



МЕХАНИКА ТРИБОФАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 539.3

С.С. ЩЕРБАКОВ, канд. физ.-мат. наук
Белорусский государственный университет, г. Минск

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОЕ СОСТОЯНИЕ ТРИБОФАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «РОЛИК — ВАЛ»

Рассматривается трибофатическая система «ролик — вал», работающая в условиях контактного взаимодействия между роликом и валом и неконтактного изгиба вала. Напряженно-деформируемое состояние системы моделируется суперпозицией напряженных состояний, вызванных действием контактных усилий и неконтактной изгибающей вал силы. Распределение напряжений при действии нормальных и касательных контактных усилий рассчитывается как суперпозиция аналитических фундаментальных решений для равномерно распределенных усилий по прямоугольной области поверхности полупространства. Приведенные результаты расчетов свидетельствуют о значительном отличии напряженно-деформированного состояния трибофатической системы от такового в контактной паре или изгибаемом вале.

Ключевые слова: трибофатическая система, контактное взаимодействие, изгиб, система «ролик — вал», напряженно-деформированное состояние, фундаментальные решения

Введение. При моделировании контактного взаимодействия решение задачи определения напряженно-деформированного состояния полупространства для произвольного закона распределения нормальной и касательной нагрузок, а также произвольной формы области контакта в аналитическом виде затруднительно [1, 2].

Один из подходов к решению данной задачи основан на получении непрерывных в полупространстве аналитических решений, без особенностей у его поверхности для распределения поверхностных нормальных и касательных усилий по прямоугольной области [3–7]. Суперпозиция подобных решений позволяет получить решения для произвольных распределений поверхностных усилий.

Общий метод определения напряженного состояния, вызванного нормальной нагрузкой, распределенной по области многоугольника, рассмотрен в работах [3–7]. Решения для полуплоскости, поверхности полупространства и некоторых других его подобластей приведены в работах [5–7]. В работе [4] проанализирован случай равномерно распределенного давления по прямоугольной области полупространства. Точное решение данной задачи, полученное на основе интегрирования решения Буссинеска, представлено, например, в работах [6, 7].

Не полностью исследованным остается точное решение для всего полупространства при действии равномерно распределенной по прямоугольной

области касательной нагрузки, позволяющей моделировать трение.

Особую сложность при расчете напряжений и деформаций в окрестности контактного взаимодействия представляют задачи с учетом объемного деформирования (например, при растяжении-сжатии, изгибе) для ответственных трибофатических систем. Система «ролик — вал» является одной из данных систем и представляет собой модель для износоустойчивых испытаний таких практически важных объектов, как зубчатое зацепление, «колесо — рельс» и др. В ней реализуется как контактное взаимодействие ролика и вала, так и неконтактный изгиб вала (рисунок 1) [8–11]. Таким образом, изучение особенностей трехмерного напряженно-деформированного состояния системы «ролик — вал» с помощью аналитических решений для поверхностных усилий, распределенных по прямоугольной области полупространства, является актуальной задачей.

Постановка задачи. В системе «ролик — вал» ролик и вал ограничены поверхностями второго порядка, а значит, в соответствии с теорией несогласованного контакта Герца [1], взаимодействие между роликом и валом может быть сведено к эллиптическому распределению нормальных усилий по полупространству (рисунок 2). Параметрами такого распределения являются a , b и p_0 — большая, малая полуоси контактной площадки и максимальное давление в ее центре.

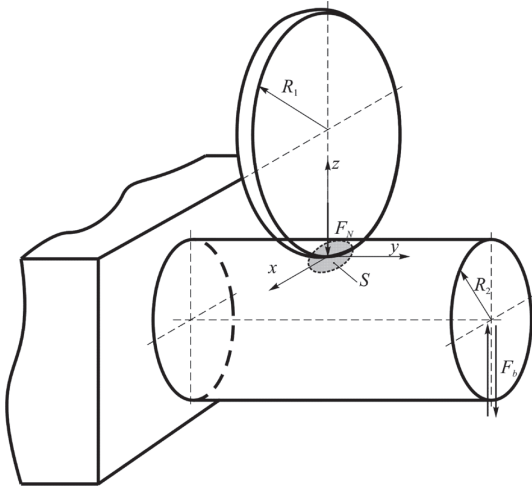


Рисунок 1 — Система «ролик — вал»

При исследовании системы «ролик — вал» рассмотрим модельную задачу для изгибаемого вала, также нагруженного эллиптически распределенной нагрузкой, параметры которой определяются контактным взаимодействием, по области сравнимого с валом размера.

Таким образом, применительно к трибофатической системе «ролик — вал» будем решать две граничные задачи:

- контактную для взаимодействия элементов системы

$$\begin{aligned} \sigma_{mn}^{(c)}|_S &= p(F_c, S); \quad \sigma_{\tau c}^{(c)}|_S = fp(F_c, S); \\ \sigma_{ij}^{(c)}|_{\rho \rightarrow \infty} &\rightarrow 0; \end{aligned} \quad (1)$$

- задачу теории упругости для изгибаемого вала

$$M|_{S_M} = M(F_b), \quad (2)$$

где $S(x, y)$ — площадка контакта; F_c и F_b — контактная и изгибающая силы; f — коэффициент трения; ρ — расстояние от центра контакта; $\sigma_{ij}^{(c)}$ — напряженное состояние при контакте, $n \perp S$, $\tau \parallel S$, M — внутренний момент в вале.

Напряженное состояние в любой точке $M(x, y, z)$ трибофатической системы определяется из общего соотношения [8–11]:

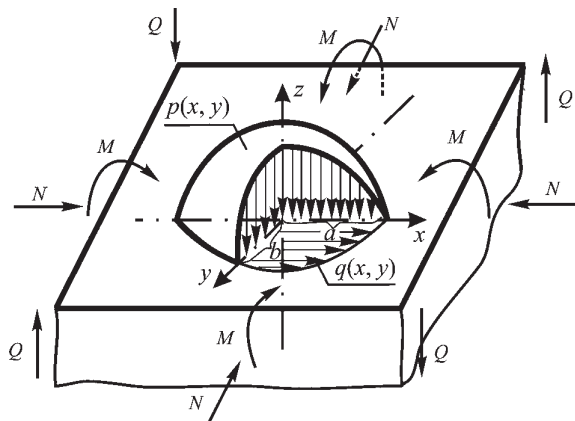


Рисунок 2 — Схема нагружения окрестности контактного взаимодействия трибофатической системы

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)}, \quad i, j = x, y, z, \quad (3)$$

где $\sigma_{ij}^{(n)}$, $\sigma_{ij}^{(\tau)}$, $\sigma_{ij}^{(b)}$ — напряжения, вызванные соответственно нормальной контактной нагрузкой, касательной контактной нагрузкой, неконтактными силами.

При этом если напряженное состояние ролика является чисто контактным, то в вале, помимо контактных напряжений, также действуют напряжения, обусловленные изгибающей неконтактной силой.

Фундаментальные решения для распределенных по полупространству усилий. Рассмотрим случай равномерно распределенных нормальной $p^{(n)}(x, y)$ или касательной $p^{(\tau)}(x, y)$ нагрузок по прямоугольной области $S = \{x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2\}$ (рисунок 3). Тогда общие выражения, определяющие напряжения и перемещения во всем полупространстве, примут вид:

$$\sigma_{ij}^{(l)} = p^{(l)} \int_{x_1}^{x_2} ds_x \int_{y_1}^{y_2} G_{ij}^{(l, \sigma)}(x - s_x, y - s_y, z) ds_y, \quad (4)$$

где $l = n, \tau$, верхний индекс n соответствует распределению нормальных к поверхности усилий, а τ — касательных к поверхности усилий, $G_{ij}^{(n, \sigma)}$, $G_i^{(\tau, \sigma)}$ — функции влияния из решений Буссинеска и Черрути [1].

Выражения для напряжений $\sigma_{ij}^{(n)}$ при действии нормальных к поверхности усилий в соответствии с (4) будут следующими [6, 7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(n)} &= p^{(n)} G_{xx}^{(n, \sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\ &= \frac{p^{(n)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \left\{ \frac{a_p b_q z}{(a_p^2 + z^2) c_{pq}} - \right. \\ &\quad \left. - 2\nu \arctg\left(\frac{a_p b_q}{c_{pq} z}\right) + (1-2\nu) \left[\arctg\left(\frac{b_q z}{a_p c_{pq}}\right) - \arctg\left(\frac{b_q}{a_p}\right) \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}^{(n)} &= p^{(n)} G_{yy}^{(n, \sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\ &= \frac{p^{(n)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \left\{ \frac{a_p b_q z}{(b_q^2 + z^2) c_{pq}} - \right. \\ &\quad \left. - \arctg\left(\frac{a_p b_q}{c_{pq} z}\right) - (1-2\nu) \left[\arctg\left(\frac{b_q z}{a_p c_{pq}}\right) - \arctg\left(\frac{b_q}{a_p}\right) \right] \right\}; \end{aligned}$$

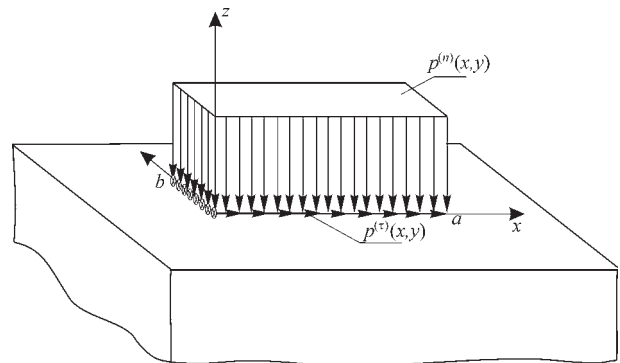


Рисунок 3 — Схема нагружения прямоугольной области полупространства равномерно распределенными нормальными и касательными усилиями

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zz}^{(n)} &= p^{(n)} G_{zz}^{(n,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(n)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q+1} \times \\
 &\times \left\{ \frac{a_p b_q z (a_p^2 + b_q^2 + 2z^2)}{(a_p^2 + z^2)(b_q^2 + z^2) c_{pq}} + \operatorname{arctg} \left(\frac{a_p b_q}{c_{pq} z} \right) \right\}, \\
 \sigma_{xy}^{(n)} &= p^{(n)} G_{xy}^{(n,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(n)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \left\{ -\frac{z}{c_{pq}} + \right. \\
 &+ (2\nu - 1) \left[\frac{c_{pq}}{4z} + \frac{1}{8} \ln \left(\frac{(z + c_{pq})^5}{c_{pq} - z} \right) + \frac{c_{pq}^2}{8z^2} \ln \left(\frac{c_{pq} - z}{c_{pq} + z} \right) \right] \left. \right\}, \\
 \sigma_{xz}^{(n)} &= p^{(n)} G_{xz}^{(n,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(n)} z^2}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \frac{b_q}{(a_p^2 + z^2) c_{pq}}; \\
 \sigma_{yz}^{(n)} &= p^{(n)} G_{yz}^{(n,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p_0 z^2}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \frac{a_p}{(b_q^2 + z^2) c_{pq}},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $a_p = x - x_p$; $b_q = y - y_q$; $c_{pq} = \sqrt{a_p^2 + b_p^2 + z^2}$; $p, q = 1, 2$.

Тензор напряжений $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ при действии касательных к поверхности усилий в соответствии с (4) примет вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{xx}^{(\tau,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(\tau)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \left\{ 2 \ln(b_q + c_{pq}) + \frac{(1-2\nu) b_q z}{a_p^2 + b_q^2} + \right. \\
 &+ \left. \frac{b_q \left[2\nu(a_p^2 + z^2)^2 - z^2(2a_p + z^2) + b_q^2(2\nu a_p^2 - (1-2\nu)z^2) \right]}{(a_p^2 + z^2)(a_p^2 + b_q^2) c_{pq}} \right\}, \\
 \sigma_{yy}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{yy}^{(\tau,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(\tau)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \left\{ 2\nu \ln(b_q + c_{pq}) - \right. \\
 &- \frac{(1-2\nu) b_q z}{a_p^2 + b_q^2} + b_q \left[\frac{(1-2\nu) c_{pq}}{a_p^2 + b_q^2} + \frac{1}{c_{pq}} \right] \left. \right\}; \\
 \sigma_{zz}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{zz}^{(\tau,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{q_0 z^2}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \frac{b_q}{(a_p^2 + z^2) c_{pq}}; \\
 \sigma_{xy}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{xy}^{(\tau,\sigma)} = \frac{p^{(\tau)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \times \\
 &\times \left\{ \frac{(1-2\nu) a_p}{z + c_{pq}} - \frac{a_p}{c_{pq}} - \frac{a_p}{\sqrt{-a_p^2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{c_{pq}}{\sqrt{-a_p^2}} \right) \right\};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xz}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{xz}^{(\tau,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \frac{p^{(\tau)}}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q} \times \\
 &\times \left\{ \frac{a_p b_q z}{(a_p^2 + z^2) c_{pq}} - \operatorname{arctg} \left(\frac{a_p b_q}{c_{pq} z} \right) \right\}, \\
 \sigma_{yz}^{(\tau)} &= p^{(\tau)} G_{yz}^{(\tau,\sigma)}(a_1, b_1, a_2, b_2) = \\
 &= \frac{p^{(\tau)} z}{2\pi} \sum_{p=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{p+q+1} \frac{1}{c_{pq}}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

При непосредственном вычислении перемещений в соответствии с (5) и (6) функции arctg и \ln , входящие в расчетные выражения, в некоторых точках могут иметь разрывы. В таких точках данные функции могут быть переопределены как полусуммы пределов слева и справа, которые в большинстве случаев оказываются равными нулю.

Решение для эллиптически распределенных контактных усилий. Будем рассматривать применение решений (4) для моделирования эллиптического распределения нормальных или касательных поверхностных усилий

$$p^{(l)}(x, y) = p^{(l)} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}. \tag{7}$$

Расчет напряжений проводился для нормальных или касательных поверхностных усилий вида (7), распределенных по эллиптической площадке с большей a и меньшей b полуосями при $b = a/2$. Равномерное разбиение площадки проводилось квадратными граничными элементами со сторонами $0,05a$ (рисунок 4). Коэффициент Пуассона ν в расчетах принимался равным $0,3$.

Граничные элементы имели вид $BE_k = \{p^{(l)}(x_k, y_k) / p_0^{(l)}, x_k - h/2, x_k + h/2, y_k - h/2, y_k + h/2\}$, где $p_0^{(l)}$ — максимальное значение нормальных или касательных усилий (см. рисунок 4).

Расчет напряжений в некоторой точке полупространства проводится суперпозицией решений для всех граничных элементов:

$$\sigma_{ij}^{(l)} = \sum_{k=1}^N p_k^{(l)} G_{ij}^{(l,\sigma)}(x_k - h/2, x_k + h/2, y_k - h/2, y_k + h/2), \tag{8}$$

где $G_{ij}^{(l,\sigma)}$ — функции влияния из решений (5) и (6); N — количество граничных элементов.

Оценка погрешности проведенного гранично-элементного расчета (рисунок 5) может быть сделана в сравнении с известным решением для оси z при эллиптически распределенных нормальных к поверхности усилиях:

$$\sigma_{zz}^{(n,A)} = -p_0^{(n)} \frac{ab}{\sqrt{a^2 + z^2} \sqrt{b^2 + z^2}}, \tag{9}$$

с помощью следующей формулы

$$\varepsilon_{zz}^{(n,h)} = \frac{\sigma_{zz}^{(n,A)} - \sigma_{zz}^{(n,h)}}{\sigma_{zz}^{(n,A)}}.$$

Как видно из рисунка 5, погрешность вычислений не превышает $0,5\%$.

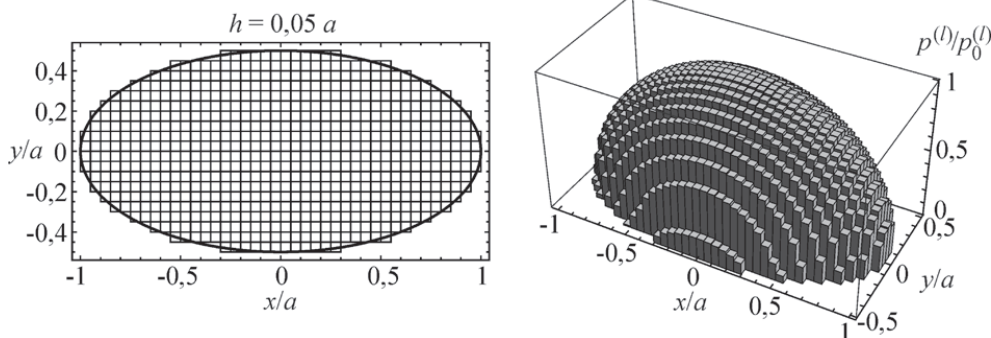


Рисунок 4 — Равномерное гранично-элементное разбиение эллиптической области приложения поверхностных усилий

Из рисунка 6 видно равенство напряжений $\sigma_{zz}^{(n)}$ и $\sigma_{xz}^{(\tau)}$ граничным условиям на поверхности полупространства.

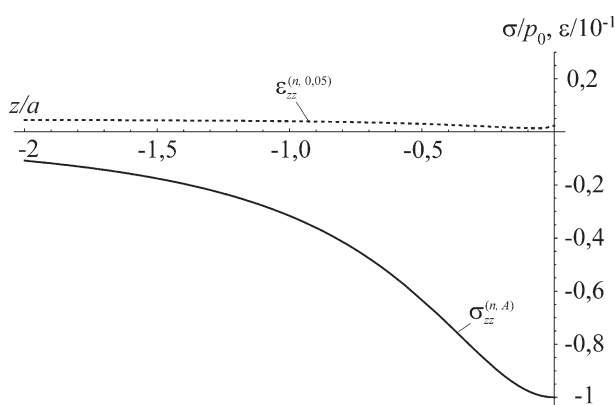


Рисунок 5 — Распределение погрешности гранично-элементного расчета вдоль оси z

Распределения компонент тензоров напряжений в характерных сечениях полупространства при действии эллиптически распределенных нормальных и касательных к полупространству усилий показаны на рисунках 7 и 8.

Из рисунков 7 и 8 видно, что наибольшими по величине нормальными и касательными напряжениями при действии только нормальной нагрузки $p^{(n)}(x, y)$ (см. рисунок 7) являются компоненты $\sigma_{zz}^{(n)}$, $\sigma_{xz}^{(n)}$ и $\sigma_{yz}^{(n)}$, а при действии только касательной нагрузки $p^{(\tau||a)}(x, y)$ (см. рисунок 8) — $\sigma_{xx}^{(\tau)}$ и $\sigma_{xz}^{(\tau)}$. Из

рисунка 7 видно, что при действии направленной вдоль оси x нормальной нагрузки $p^{(n)}(x, y)$ распределения напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$ и $\sigma_{zz}^{(n)}$ также ориентированы вдоль оси x, а напряжения $\sigma_{yy}^{(n)}$ — вдоль оси y. Касательные напряжения $\sigma_{xy}^{(n)}$, $\sigma_{xz}^{(n)}$, $\sigma_{yz}^{(n)}$ имеют плоскости антисимметрии $x = 0$ и $y = 0$, $x = 0$, $y = 0$ соответственно.

Из рисунка 8 видно, что при действии ориентированной вдоль оси x (параллельно большей полуоси эллипса контакта a) касательной нагрузки $p^{(\tau||a)}(x, y) < 0$ распределения нормальных напряжений $\sigma_{xx}^{(\tau)}$, $\sigma_{yy}^{(\tau)}$, $\sigma_{zz}^{(\tau)}$ имеют характерную для процессов трения плоскость антисимметрии $x = 0$ такую, что перед областью действия касательной нагрузки, при $x < 0$ нормальные напряжения являются сжимающими, при $x > 0$ — растягивающими. На площадке контакта касательные напряжения $\sigma_{xz}^{(\tau)}|_{S(x,y)} = p^{(\tau||a)}(x, y)$, а $\sigma_{xy}^{(\tau)}$, $\sigma_{yz}^{(\tau)}$ имеют плоскости антисимметрии $y = 0$, $x = 0$ и $y = 0$ соответственно.

Напряженно-деформированное состояние системы «ролик — вал». Рассмотрим случай напряженно-деформированного состояния трибофатической системы «ролик — вал» при отсутствии силы трения. Такой тип нагружения реализуется при контактно-механической усталости, когда влияние трения качения невелико [8, 10]. Распределения всех независимых компонент контактных напряжений $\sigma_{ij}^{(n)}$ и $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ приведены на рисунках 7 и 8. При анализе системы «ролик — вал» будем рассматривать напряжения σ_{xx} , σ_{xz} , поскольку

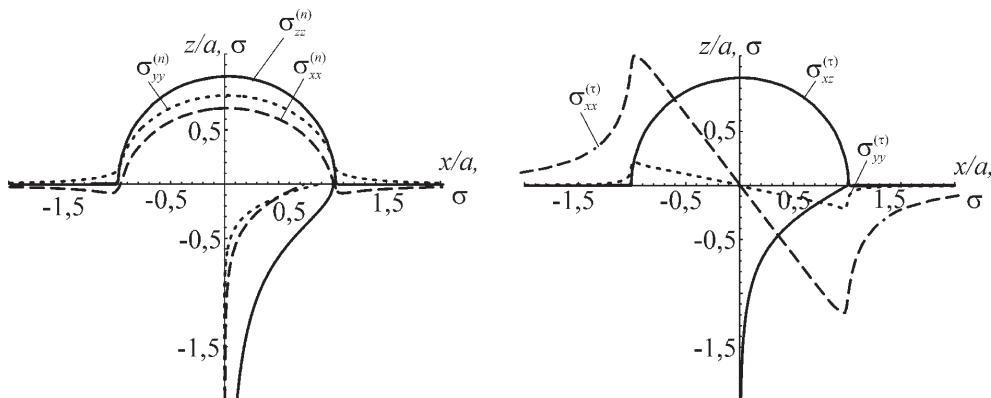


Рисунок 6 — Распределение вдоль осей x и z некоторых компонент тензора напряжений, отнесенных к величинам $p_0^{(n)}$ и $p_0^{(\tau)}$

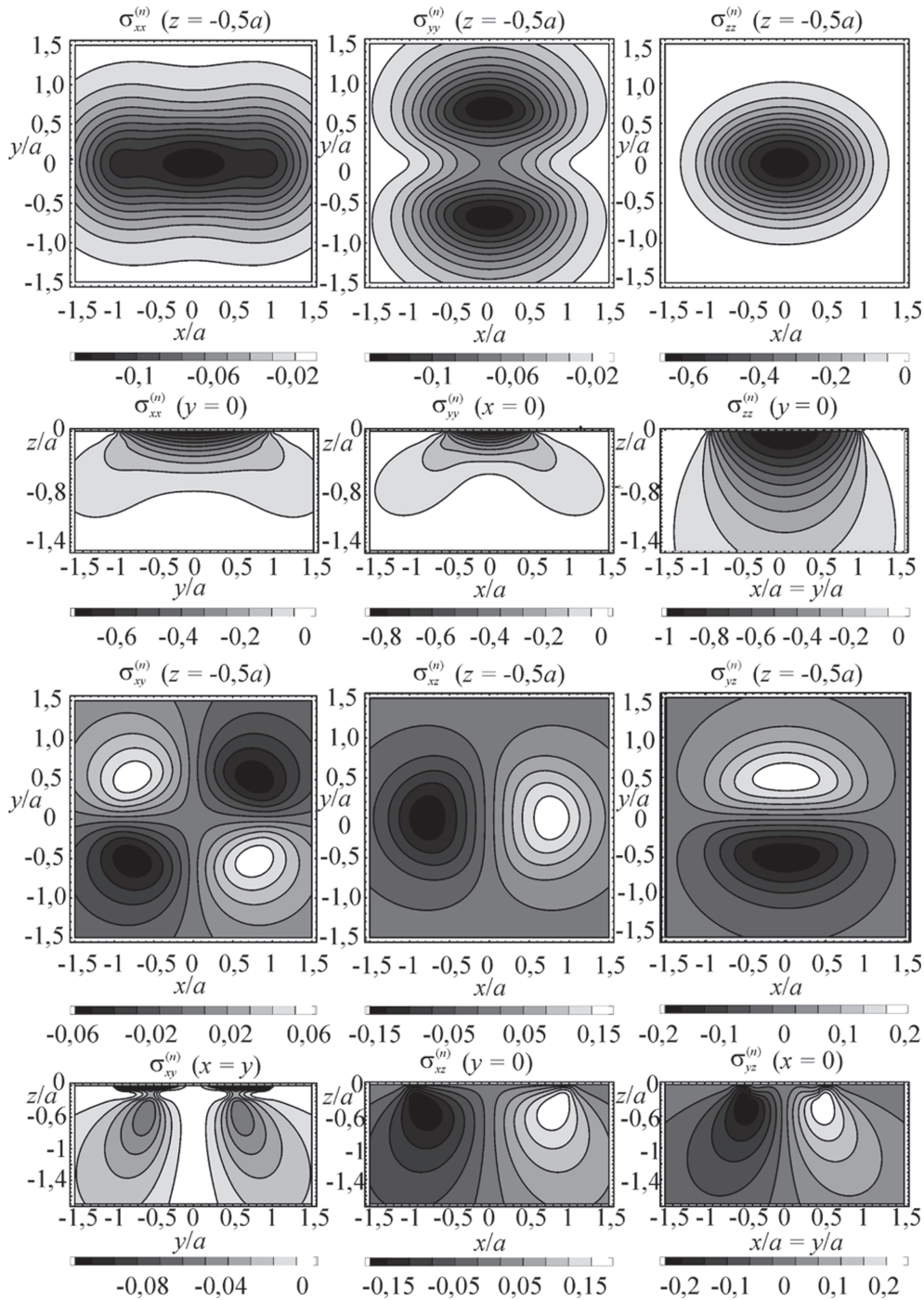


Рисунок 7 – Распределение напряжений $\frac{\sigma_{ij}^{(n)}}{p_0^{(n)}}$, вызванных действием нормальной контактной нагрузки $p^{(n)}(x, y)$ при $b/a = 0,5$

именно эти напряжения в наибольшей степени определяют особенности совмещенного напряженно-деформированного состояния рассматриваемой системы по сравнению с контактной парой.

Напряженное состояние, вызванное действием силы F_b в плоскости $y = 0$ (рисунок 9), определяется в соответствии с известными [8] соотношениями:

$$\sigma_{xx}^{(b)} = \frac{F_b(l-x)z}{4(1+\nu)J}, \quad \sigma_{xz}^{(b)} = \frac{(3+2\nu)F_b}{8(1+\nu)J}(r^2 - z^2), \quad (10)$$

$$\sigma_{xx}^{(b)} = \sigma_{zz}^{(b)} = \sigma_{xz}^{(b)} = \sigma_{xy}^{(b)} = 0,$$

где $J = \frac{\pi r^4}{64}$, $F_b = 0.4 p_0 \frac{4(1+\nu)J}{lr}$.

Распределения напряжений $\sigma_{xx}^{(b)}$, $\sigma_{xz}^{(b)}$ при действии неконтактной изгибающей нагрузки F_b , $c = 4,5a$, $l = 17,5a$, $r = 1,5a$, $\nu = 0,3$ представлены на рисунках 10 и 11.

Из рисунка 10 видно, что хотя при $F_b < 0$ на верхней поверхности вала напряжения $\sigma_{xx}^{(b)} > 0$, однако в результате действия контактных сжимающих напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$ совмещенные напряжения $\sigma_{xx}^{(n)} < \sigma_{xx}^{(b)} = \sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)} < 0$. Таким образом, с одной

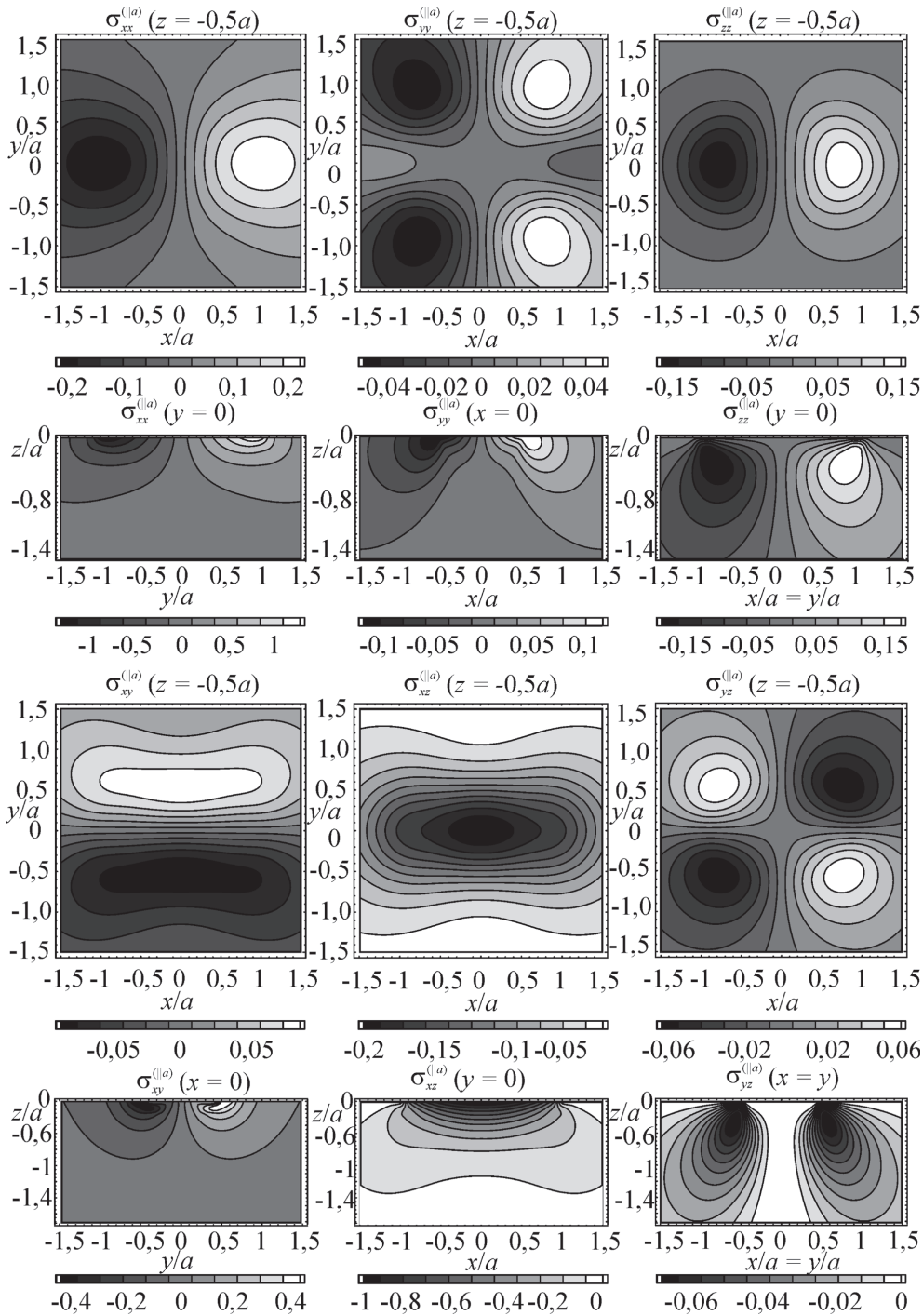


Рисунок 8 — Распределение напряжений $\frac{\sigma_{ij}^{(l(a))}}{\rho_0^{(l(a))}}$, вызванных действием касательной контактной нагрузки $p^{(a)}(x, y)$ при $b/a = 0,5$

стороны опасные — приводящие к образованию магистральной трещины — растягивающие напряжения $\sigma_{xx}^{(b)}$ компенсируются сжимающими $\sigma_{xx}^{(n)}$, а с другой стороны, уменьшается величина $\sigma_{xx}^{(n)}$.

Из рисунка 10 *г* видно, что при $F_b > 0$ суперпозиция напряжений $\sigma_{xx}^{(b)} < 0$ и $\sigma_{xx}^{(n)} < 0$ приводит к увеличению сжимающих напряжений.

Из рисунка 11 следует, что в окрестности контакта распределение напряжений (деформаций) $\sigma_{xz} = \sigma_{xz}^{(n)} + \sigma_{xz}^{(b)}$ напоминает распределение напря-

жений $\sigma_{xz}^{(n)}$, однако вследствие действия $\sigma_{xz}^{(b)}$ напряжения σ_{xz} теряют характерную для $\sigma_{xz}^{(n)}$ симметрию.

Обратимся к деформированному состоянию вала. Особенностью контактных деформаций является то, что в определенных областях окрестности контакта напряжения и деформации могут иметь разные знаки (сравнить рисунки 10 *а* и 10 *д*). Такое противоречие следует из расчета деформаций с помощью обобщенного закона Гука для существенно трехмерного напряженного состояния.

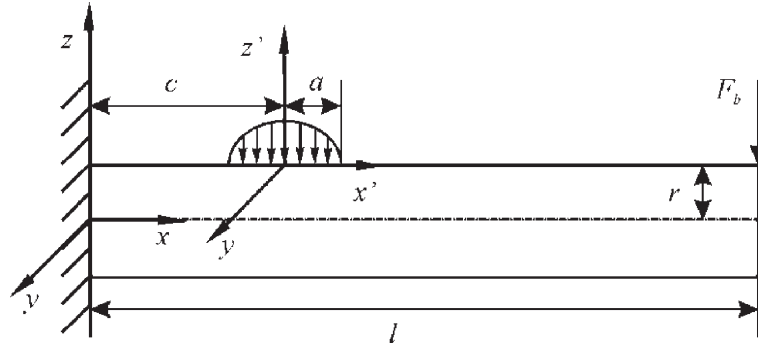


Рисунок 9 — Схема нагружения вала в системе «ролик — вал»

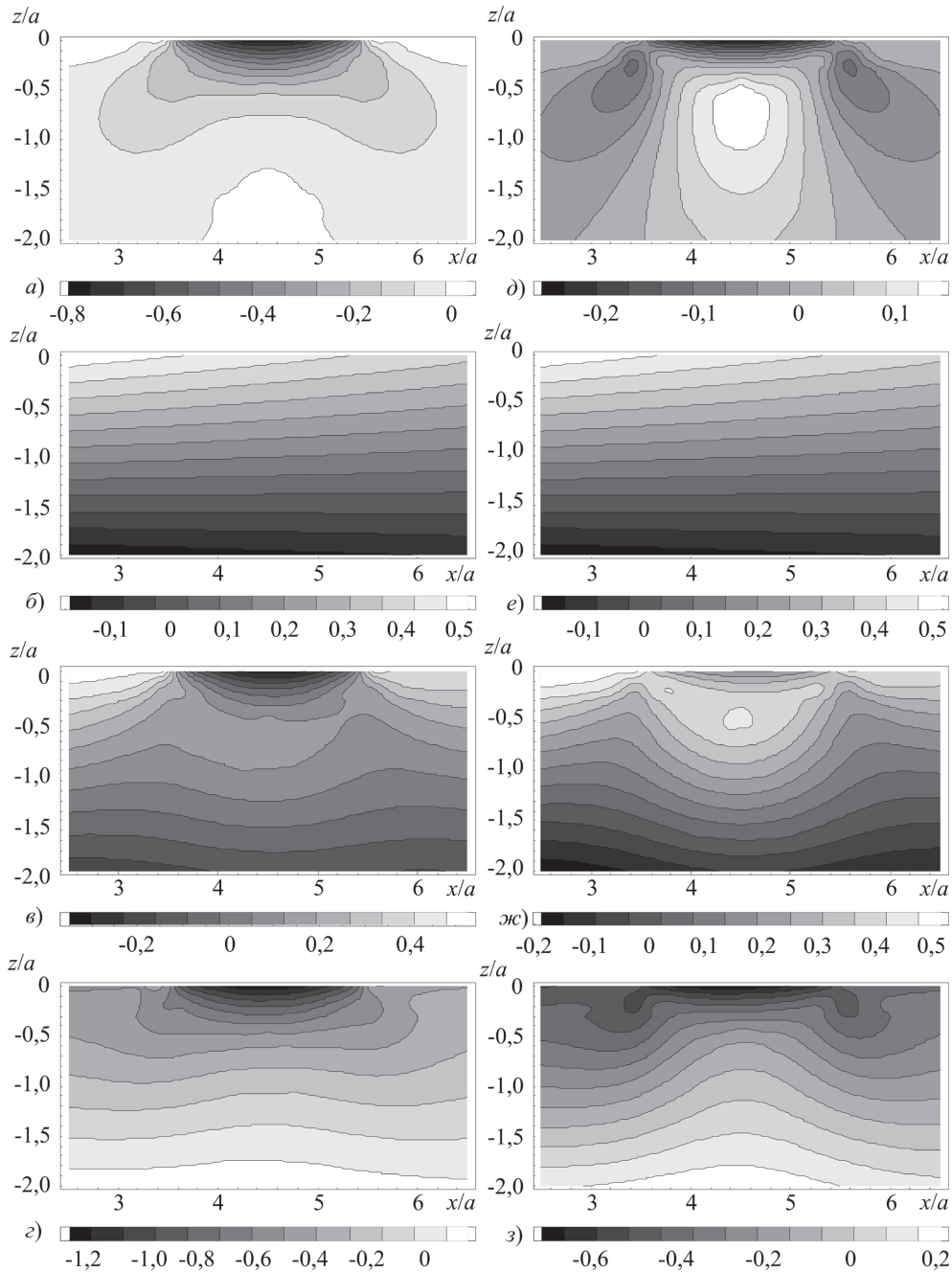


Рисунок 10 — Распределения напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$ (а), $\sigma_{xx}^{(b)}$ (б), $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (в), $\sigma_{xx}^{(b)} - \sigma_{xx}^{(n)}$ ($F_b > 0$) (д), отнесенных к p_0 , и деформаций $\varepsilon_{xx}^{(n)}$ (е), $\varepsilon_{xx}^{(b)}$ (ф), $\varepsilon_{xx}^{(n)} + \varepsilon_{xx}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (ж), $\varepsilon_{xx}^{(n)} - \varepsilon_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (з), отнесенных к p_0 / E (E — модуль упругости), в окрестности контакта в плоскости $y = 0$ при $a / b = 0,5$

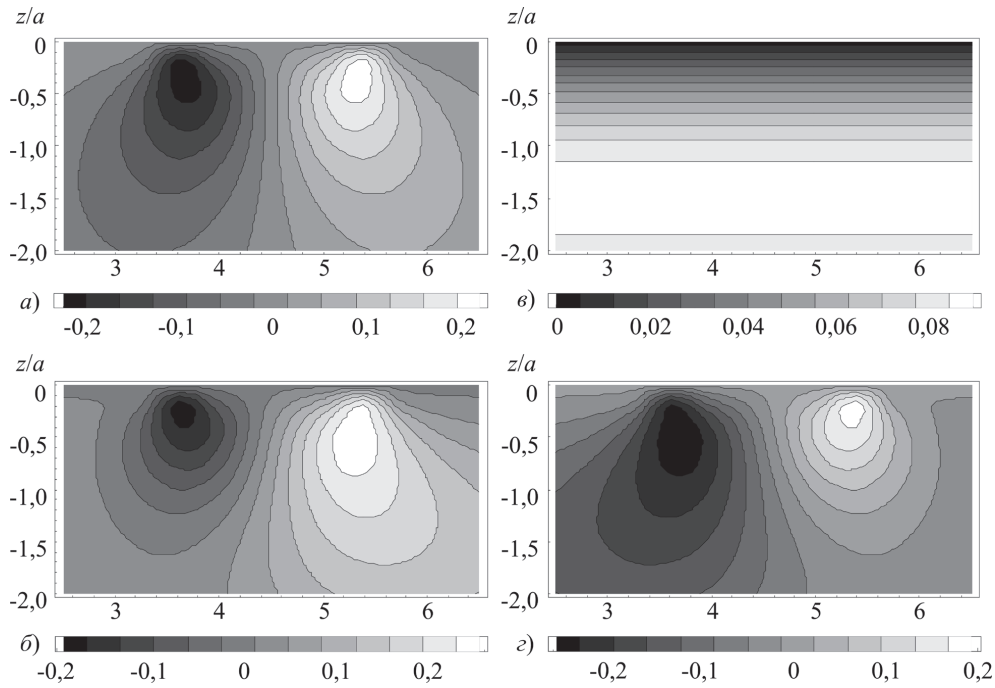


Рисунок 11 — Распределение напряжений (отнесенных к p_0) и деформаций (отнесенных к $p_0 / 2G$) $\sigma_{xz}^{(n)}$, $\epsilon_{xz}^{(n)}$ (а), $\sigma_{xz}^{(b)}$, $\epsilon_{xz}^{(b)}$ (б), $\sigma_{xz}^{(n)} + \sigma_{xz}^{(b)}$, $\epsilon_{xz}^{(n)} + \epsilon_{xz}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (в), $\sigma_{xz}^{(n)} - \sigma_{xz}^{(b)}$, $\epsilon_{xz}^{(n)} - \epsilon_{xz}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (г) в окрестности контакта в плоскости $y = 0$ при $a / b = 0,5$

Так, влияние наибольших по величине сжимающих напряжений $\sigma_{zz}^{(n)}$ посредством коэффициента Пуассона на деформации $\epsilon_{xx}^{(n)}$ выражается в появлении областей деформаций растяжения (см. центральную часть рисунка 10 а и д), где напряжения $\sigma_{xx}^{(n)}$ сжимающие. Деформации $\epsilon_{xz}^{(n)}$ можно получить, умножив $\sigma_{xz}^{(n)}$ (рисунок 11) на $p_0 / 2G$ ($G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ — модуль сдвига).

Из рисунка 10 видно, что ϵ_{xx} представляет собой суперпозицию деформаций $\epsilon_{xx}^{(n)}$ (см. рисунок 10 д) и $\sigma_{xx}^{(b)} / E$ (см. рисунок 10 е). Следует отме-

тить, что при $F_b < 0$ на поверхности вала возникают растягивающие напряжения $\sigma_{xx}^{(b)}$, вызывающие деформации сжатия $\epsilon_{yy}^{(b)} = \epsilon_{zz}^{(b)} = -\frac{\mu \sigma_{xx}^{(b)}}{E}$. Таким образом, наибольшие деформации ϵ_{xx} (как, впрочем, и ϵ_{yy}) существенно меньше (примерно на 20 %) при $\sigma_{xx}^{(b)} < 0$ на поверхности вала, чем при $\sigma_{xx}^{(b)} > 0$.

Рисунки 10 и 11 позволяют исследовать особенности возмущения полей напряжений в окрестности области контакта, анализируя таким образом обратный эффект в трибофатике. С помощью рисунков 12 и 13 можно проводить аналогичные ис-

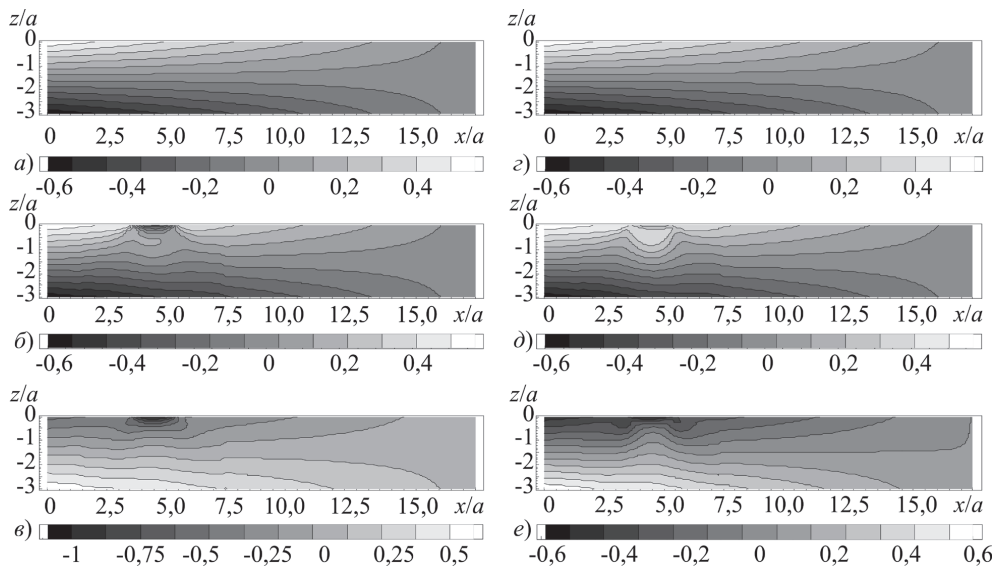


Рисунок 12 — Распределение напряжений $\sigma_{xx}^{(b)}$ (а), $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (б), $\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (в), $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (г), $\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (д), $\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (е), отнесенных к p_0 , и деформаций $\epsilon_{xx}^{(b)}$ (з), $\epsilon_{xx}^{(n)} + \epsilon_{xx}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (д), $\epsilon_{xx}^{(n)} - \epsilon_{xx}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (е), отнесенных к p_0 / E (E — модуль упругости), в плоскости $y = 0$ при $a / b = 0,5$

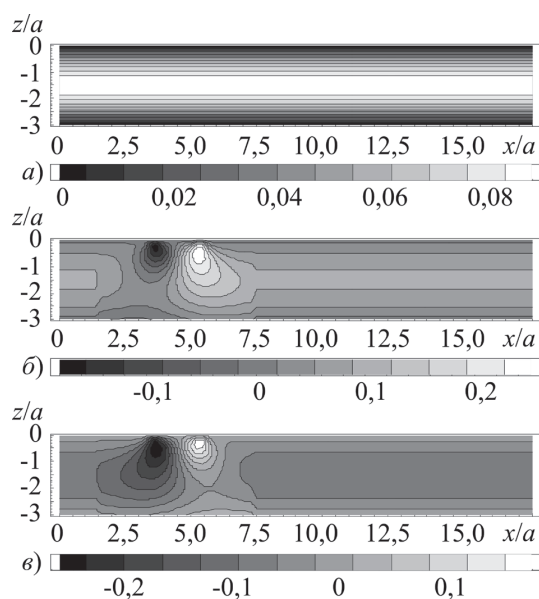


Рисунок 13 — Распределение напряжений (отнесенных к p_0) и деформаций (отнесенных к $p_0 / 2G$) $\sigma_{xz}^{(b)}, \varepsilon_{xz}^{(b)}$ (а), $\sigma_{xz}^{(n)} + \sigma_{xz}^{(b)}, \varepsilon_{xz}^{(n)} + \varepsilon_{xz}^{(b)}$ ($F_b < 0$) (б), $\sigma_{xz}^{(n)} - \sigma_{xz}^{(b)}, \varepsilon_{xz}^{(n)} - \varepsilon_{xz}^{(b)}$ ($F_b > 0$) (в) в плоскости $y = 0$ при $a / b = 0,5$

следования изменения полей напряжений при объемном деформировании вследствие их локальных возмущений контактными нагрузками, т. е. анализировать прямой эффект.

Заключение. Построены непрерывные в полупространстве точные решения без особенностей у поверхности для компонент тензора напряжений при равномерном распределении касательных усилий по прямоугольной области. Данные решения были применены для анализа трибофатической системы «ролик — вал». Суперпозиция полученных решений и известных решений для нормально распределенных усилий были применены для определения напряженно-деформированного состояния при эллиптически распределениях нормальных и касательных поверхностных усилиях.

Эффективность такого подхода по сравнению с применением численного интегрирования особенно велика при получении компонент тензора напряжений в области приложения нагрузки, где численное интегрирование производить достаточно сложно из-за наличия особенностей в подынтегральном выражении.

Shcherbakov S.S.

The stress-strain state of the tribo-fatigue system roller-shaft

Tribo-fatigue system roller-shaft, working in conditions of contact interaction between the roller and the shaft and the non-contact bending shaft is considered. The stress-strain state of the system is modeled by a superposition of stress states caused by the action of contact forces and non-contact shaft bending strength. The stress distribution under the action of normal and tangential contact force is calculated as a superposition of analytical fundamental solutions for the steady distributed forces over a rectangular area of the half space. The above calculation results show a significant difference of stress-strain state of tribo-fatigue system from that in the contact pair or in the bend shaft.

Keywords: tribo-fatigue system, contact interaction, bend, roller-shaft, stress-strain state, fundamental solutions

Поступила в редакцию 12.07.2012.

Совмещенное напряженное состояние трибофатической системы описывается с помощью (3) суперпозицией напряжений, обусловленных как контактной, так и неконтактными нагрузками. Поэтому с точки зрения трибофатики анализ (3) возможен с двух позиций. С одной стороны, можно интересоваться, как поле напряжений, обусловленных объемным деформированием, возмущается в локальной области, в которой одновременно возбуждается поле контактных напряжений. Такой анализ полезен, когда в трибофатической системе реализуется прямой эффект. С другой стороны, можно интересоваться, как изменяется локальное поле контактных напряжений, когда на него накладывается поле напряжений, обусловленных объемным деформированием. Такой анализ полезен, когда в трибофатической системе реализуется обратный эффект. Понятно, что уравнение (3) позволяет делать подобные исследования как в количественном, так и в качественном отношении практически при любых условиях нагружения.

Список литературы

1. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — М.: Мир, 1989. — 510 с.
2. Журавков, М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов): курс лекций / М.А. Журавков. — Минск: БГУ, 2002. — 456 с.
3. Босаков, С.В. Статические расчеты плит на упругом основании / С.В. Босаков. — Минск: БНТУ, 2002. — 128 с.
4. Love, A.E.H. Stress produced in a semi-infinite solid by pressure on part of the boundary / A.E.H. Love // Philos. Trans. Roy. Soc., 1929. — A228. — С. 377.
5. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Сеницын. — М.: Госстройиздат, 1962. — 240 с.
6. Флорин, В.А. Основы механики грунтов / В.А. Флорин. — М.-Л.: Госстройиздат, 1959. — Т. 1. — 356 с.
7. Davis, R.O. Elasticity and geomechanics / R.O. Davis. — Cambridge: Cambridge University Press, 1996. — 201 с.
8. Сосновский, Л.А. Механика износоусталостного повреждения / Л.А. Сосновский. — Гомель: БелГУТ, 2007. — 434 с.
9. Журавков, М.А. Исследование сопряженного напряженно-деформированного состояния в условиях контактного нагружения и объемного деформирования / М. А. Журавков, С.С. Шербаков // Вес. НАН Беларуси. Сер. физ.-техн. наук. — 2008. — № 1. — С. 48–57.
10. Сосновский, Л.А. Фундаментальные и прикладные задачи трибофатики: курс лекций / Л.А. Сосновский, М.А. Журавков, С.С. Шербаков. — Минск: БГУ, 2011. — 488 с.
11. Шербаков, С.С. Механика трибофатических систем / С.С. Шербаков, Л.А. Сосновский. — Минск: БГУ, 2011. — 407 с.
12. Тимошенко, С.П. Теория упругости / С.П. Тимошенко, Д. Гудьер. — М.: Наука, 1975. — 576 с.