ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.3; 622.831

М.А. ЖУРАВКОВ, д-р физ.-мат. наук; В.А. САВЕНКОВ, канд. физ.-мат. наук
Белорусский государственный университет, г. Минск

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В УПРУГОМ ПОРИСТОМ НАСЫЩЕННОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ НОРМАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Описана процедура построения аналитического решения для задачи определения напряженно-деформированного состояния в насыщенном пористом полупространстве для случая действия на проницаемую границу полупространства, распределенного по круговой области давления. В построенном решении учитывается взаимовлияние составляющих деформируемое тело двух фаз: напряженное состояние, возникающее в твердом деформируемом скелете, оказывает давление на жидкость/газ, с другой стороны, формирующееся давление в жидкой/газообразной фазе представляет собой источник дополнительных напряжений в твердом деформируемом скелете. Воспользовавшись алгоритмами, разработанными в предыдущих работах авторов, можно построить решение в общем случае действия нагрузки. На основании построенного решения можно построить алгоритмы решения различных классов важных прикладных задач геомеханики.

Ключевые слова: *насыщенное пористое полупространство, аналитическое выражение фундаментального решения, связанные гидромеханические, газодинамические и геомеханические процессы, задачи геомеханики*

Введение. Актуальным направлением современной геомеханики является исследование сопряженных геомеханических, гидромеханических и газодинамических процессов в подработанных массивах горных пород [1].

Участки породных массивов с учетом наличия подземных жидких и газообразных фракций представляют собой пористую среду. Напряженное состояние пористого пласта формируется не только вследствие различных типов механического воздействия, но и под влиянием *гидромеханических и газодинамических факторов*.

При рассмотрении гидрогеомеханических или газогеомеханических процессов принципиальным является вопрос выбора исходной гипотезы, описывающей состояние жидкости/газа в породном массиве.

В соответствии с этим в данной работе рассматривается напряженно-деформированное состояние в породном массиве, рассматриваемом как двухфазная среда, где в качестве твердой фракции выступают горные породы, а вторая компонента представляет собой либо жидкость или газообразную составляющую.

Можно рассмотреть различные случаи механического поведения двухфазной среды. Наиболее распространенным при учете взаимовлияния двух фаз является, по-видимому, «упругий режим» поведения двухфазной среды: напряженное состояние, возникающее в твердом деформируемом скелете, оказывает давление на жидкость/газ, вследствие чего связанная жидкость/газ приходит в движение; с другой стороны, формирующееся давление в жидкой/газообразной фазе представляет собой источник дополнительных напряжений в твердом деформируемом скелете.

Постановка задачи. Как указано во введении, массив горных пород моделируем как пористое упругое полупространство $z \geq 0$, насыщенное жидкостью или газом.

Рассмотрим случай воздействия на массив механической нагрузки, моделируемой следующим образом: в момент времени $t = 0$ на *проницаемой границе* $z = 0$ полупространства по площади круга некоторого радиуса R устанавливается распределение нормального давления, обладающее симметрией вращения относительно нормали, проведенной через центр круга, принимаемый за начало цилиндрической системы координат (ось z направлена нормально к границе внутрь полупространства).

Интенсивность давления обозначим через $p(r)$ и будем предполагать, что эта функция удовлетворяет следующим условиям: 1) она конечна при всяком r; 2) в любом конечном интервале $r > 0$ число точек разрыва непрерывности и экстремальных точек конечно; 3) интеграл $\int_0^\infty p\sqrt{r}dr$ абсолютно сходится, т. е. главный вектор нагрузки конечен или равен нулю. Эти достаточно общие ограничения дают возможность представить нагрузку $p(r)$, как функцию r, интегралом Фурье–Бесселя.

Система разрешающих уравнений для сформулированной задачи может быть выбрана в таком виде [1, 2]:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \ \ (i, j = \overline{1,3}); \tag{1}$$

$$\sigma_{ij} = \lambda_1 \varepsilon_{pp}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - \beta P\,\delta_{ij}; \ \ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \tag{2}$$

$$P_{,ii} = B\dot{P}, \tag{3}$$

где σ_{ij}, ε_{ij}, u_i — соответственно макронапряжения, макродеформации и макроперемещения системы «скелет — газ/жидкость»; P — давление газа/жидкости в порах; λ_1, μ, β, B — эффективные постоянные системы «скелет — газ/жидкость», зависимости которых от механических свойств скелета и газа/жидкости имеют такой вид [1, 2]:

$$\lambda_1 = \frac{4c_1K_1m}{3c_2K_1 + 4m} - \frac{2}{3}\mu;$$

$$\mu = \frac{m(4m+q)}{6c_2\mu_1 + 4m + q}, m = c_1\mu_1;$$

$$q = \frac{5nm}{n+2m}; \ n = c_1K_1 + c_2K_2;$$

$$\beta = \frac{c_2(3K_1 + 4m)}{3c_2K_1 + 4m};$$

$$B = \frac{ac_2\mu_2}{k_1}; \ a = \frac{3(c_1K_2 + c_2K_1) + 4m}{K_2(3c_2K_1 + 4m)},$$

где c_1, c_2 — объемные концентрации фаз ($c_1 + c_2 = 1$), c_2 — объемная концентрация пор; k_1 — проницаемость скелета; μ_2 — динамическая вязкость газа; K_1, K_2 — модули объемной деформации твердой и газообразной/жидкой фазы; μ_1 — модуль сдвига твердой фазы.

Напряжения в твердой фазе $\sigma_{ij}^{(1)}$ связаны с макронапряжениями, поровым давлением и концентрацией фаз такой зависимостью:

$$\sigma_{ij}^{(1)} = \frac{1}{c_1}\sigma_{ij} + \frac{c_2}{c_1}P\delta_{ij}. \tag{4}$$

В силу симметрии в распространении усилий разрешающие уравнения удобно записать в цилиндрической системе координат (r, θ, z). В этом случае деформированное состояние характеризуется соотношениями

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \ \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$
$$\varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{r\theta} = 0, \ \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right), \tag{5}$$

а напряженное состояние, в свою очередь, следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2\mu\varepsilon_{rr} + \lambda e - \beta P, \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2\mu\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda e - \beta P, \\ \sigma_{zz} &= 2\mu\varepsilon_{zz} + \lambda e - \beta P, \\ \sigma_{rz} = 2\mu\varepsilon_{rz}, \ \sigma_{r\theta} &= \sigma_{z\theta} = 0, \ e = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}. \end{aligned} \tag{6}$$

В уравнения равновесия вида

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \dfrac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \\ \dfrac{\partial\sigma_{rz}}{\partial r} + \dfrac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \dfrac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \end{cases} \tag{7}$$

подставляем соотношения (6) и деформации выражаем через перемещения. В результате получаем следующую систему уравнений равновесия в перемещениях:

$$\begin{cases} \Delta u_r - \dfrac{u_r}{r^2} + k\dfrac{\partial e}{\partial r} - \dfrac{\beta}{\mu}\dfrac{\partial P}{\partial r} = 0, \\ \Delta u_z + k\dfrac{\partial e}{\partial r} - \dfrac{\beta}{\mu}\dfrac{\partial P}{\partial z} = 0, \end{cases} \tag{8}$$

где $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$, $k = \dfrac{\lambda + \mu}{\mu}$, $e = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \dfrac{\partial u_z}{\partial z}$.

При этом давление P удовлетворяет уравнению фильтрации

$$\Delta P = B\frac{\partial P}{\partial t}. \tag{9}$$

Подход к построению решения модельной задачи. По аналогии с представлением Панковича–Нейбера в статической теории упругости [3] выразим решение уравнений (8) и (9) через вспомогательные функции $\Phi(r, z, t)$ и $F(r, z)$, удовлетворяющие более простым уравнениям:

$$\begin{cases} u_r = -\dfrac{\partial\Phi}{\partial r} + z\dfrac{\partial F}{\partial r}, \\ u_z = -\dfrac{\partial\Phi}{\partial z} + z\dfrac{\partial F}{\partial z} - kF = 0, \\ P = \dfrac{\mu(k+1)}{\beta}\left(-\Delta\Phi + (2-k)\dfrac{\partial F}{\partial z}\right). \end{cases} \tag{10}$$

Подставляя выражения (10) в уравнения (8) и (9), получим

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial}{\partial t} - \dfrac{1}{B}\Delta\right)\Delta\Phi = 0, \\ \Delta F = 0. \end{cases} \tag{11}$$

При этом напряжения и давление выражаются через функции Φ и F следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_{rr}}{2\mu} = \Delta\Phi - \dfrac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + z\dfrac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \dfrac{\lambda - 2\mu}{2\mu}\dfrac{\partial F}{\partial z}, \\ \dfrac{\sigma_{\theta\theta}}{2\mu} = \Delta\Phi - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial r} + \dfrac{z}{r}\dfrac{\partial F}{\partial r} + \dfrac{\lambda - 2\mu}{2\mu}\dfrac{\partial F}{\partial z}, \\ \dfrac{\sigma_{zz}}{2\mu} = \Delta\Phi - \dfrac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + z\dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \dfrac{\lambda + 2\mu}{2\mu}\dfrac{\partial F}{\partial z}, \\ \dfrac{\sigma_{rz}}{2\mu} = -\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial z} + z\dfrac{\partial^2 F}{\partial r\partial z} - \dfrac{\lambda}{2\mu}\dfrac{\partial F}{\partial r}, \\ \dfrac{P}{2\mu} = \dfrac{1+k}{2\beta}\left(-\Delta\Phi + (2-k)\dfrac{\partial F}{\partial z}\right). \end{cases} \quad (12)$$

Для удовлетворения свойства единственности решения к построенным уравнениям необходимо добавить граничные (при $z = 0$) и начальные ($t = 0$) условия:

$$P = p(r); \quad \sigma_{zz} = -p(r); \quad \sigma_{rz} = 0, \quad z = 0; \quad (13)$$

$$P = 0, \quad t = 0.$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$\xi = \frac{r}{R}, \eta = \frac{z}{R}, \tau = \frac{t}{BR^2}.$$

В этом случае вместо уравнений (11) будем иметь уравнения

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial}{\partial\tau} - \Delta\right)\Delta\Phi = 0, \\ \Delta F = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Для решения уравнений (14) применим два интегральных преобразования, а именно: преобразование Лапласа по переменной τ и преобразование Ханкеля нулевого порядка по переменной ξ.

Умножая уравнения (14) на $j_0(\rho\xi)\xi$ и интегрируя по ξ от 0 до ∞, находим вспомогательные дифференциальные уравнения для трансформант изображений $\overline{\Phi}$ и $\overline{F}$:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(-\rho^2\overline{\Phi} + \frac{\partial^2\overline{\Phi}}{\partial\eta^2}\right) = \left(-\rho^2 + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\left(-\rho^2 + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\overline{\Phi}; \quad (15)$$

$$-\rho^2\overline{F} + \frac{d^2 F}{d\eta^2} = 0, \quad (16)$$

где $\overline{\Phi}(\eta, \rho, \tau) = \int\limits_0^\infty \Phi(\xi, \eta, \tau) J_0(\rho\xi)\xi d\xi$.

Умножая уравнение (15) на $e^{-s\tau}$ и интегрируя по τ от 0 до ∞, получаем такое дифференциальное уравнение

$$s\left(-\rho^2 E + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\right) = \left(-\rho^2 + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\left(-\rho^2 + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)E, \quad (17)$$

где $E(\rho, \eta, s) = \int\limits_0^\infty e^{-st}\overline{\Phi}(\eta, \rho, \tau)d\tau$.

Ограниченное в бесконечности решение уравнений (16) и (17) имеет вид:

$$\overline{F} = B_1 \exp(-\rho\eta);$$

$$E = A_1 \exp(-\eta\rho) + A_2 \exp\left(-\eta\sqrt{\rho^2 + s}\right).$$

Выражения в трансформантах для компонент тензора напряжений и порового давления при $\eta = 0$ принимают вид:

$$\overline{\sigma}_{\eta\eta} = 2\mu\left(-\rho^2 A_1 - \rho^2 A_2 + \frac{2\mu + \lambda}{2\mu}B_1\rho\right);$$

$$\overline{\sigma}_{\xi\eta} = 2\mu\left(\rho A_1 + \sqrt{\rho^2 + s}A_2 + \frac{\lambda}{2\mu}B_1\right);$$

$$\overline{P} = \frac{(1+k)\mu}{\beta}\left(-sA_2 + (2-k)\rho B_1\right).$$

Удовлетворяя условиям (13), приходим к системе уравнений относительно A_1, A_2, B, из которой находим:

$$A_2 = -\left[\rho(\mu - \lambda)(2\mu + \lambda) + \beta\mu\lambda(1 + \rho) + 2\mu^2\beta\rho\right]\frac{\Psi}{\Lambda};$$

$$B_1 = \frac{\beta\mu\Psi}{\rho(\mu - \lambda)} + \frac{s\mu}{\rho(\mu - \lambda)}A_2;$$

$$A_1 = -\frac{\lambda}{2\mu\rho}B_1 - \frac{\sqrt{\rho^2 + s}}{\rho}A_2,$$

где

$$\Lambda = \mu(2\mu + \lambda)\Big[2(\mu - \lambda)\rho^2\sqrt{\rho^2 + s} - 2\rho^3(\mu - \lambda) + s\lambda(\lambda + \rho) + 2\mu\rho s\Big];$$

$$\Psi = \int\limits_0^\infty p(\xi)J_0(\rho\xi)\xi d\xi.$$

Воспользовавшись формулами обращения преобразования Лапласа

$$\Phi(\eta, \rho, \tau) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{st}E(\rho, \eta, s)ds$$

и преобразования Ханкеля

$$\Phi(\xi, \eta, \tau) = \int\limits_0^\infty \overline{\Phi}(\eta, \rho, \tau)J_0(\rho\xi)\rho d\rho,$$

получаем:

$$P = \int\limits_0^\infty K(\xi, \rho)\Psi(\rho)\left[a_1 a_2 e^{-\tau\rho^2}\left(U_4 - e^{-\eta\rho}U_5\right) + e^{-\eta\rho}\right]d\rho;$$

$$\sigma_{\xi\xi} = \int\limits_0^\infty K(\xi, \rho)\Psi(\rho)\left[a_3 e^{-\tau\rho^2}\left(U_4 + a_2 a_4 e^{-\eta\rho}U_2\right) + a_6 e^{-\eta\rho}\right]d\rho + \int\limits_0^\infty K_1(\xi, \rho)\Psi(\rho)\Big[a_3 e^{-\tau\rho^2}\left(U_3 + e^{-\eta\rho}U_1 + a_2(a_5 - \eta\rho)e^{-\eta\rho}U_2\right) + (a_7 - \eta\rho)e^{-\eta\rho}\Big]d\rho;$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\int_0^\infty K(\xi,\rho)\Psi(\rho)\left[a_3e^{-\tau\rho^2}\left(U_4+a_2a_4e^{-\eta\rho}U_2\right)+a_6e^{-\eta\rho}\right]d\rho-$$
$$-\frac{1}{\xi}\int_0^\infty J_1(\xi,\rho)\Psi(\rho)\left[a_3e^{-\tau\rho^2}\left(U_3+e^{-\eta\rho}U_1+\right.\right.$$
$$\left.\left.+a_2\left(a_5-\eta\rho\right)e^{-\eta\rho}U_2\right)+\left(a_7-\eta\rho\right)e^{-\eta\rho}\right]d\rho;$$

$$\sigma_{\eta\eta}=\int_0^\infty K(\xi,\rho)\Psi(\rho)\left[a_3e^{-\tau\rho^2}\left(U_3+e^{-\eta\rho}U_1-\right.\right.$$
$$\left.\left.-a_2\left(1+\eta\rho\right)e^{-\eta\rho}U_2\right)-\left(1+\eta\rho\right)e^{-\eta\rho}\right]d\rho;$$

$$\sigma_{\xi\eta}=-\int_0^\infty \rho J_1(\xi,\rho)\Psi(\rho)\times$$
$$\times\left[a_3e^{-\tau\rho^2}\left(U_5-e^{-\eta\rho}U_1+a_2\eta\rho e^{-\eta\rho}U_2\right)+\eta\rho e^{-\eta\rho}\right]d\rho,$$

где

$$K(\xi,\rho)=\rho J_0(\xi\rho);$$

$$K_1(\xi,\rho)=-\rho^2J_1(\xi\rho);$$

$$a_1=\frac{-2\mu^2(\beta-1)+\lambda(\lambda+\mu)}{2\beta\mu^2};$$

$$a_2=\frac{\mu}{\mu-\lambda};$$

$$a_3=\frac{2\mu^2(\beta-1)+\lambda(\lambda+\mu)}{(\lambda+2\mu)(\mu-\lambda)};$$

$$a_4=\frac{\lambda-2\mu}{2\mu};$$

$$a_5=\frac{\lambda}{2\mu};$$

$$a_6=-\frac{\lambda+\mu\beta}{\mu+\lambda};$$

$$a_7=\frac{\mu(1-\beta)}{\mu+\lambda};$$

$$U_1=-\left(\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)^2\operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\mu}\rho\sqrt{\tau}\right)\exp\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\rho^2\tau\right)+\frac{(\mu-\lambda)\rho}{\mu+\lambda}\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}+$$
$$+\frac{\mu-\lambda}{\mu+\lambda}\left(\tau\rho^2+\frac{\mu^2+2\mu\lambda-\lambda^2}{2\left(\mu^2-\lambda^2\right)}\right)^2\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}\right);$$

$$U_2=-\frac{\lambda(\mu-\lambda)}{\mu(\mu+\lambda)}\operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\mu}\rho\sqrt{\tau}\right)\exp\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\rho^2\tau\right)+$$
$$+\frac{(\mu-\lambda)}{\mu+\lambda}\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}\right)\exp\left(\rho^2\tau\right);$$

$$U_3=-\frac{\mu\lambda}{(\mu+\lambda)^2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\mu}\rho\sqrt{\tau}+\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\rho^2\tau+\frac{\lambda}{\mu}\eta\rho\right)+$$
$$+\frac{(\mu-\lambda)}{\mu+\lambda}\left(\frac{\eta\rho}{2}-\tau\rho^2+\frac{\mu-\lambda}{4(\mu+\lambda)}\right)\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}-\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\rho^2\tau-\eta\rho\right)+$$
$$+\frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}+\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\rho^2\tau-\eta\rho\right)\rho\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right);$$

$$U_4=-\frac{\lambda(\mu-\lambda)}{\mu(\mu+\lambda)}\operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\mu}\rho\sqrt{\tau}+\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\rho^2\tau+\frac{\lambda}{\mu}\eta\rho\right)+$$
$$+\frac{(\mu-\lambda)}{\mu+\lambda}\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}-\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\rho^2\tau-\eta\rho\right);$$

$$U_5=-\left(\frac{\lambda}{\mu+\lambda}\right)^2\operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\mu}\rho\sqrt{\tau}+\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\rho^2\tau+\frac{\lambda}{\mu}\eta\rho\right)-$$
$$-\frac{\mu-\lambda}{\mu+\lambda}\left(\frac{\tau\rho}{2}-\tau\rho^2-\frac{\mu+3\lambda}{4(\mu+\lambda)}\right)\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}-\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\tau\rho^2-\eta\rho\right)+$$
$$+\frac{1}{4}\operatorname{erfc}\left(\rho\sqrt{\tau}+\frac{\eta}{2\sqrt{\tau}}\right)\exp\left(\rho^2\tau+\eta\rho\right)-\frac{\mu-\lambda}{\mu+\lambda}\rho\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{\eta^2}{4\tau}\right).$$

Построенное аналитическое решение позволяет определять НДС насыщенного массива горных пород при воздействии внешней (по отношению в рассматриваемой области) нагрузки. С помощью полученного решения можно исследовать условия разрушения изучаемой области насыщенного массива. В качестве условия, определяющего состояние предельного равновесия, можно воспользоваться критерием наибольших линейных деформаций [4]:

$$\begin{cases} s_1-\nu(s_2+s_3)\geq\sigma_{\lim ext}, \\ s_3-\nu(s_2+s_1)\leq\sigma_{\lim press}. \end{cases}$$

Главные нормальные напряжения s_1, s_2, s_3 в точке определяются как корни кубического уравнения

$$s^3-I_1s^2+I_2s-I_3=0,$$

где I_j — инварианты напряженного состояния, соответственно равные:

$$I_1=\sigma_{rr}+\sigma_{\theta\theta}+\sigma_{zz};$$

$$I_2=\sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta}+\sigma_{rr}\sigma_{zz}+\sigma_{\theta\theta}\sigma_{rz}-\sigma_{rz}^2;$$

$$I_3=\sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta}\sigma_{zz}-\sigma_{\theta\theta}\sigma_{rz}^2.$$

Выводы. В статье построено аналитическое решение для определения напряженно-деформированного состояния в насыщенном породном массиве, рассматриваемом как двухфазная среда, где в качестве твердой фракции выступают горные породы, а вторая компонента представляет собой либо жидкую фракцию или газообразную составляющую. В построенном решении учитывается взаимовлияние составляющих деформируемое тело двух фаз: напряженное состояние, возникающее в твердом деформируемом скелете, оказывает давление на жидкость/газ; с другой стороны, формирующееся давление в жидкой/газообразной фазе представляет собой источник дополнительных напряжений в твердом деформируемом скелете.

Аналитические решения построены для случая воздействия на область массива нагрузки, моделируемой как действие на проницаемую границу области распределенного по круговой области давления. Воспользовавшись алгоритмами построения решения в общем случае действия нагрузки, описанными, например, в [3, 5], можно рассмотреть различные случаи воздействия нагрузки на насыщенный массив горных пород.

На основании данного решения можно построить алгоритмы решения различных классов важных прикладных задач геомеханики.

Список литературы

1. Zhuravkov, M. Elaboration of applied technologies for modeling connected geomechanical, geofiltration and geodynamic processes in rock's massifs / M. Zhuravkov, A. Kanavalau // The 2010 World Congress in Computer Science, Computer Engineering and Applied Computing-WORLDCOMP'10. Proceedings of the International Conference on Data Mining (DMIN'10), Las Vegas, Nevada, USA, 2010, July 12–15 / Ed.: Robert Stahlbock and Sven F. Crone. — Pp.112–118.
2. Хорошун, Л.П. К теории насыщенных пористых сред / Л.П. Хорошун // Прикладная механика. — 1976. — № 12. — С. 35–41.
3. Журавков, М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований. Курс лекций / М.А. Журавков. — Минск: БГУ, 2008. — 247 с.
4. Компьютерное моделирование в геомеханике / М.А. Журавков [и др.] / под общ. ред. М.А. Журавкова. — Минск: БГУ, 2008. — 443 с.
5. Zhuravkov, M.A. Determination of stress-strain state of rock massive caused by action of distributed on its surface loading / M.A. Zhuravkov, A.V. Krupoderov // Proc. of IV International Geomechanics Conference «Theory and practice of geomechanics for effectiveness the mining production and construction», Varna, Bulgary, 3–6 June, 2010. — Pp. 109–117.

Zhuravkov M.A., Savenkov V.A.

Distribution stresses in elastic porous saturated half-space under axial-symmetric normal loading

Analytical solution is constructed for problem definition stress-strain state in porous saturated half-space for situation of action on penetrable half-space boundary by pressure is distributed on circle region. Inter-influence of two phases is considered: stress state of rigid skeleton to put pressure on liquid/gas and on the other hand the pressure in a liquid/gas phase represents a source of additional stresses in a rigid deformable skeleton. Using the algorithms are developed in the previous works of authors it is possible to construct the solution in general case of loading actions. On the basis of the constructed solution it is possible to building up algorithms of the solution for various classes of important applied problems of geomechanics.

Keywords: *saturated porous half-space, analytical expression of the fundamental solution, connected hydromechanical, gasdynamic and geomechanical processes, problems of geomechanics*

Поступила в редакцию 08.04.2013.