), I=1, NP: 1 \ 4$

2 4

5 1

5 2

3 4

3 5

Число дополнительно заданных угловых скоростей звеньев на каждой передаче:

KWZ(I), I=1, NP:  
0 0 0 0 0

Число дополнительных внешних моментов на каждой передаче:

KMZ(I), I=1, NP:  
0 0 0 0 0

По умолчанию принято, что обязательно задается при скоростном расчете единичная скорость входному звену, а при силовом — единичный момент на входном валу.

**РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ**

KLK=KL+KG.

Структурно-распределительная матрица:

(AJK(I, K), K=1, KLK), I=1, KJG:

.000	.000	.000	.000	.000	1.000	1.000	.000
1.000	1.000	.000	.000	.000	.800	.000	.000
.000	-1.000	1.000	.000	.000	.000	-2.600	.000
.000	.000	.000	.000	1.000	-1.800	1.600	1.000
.000	.000	.000	1.000	.000	.000	.000	2.461
.000	.000	.000	.000	-1.000	.000	.000	-3.461

**А. Скоростной расчет**

Угловые скорости звеньев на каждой передаче:

(W(I, J), J=1, NP), I=1, KJG:

1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
.000	1.000	.000	1.000	-2.656	-2.656
.726	1.000	.726	1.000	.000	.000
.556	1.000	.556	1.000	-.625	-.625
.000	.000	.556	1.000	.000	-.625
.161	.289	.556	1.000	-.181	-.625

Угловые скорости вращения сателлитов относительно водила на каждой передаче:

(WSAT(I, J), J=1, NP), I=1, KG:

.494	.000	.494	.000	1.086	1.086
.171	.000	.171	.000	.625	.625
-.541	-.973	.000	.000	.608	.000

Угловые скорости скольжения звеньев муфт и тормозов на каждой передаче:

(WFRI(I, J), J=1, NP), I=1, KL:

.000	1.000	.000	1.000	-2.656	-2.656
-.726	.000	-.726	.000	-2.656	-2.656
.726	1.000	.726	1.000	.000	.000
.000	.000	.556	1.000	.000	-.625
.395	.711	.000	.000	-.444	.000

**Б. Силовой расчет**

Крутящие моменты на звеньях муфт и тормозов на каждой передаче:

(AMLG(I, J), J=1, NP), I=1, KL:

-.800	.000	-.800	.000	.000	.000
.000	-.612	.000	-.612	.000	.000
.000	.000	.000	.000	2.600	2.600
-4.430	-2.461	.000	.000	3.938	.000
.000	.000	1.800	1.000	.000	-1.600

Крутящие моменты на первых звеньях (обычно солнечных шестернях дифференциалов) преобразующих механизмов и выходном звене (с номером KLG1 = KLG+1) на каждой передаче:

(AMLG(I, J), J=1, NP), I=(KL+1), KLG1:

1.000	.765	1.000	.765	.000	.000
.000	.235	.000	.235	1.000	1.000
1.800	1.000	.000	.000	-1.600	.000
6.230	3.461	1.800	1.000	-5.538	-1.600

**В. Силовой расчет с учетом потерь в преобразующих механизмах**

Крутящие моменты на звеньях муфт и тормозов на каждой передаче с учетом КПД механизмов:

(AMLGP(I, J), J=1, NP), I=1, KL:

-.752	.000	-.752	.000	.000	.000
.000	-.633	.000	-.633	.000	.000
.000	.000	.000	.000	2.470	2.470
-4.182	-2.387	.000	.000	3.509	.000
.000	.000	1.752	1.000	.000	-1.470

Крутящие моменты на первых звеньях (обычно солнечных шестернях дифференциалов) преобразующих механизмов и выходном звене (с номером KLG1 = KLG+1) на каждой передаче с учетом КПД механизмов:

(AMLGP(I, J), J=1, NP), I=(KL+1), KLG1:

1.000	.744	1.000	.744	.000	.000
.000	.256	.000	.256	1.000	1.000
1.752	1.000	.000	.000	-1.470	.000
5.934	3.387	1.752	1.000	-4.979	-1.470

КПД на передачах:

ETA(J), J=1, NP:

.953	.979	.973	1.000	.899	.919
------	------	------	-------	------	------

Признак ведущего (+1) и ведомого (-1) первого звена механизма (указывает направление мощностного потока):

(IX(I, J), J=1, NP), I=1, KG:

1	-1	1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

К результатам силового расчета с учетом потерь. В приведенных на рисунке 1 механизмах,

используемых в методике и программном обеспечении Maplesoft, стрелками указаны потоки передаваемой мощности в механизмах. При этом подразумевается, что направление передачи мощности через механизм постоянное. Это не всегда корректно. В планетарных трансмиссиях возможны ситуации, когда на различных передачах направление потока мощности в механизмах может изменяться. Поэтому в принятой методике расчета вводится проверка направления передачи мощности для определения ведущего и ведомого звена механизмов в каждом конкретном случае. Указанные признаки выводятся среди других результатов расчетов.

**Заключение.** Трансмиссионная система представлена как регулярная система, схематизированная с помощью предложенного набора типовых устройств. В развитие концепции механического объекта как регулярной механической системы разработаны методы скоростного и силового расчета трансмиссии по ее кинематической схеме. Введено понятие структурно-распределительной матрицы (СРМ), которая описывает не только структурные свойства механизма, но и распределение в нем силовых факторов. Использование СРМ позволяет автоматизировать составление и решение уравнений скоростного и силового расчета мобильной машины на стадии ее представления кинематической схемой. Разработанные на основе описанных методик программные средства обеспечивают поддержку наукоемких этапов анализа сложных трансмиссионных систем, содержащих вальные и планетарные механизмы, в том числе нестандартного вида, что продемонстрировано на приведенных примерах.

#### Список литературы

1. Maplesoft. — Режим доступа: <http://www.maplesoft.com/products/maplesim/index.aspx>. Дата доступа: 15.05.2012.
2. Freudenstein, F. An Application of Boolean Algebra to the Motion of Epicyclic Drives / F. Freudenstein // ASME J. Eng. Ind. — 1971. — Vol. 93. — Pp. 176—182.
3. Srinath, A. Improved Synthesis of Planetary Gear Trains / A. Srinath // IE(I) Jornal-МС. — Vol. 86, October 2005. — Pp. 172—174.
4. Chen, D.-Z. Kinematic Characteristics and Classification of Geared Mechanisms Using the Concept of Kinematic Fractionation / D.-Z. Chen, W.-B. Shieh, Y.-C. Yeh // Journal of Mechanical Design. — Vol. 130. — Is. 8, 082602.
5. Сушков, Ю.А. Графы зубчатых механизмов / Ю.А. Сушков. — Л.: Машиностроение, 1983. — 215 с.
6. Крейнес, М.А. Зубчатые механизмы (выбор оптимальных схем) / М.А. Крейнес, М.С. Розовский. — М.: Наука, 1972. — 428 с.
7. Антонов, А.С. Гидромеханические и электромеханические передачи транспортных и тяговых машин / А.С. Антонов, Е.И. Магидович, И.С. Новохатько. — Л.: Машгиз, 1963. — 352 с.
8. Кирдяшев, Ю.Н. Проектирование сложных зубчатых механизмов / Ю.Н. Кирдяшев, А.Н. Иванов. — Л.: Машиностроение 1973. — 352 с.
9. Иванченко, П.Н. Автоматизация выбора схем планетарных коробок передач (справ. пос.) / П.Н. Иванченко, Ю.А. Сушков, А.Д. Вашец. — Л.: Машиностроение, 1974. — 232 с.
10. Альгин В.Б. Анализ, синтез и классификация структурных и кинематических схем трансмиссий с тремя степенями свободы / В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — № 4(17). — С. 29—36.
11. Альгин, В.Б. Схематизация и расчет мобильной машины как многомассовой системы. Регулярные механические системы / В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 1(18). — С. 6—16.
12. Альгин, В.Б. Кинематика, надежность и ресурсное проектирование трансмиссий мобильных машин / В.Б. Альгин. — Минск: Навука і тэхніка, 1995. — 256 с.
13. Algin, V. Kinematic and dynamic computation of vehicle transmission based on regular constructs / V. Algin, V. Ivanov // Proceedings of 12th IFToMM World Congress, Besancon (France), June 18—21, 2007; ed. by: Jean-Pierre Merlet and Marc Dahan. — Besancon, 2007. — 6 p.
14. Kinematic 3.0: комп. программа: св-во 271 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин, С.В. Ломоносов, В.М. Сорочан / правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № С20100148; заявл. 16.12.10; опубл. 27.12.2010 // Реестр зарегистрированных компьютерных программ / Нац. центр интеллектуальной собственности. — 2010.
15. Альгин, В.Б. Комплексная оценка мобильной машины и ее трансмиссии на концептуальной стадии проектирования / В.Б. Альгин, В.М. Сорочан // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — № 3(16). — С. 5—13.
16. Скоростной и силовой расчет трансмиссии: комп. программа: св-во 105 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин, А.В. Вербицкий, Е.Н. Пянко / правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № С20090047; заявл. 24.08.2009; опубл. 24.09.09 // Реестр зарегистрированных компьютерных программ / Нац. Центр интеллектуальной собственности. — 2009.

Algin V.B.

#### Schematization and calculation of mobile machine presented as multibody system. Kinematics and quasistatics

Problems of calculations of the vehicle transmission are considered. The transmission is presented as the kinematic diagram. Its state is established by shifting elements, such as clutches and brakes. Methods of kinematic (angular velocities) and torques calculations of the transmission based on its feature as regular mechanical object are developed. For the transmission description the structurally-distributive matrix is entered, which reflects structural properties and distribution of torques factors on transmission parts. This approach allows automating formation of mathematical models of the transmission irrespective of its components types (simple trains, planetary mechanisms of various types, and their combinations). The developed matrix methods are realized as computer programs for carrying out of the high technology calculations of the transmission in its design stage. The calculation examples explaining features of developed methods are presented.

Поступила в редакцию 10.04.2012.