



# ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 681.532.6

К.Я. НЕКРАШЕВИЧ

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОСИСТЕМЫ, РЕАЛИЗОВАННОЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМБИНИРОВАННОГО ПРИНЦИПА АДАПТАЦИИ К НАГРУЗКЕ

*Описаны устройство и принцип функционирования гидравлической системы, реализованной с использованием принципа адаптации к нагрузке. Приведены дифференциальные и алгебраические уравнения, определяющие состояние гидравлической системы, а также вариант алгоритма работы автоматической системы управления.*

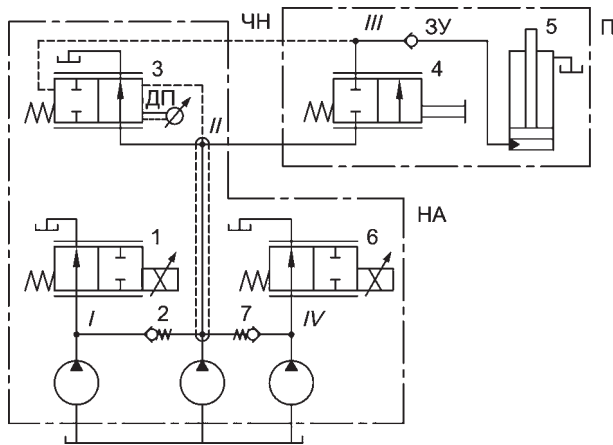
**Ключевые слова:** математическая модель, гидравлическая система, адаптация к нагрузке, комбинированный принцип адаптации, LS-система, клапан разности давлений

**Введение.** Комбинированный, или альтернативный объемной и клапанной адаптациям, принцип адаптации к нагрузке может быть применен при проектировании ряда гидравлических систем [1]. Такие системы при условии анализа предполагаемых режимов работы гидрофицируемой машины еще на этапе ее проектирования и соответствующего рационального выбора количества и рабочих объемов нерегулируемых одно- или многосекционных насосов могут обеспечить высокие значения КПД в широком диапазоне изменения рабочих давлений и расходов гидродвигателей, что позволяет избежать использования дорогих и требовательных к условиям эксплуатации регулируемых аксиально-поршневых насосов, снижая затраты на производство машин и повышая их конкурентоспособность. Однако такая особенность комбинированного принципа адаптации, как необходимость создания автоматической системы управления подачей нерегулируемых насосов, обуславливает решение на этапе проектирования насосного агрегата и гидравлической системы целого ряда задач по обеспечению требуемых статических и динамических их характеристик. Наличие в системе гидравлических, электрогидравлических и электронных компонентов, характеризующихся значительным количеством параметров, сложность наблюдения за протекающими в элементах процессов, затраты средств и времени на изготовление и испытание опытных образцов — все эти факторы подтверждают обоснованность использования аппарата математическо-

го моделирования. Адекватная математическая модель, отвечающая предъявляемым к ней в рамках исследования требованиям полноты, точности, робастности, простоты [2], служит мощным инструментом анализа и синтеза на всех этапах создания системы от проработки ее основной концепции и принципа работы до внедрения системы в серийное производство и создания ее модификаций и (или) исполнений для различных машин.

Современные аппаратные и программные компоненты ПЭВМ дают возможность использования широкого спектра численных методов, а также позволяют реализовывать математические модели в виде высокоэффективных программ, предоставляющих исследователю высокую скорость проведения расчетов, удобный интерфейс и широкий набор инструментов анализа полученных результатов. Возможность интерпретации результатов моделирования не только в виде таблиц и графических зависимостей, но и посредством анимации позволяет улучшить восприятие и понимание связи происходящих процессов на этапе проектирования системы, а также впоследствии проводить обучение заинтересованных представителей конструкторских и сервисных служб предприятия-изготовителя оборудования, оснащаемого моделируемой системой.

**Устройство исследуемой системы.** Принципиальная схема простейшей гидросистемы, выполненной с применением комбинированного принципа адаптации, представлена на рисунке 1. Потребитель 5 (одиночный цилиндр одностороннего действия выбран в качестве примера) управ-



**Рисунок 1 — Принципиальная схема моделируемой системы:**  
 НА — насосный агрегат; П — потребитель; I, II, III, IV — узлы гидросистемы; Н1, Н2, Н3 — насосы постоянной производительности; ДП — датчик положения; 1, 6 — клапаны управления насосами; 2, 7 — обратные клапаны; 3 — трехлинейный клапан разности давлений; 4 — клапан управления гидродвигателем; 5 — гидродвигатель; ЗУ — запорное устройство; ЧН — линия обратной связи по давлению

ляется пропорциональным дросселем 4. Комбинированный принцип адаптации реализован в насосном агрегате НА, объединяющем в себе насосы постоянной производительности Н1-Н3, трехлинейный золотниковый клапан разности давлений (КРД) 3, датчик положения ДП золотника КРД, клапаны 1 и 6 управления насосами, обратные клапаны 2 и 7, электронный блок управления БУ (на рисунке не показан).

Для реализации преимуществ указанного принципа адаптации в полном объеме только один насос из общего их числа допускается не оснащать собственным клапаном управления, т. е. минимальное количество насосов агрегата равно двум. Однако при проектировании машины в целях достижения высокого КПД может требоваться установка трех и более насосов. В этом случае алгоритм, в соответствии с которым работает автоматическая система управления насосным агрегатом, усложняется, что представляет больший практический интерес для исследования на модели. Поэтому исследуемая гидросистема оснащена тремя насосами.

Связь между потребителем и насосным агрегатом выполняет линия ЧН (*LS*-линия), или линия обратной связи по давлению нагрузки. Следует отметить, что в реальных системах при наличии нескольких потребителей и, соответственно, элементов 4 и 5 схемы, установленных параллельно, для сообщения с линией ЧН выбирается максимальное мгновенное значение давления, обусловленное наиболее нагруженным в рассматриваемый момент времени потребителем; подобный выбор максимального значения давления реализуется в системе посредством использования логических гидравлических клапанов «ИЛИ». Предполагается также, что на выходе дросселя 4 установлено запорное устройство ЗУ (обратный клапан, кинематически связанный с

запорным элементом дросселя; гидрозамок), препятствующее проникновению давления нагрузки в линию ЧН при закрытом дросселе 4. Поскольку указанное устройство не входит в состав насосного агрегата и не оказывает влияние на исследование процессов, происходящих в гидросистеме, его математическое описание производиться не будет.

Автоматическая система управления (АСУ) насосным агрегатом служит для одновременного обеспечения всех потребителей необходимой величиной потока рабочей жидкости, или (для рассматриваемой системы) для изменения подачи НА по мере изменения площади проходного сечения дросселя 4. Указанная цель достигается посредством использования электронного блока управления, который косвенно получает информацию от датчика положения ДП об изменении перепада давления на КРД и генерирует управляющий сигнал для клапанов управления насосами согласно алгоритму управления.

**Порядок работы системы.** На рисунке 2 представлена функциональная схема гидросистемы. После запуска системы при закрытом дросселе 4 (см. рисунок 2 а) подача всех насосов направлена в слив. Насос Н1 осуществляет перепуск рабочей жидкости через КРД под незначительным перепадом давления [1], определяемым характеристикой пружины клапана; насосы Н2 и Н3 подают рабочую жидкость на слив через нормально открытые клапаны 1 и 7, т. е. разгружены. Частичное смещение золотника дросселя 4 приводит к увеличению проходного сечения последнего от нуля до некоторой величины и появлению давления нагрузки в линии ЧН, следствием чего становится перенаправление части потока насоса Н1 от слива к цилиндру 5. Величина указанного потока определяется площадью проходного сечения дросселя 4 и перепадом давления на КРД. Увеличение подачи рабочей жидкости, направляемой в цилиндр, осуществляется смещением золотника дросселя 4 до тех пор, пока ее величина не станет равной подаче насоса Н1. В этот момент перепад на золотнике КРД снижается до величины, допускающей полное закрытие сливной щели с перекрытием, близким к нулю (достижение критической точки, свидетельствующее о полном потреблении системой потока, предоставляемого в данный момент времени насосным агрегатом). В случае, если АСУ дополнительными насосами НА неисправна или отключена, происходит полная посадка золотника КРД на торец его корпуса под действием пружины с образованием положительного перекрытия на кромке сливной щели.

В случае, если АСУ НА задействована, положение золотника КРД постоянно отслеживается датчиком положения ДП. Информация, поступающая от него, обрабатывается электронным блоком управления (на рисунке не показан), который подает соответствующие алгоритму работы системы сигналы на электромагниты клапанов 1 и 6. Алгоритм работы АСУ НА предполагает такое управление дополнительными насосами, которое препятствует

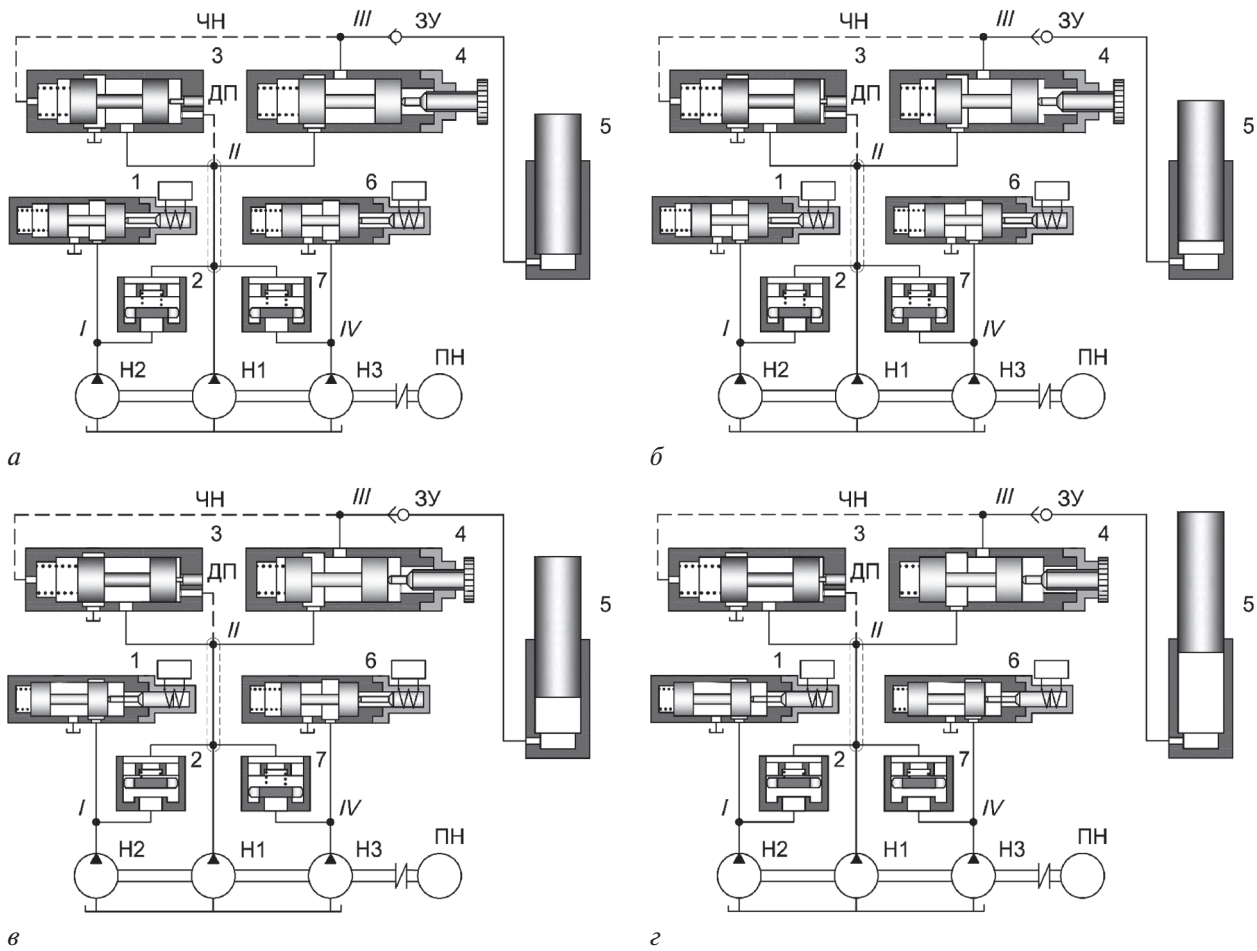


Рисунок 2 — Функциональная схема моделируемой системы: а — отсутствие расхода потребителем; б — полностью задействован насос Н1; в — полностью задействованы насосы Н1, Н2; г — полностью задействованы насосы Н1, Н2, Н3; ПН — привод насосов

увеличению перекрытия сливной кромки КРД, т. е. обеспечивает нахождение золотника КРД в окрестности критической точки после достижения расхода потребителем величины подачи насоса Н1 (см. рисунок 2 в). Стремление золотника КРД к увеличению перекрытия регистрируется блоком, следствием чего становится пропорциональное увеличение подачи рабочей жидкости в узел II от насоса Н2 путем частичного перекрытия слива клапаном 1. Невостребованный потребителем поток насоса Н2 направляется все еще в бак непосредственно клапаном 1, не поступая в узел II. Подключение насоса Н3 осуществляется блоком управления по аналогии с подключением насоса Н2 при дальнейшем росте расхода после полного использования потока насоса Н2 (см. рисунок 2 г). Таким образом, распределение потоков дополнительных насосов происходит непосредственно на пропорциональных клапанах управления без участия КРД. При закрытии дросселя 4 разгрузка насосов осуществляется в обратной последовательности.

**Составление математического описания.** Исследуемая гидросистема представляет собой динамическую систему с сосредоточенными параметрами [3]. Ее расчетная схема представлена на рисунке 3. Для описания системы использованы дифференциаль-

ные уравнения, выражающие принцип Д’Аламбера и принцип неразрывности потока рабочей жидкости, а также уравнения электродинамики и алгебраические уравнения. На начальном этапе составления системы уравнений сделаны следующие допущения [4]:

- волновые процессы не влияют на работу системы;
- рабочая жидкость является однородной и несжимаемой, нестационарность потока не влияет на величину потерь, нерастворенный воздух отсутствует;
- свойства рабочей жидкости (плотность, вязкость, модуль объемной упругости) и коэффициенты расхода дросселей являются постоянными величинами;
- отсутствуют кавитация, сопротивление на выходе сливных магистралей;
- величинами потерь на сухое трение, а также потерь давления по длине трубопроводов можно пренебречь ввиду их малого значения.

Сила тока, генерируемого в электромагнитных клапанах 1 и 6 при подаче на них сигналов блоком управления, определяется согласно уравнениям

$$\sigma_i = \frac{pR}{S}; \quad \sigma_m = \frac{pR}{2S}.$$

где  $U_1, U_6$  — управляющие напряжения, подаваемые электронным блоком на электромагниты клапанов;  $R_1, R_6$  — сопротивления обмоток электромаг-

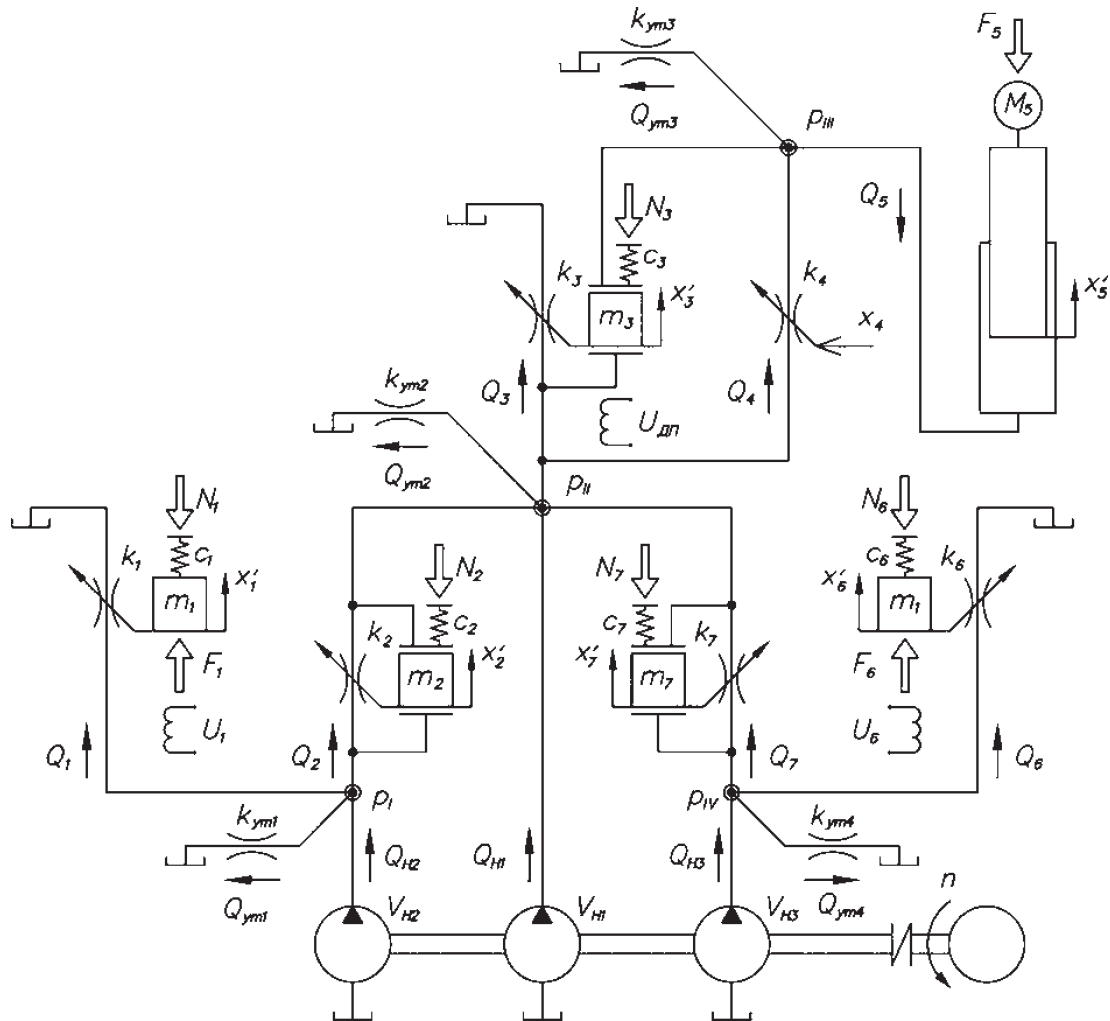


Рисунок 3 — Расчетная схема моделируемой системы

нитов;  $i_1, i_6$  — силы тока в обмотках;  $T_1, T_6$  — постоянные времени электромагнитов.

Движение золотников клапанов управления 1 и 6 описывается следующими уравнениями:

$$x_1'' = (k_{эм1} \cdot i_1 - \lambda_1 \cdot x_1' - c_1 \cdot x_1 - N_1) \cdot \frac{1}{m_1};$$

$$x_2'' = (p_I \cdot f_2 - p_{II} \cdot f_2 - \lambda_2 \cdot x_2' - c_2 \cdot x_2 - N_2) \cdot \frac{1}{m_2};$$

где  $x_1, x_6$  — смещения золотников;  $k_{эм1}, k$  — коэффициенты передачи обмоток электромагнитов;  $\lambda_1, \lambda_6$  — коэффициенты вязкостного трения;  $c_1, c_6$  — жесткости возвратных пружин;  $N_1, N_6$  — усилия предварительного поджатия пружин;  $m_1, m_6$  — массы золотников.

Движение запорных элементов (пластин) обратных клапанов 2 и 7 описывается уравнениями:

$$x_2'' = (p_I \cdot f_2 - p_{II} \cdot f_2 - \lambda_2 \cdot x_2' - c_2 \cdot x_2 - N_2) \cdot \frac{1}{m_2};$$

$$x_7'' = (p_{IV} \cdot f_7 - p_{II} \cdot f_7 - \lambda_7 \cdot x_7' - c_7 \cdot x_7 - N_7) \cdot \frac{1}{m_7},$$

где  $x_2, x_7$  — смещения запорных элементов;  $p_I, p_{II}, p_{IV}$  — давления в узлах I, II и IV;  $f_2, f_7$  — активные

площади запорных элементов;  $\lambda_2, \lambda_7$  — коэффициенты вязкостного трения;  $c_2, c_7$  — жесткости возвратных пружин;  $N_2, N_7$  — усилия предварительного поджатия пружин;  $m_2, m_7$  — массы запорных элементов.

Движение золотника клапана разности давлений 3 описывается уравнением

$$x_3'' = (p_{II} \cdot f_3 - p_{III} \cdot f_3 - \beta_{31} \cdot x_3' - \beta_{32} \cdot x_3' \cdot |x_3'| - c_3 \cdot x_3 - N_3) \cdot \frac{1}{m_3},$$

где  $x_3$  — смещение золотника;  $p_{III}$  — давление в узле III;  $f_3$  — активная площадь золотника;  $\beta_{31}, \beta_{32}$  — приведенные коэффициенты демпфирования [5];  $c_3$  — жесткость пружины КРД;  $N_3$  — усилие предварительного поджатия пружины;  $m_3$  — масса золотника.

Движение плунжера цилиндра 5 описывается уравнением

$$x_5'' = (p_{III} \cdot f_5 - \lambda_5 \cdot x_5' - F_5) \cdot \frac{1}{M_5},$$

где  $x_5$  — смещение плунжера;  $f_5$  — активная площадь плунжера;  $\lambda_5$  — коэффициент вязкостного трения;  $F_5$  — произвольно задаваемая нагрузка на плунжер;  $M_5$  — приведенная масса плунжера.

Изменение давления в узлах гидросистемы описывается уравнениями баланса расходов, преобразованными к следующему виду:

$$p'_I = (Q_{H2} - Q_1 - Q_2 - Q_{yT1}) \cdot \frac{E}{V_I};$$

$$p'_{II} = (Q_{H1} + Q_2 + Q_7 - Q_3 - Q_4 - Q_{yT2}) \cdot \frac{E}{V_{II}};$$

$$p'_{III} = (Q_4 - Q_5 - Q_{yT3}) \cdot \frac{E}{V_{III}};$$

$$p'_{IV} = (Q_{H3} - Q_6 - Q_7 - Q_{yT4}) \cdot \frac{E}{V_{IV}};$$

где  $Q_{H1}, Q_{H2}, Q_{H3}$  — подачи насосов Н1, Н2 и Н3 соответственно;  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7$  — расходы, потребляемые соответствующими элементами системы;  $Q_{yT1}, Q_{yT2}, Q_{yT3}, Q_{yT4}$  — расходы, потребляемые дросселями, имитирующими утечку рабочей жидкости из узлов гидросистемы;  $E$  — модуль объемной упругости рабочей жидкости;  $V_I, V_{II}, V_{III}, V_{IV}$  — объемы рабочей жидкости, сосредоточенной в узлах гидросистемы.

Подачи рабочей жидкости насосами определяются на основе следующих уравнений:

$$Q_{H1} = V_{H1} \cdot \eta_{H1} \cdot n;$$

$$Q_{H2} = V_{H2} \cdot \eta_{H2} \cdot n;$$

$$Q_{H3} = V_{H3} \cdot \eta_{H3} \cdot n,$$

где  $V_{H1}, V_{H2}, V_{H3}$  — рабочие объемы насосов;  $\eta_{H1}, \eta_{H2}, \eta_{H3}$  — объемные КПД насосов;  $n$  — частота вращения валов насосов.

Расходы рабочей жидкости вычисляются согласно уравнениям

$$Q_1 = k_1 \cdot \sqrt{p_1} = \mu_1 \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot (x_{1max} - x_1) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_1};$$

$$Q_2 = k_2 \cdot \sqrt{p_1 - p_{II}} = \mu_2 \cdot \pi \cdot d_2 \cdot x_2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_1 - p_{II}};$$

$$Q_3 = \begin{cases} 0, & \text{если } x_3 \leq \Delta_3; \\ k_3 \cdot \sqrt{p_{II}} = \mu_3 \cdot \pi \cdot d_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot (x_3 - \Delta_3) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{II}} & \end{cases}$$

$$Q_4 = k_4 \cdot \sqrt{p_{II} - p_{III}} = \mu_4 \cdot \pi \cdot d_4 \cdot \sin \alpha_4 \cdot x_4 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{II} - p_{III}};$$

$$Q_5 = x'_5 \cdot f_5;$$

$$Q_6 = k_6 \cdot \sqrt{p_{IV}} = \mu_6 \cdot \pi \cdot d_6 \cdot \sin \alpha_6 \cdot (x_{6max} - x_6) \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{IV}};$$

$$Q_7 = k_7 \cdot \sqrt{p_{IV} - p_{II}} = \mu_7 \cdot \pi \cdot d_7 \cdot x_7 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{IV} - p_{II}};$$

$$Q_{yT1} = k_{yT1} \cdot \sqrt{p_1} = \mu_{yT1} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yT1}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_1};$$

$$Q_{yT2} = k_{yT2} \cdot \sqrt{p_{II}} = \mu_{yT2} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yT2}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{II}};$$

$$Q_{yT3} = k_{yT3} \cdot \sqrt{p_{III}} = \mu_{yT3} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yT3}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{III}};$$

$$Q_{yT4} = k_{yT4} \cdot \sqrt{p_{IV}} = \mu_{yT4} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yT4}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_{IV}};$$

где  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_6, k_7$  — проводимости дросселирующих щелей, или дросселей;  $k_{yT1}, k_{yT2}, k_{yT3}, k_{yT4}$  — проводимости утечек;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_6, \mu_7$  — коэффициенты расхода дросселей;  $\mu_{yT1}, \mu_{yT2}, \mu_{yT3}, \mu_{yT4}$  — коэффициенты расхода утечек;  $d_1, d_3, d_4, d_6$  — диаметры золотников соответствующих клапанов;  $d_2, d_7$  — диаметры запорных элементов обратных клапанов;  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_6$  — величины углов, характеризующие геометрические

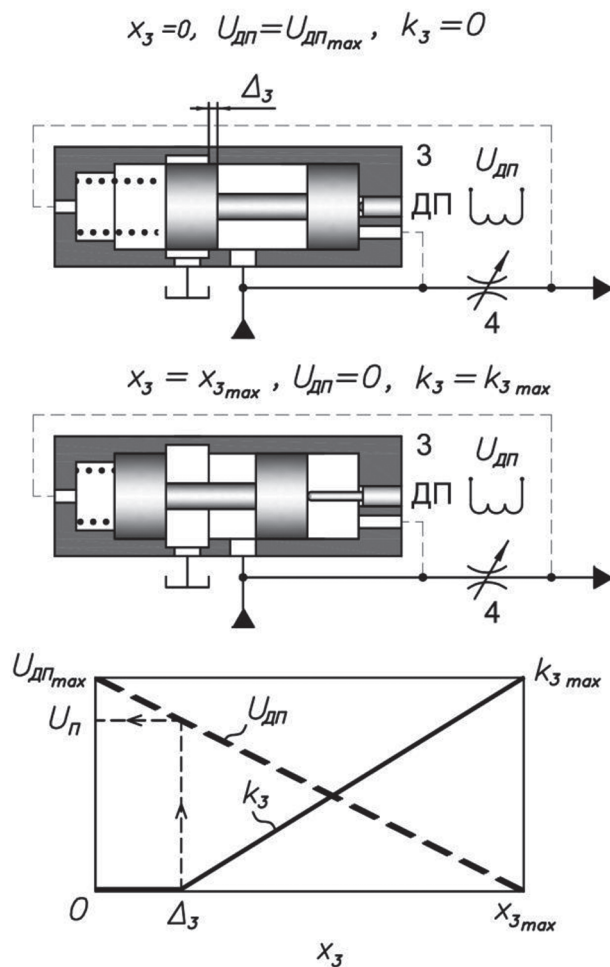


Рисунок 4 — Пояснение к работе датчика положения совместно с КРД

кие параметры дросселей золотниковых клапанов;  $x_{1\max}$ ,  $x_{6\max}$  — максимальные смещения золотников клапанов 1 и 6;  $\Delta_3$  — величина перекрытия на сливной кромке дросселирующей щели КРД;  $\rho$  — плотность рабочей жидкости.

Для описания алгоритмов работы АСУ НА использованы следующие обозначения (пояснения приведены на рисунке 4):

$U_{\text{дп}}$  — значение выходного напряжения датчика положения золотника КРД

$$U_{\text{дп}} = U_{\text{дпmax}} - k_{\text{дп}} \cdot x_3,$$

где  $U_{\text{дпmax}}$  — максимальное значение  $U_{\text{дп}}$ , соответствующее посадке торца золотника КРД на корпус последнего и полному перекрытию сливной щели;  $k_{\text{дп}}$  — коэффициент наклона статической характеристики датчика;

$U_{\text{п}}$  — пороговое значение выходного сигнала датчика, соответствующее нахождению золотника КРД в критической точке, т. е. перекрытию  $\Delta_3 = 0$  на сливной кромке;

$e$  — значение напряжения, определяющее такой диапазон изменения  $U_{\text{дп}}$ , внутри которого  $U_{\text{дп}}$  считается равным  $U_{\text{п}}$ , т. е.  $e$  определяет окрестность вокруг положения  $\Delta_3 = 0$  (зону нечувствительности), внутри которой смещение  $x_3$  игнорируется системой управления;

$\text{ВКЛ}_{\text{Н2}}$ ,  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}}$  — булевы (логические) переменные, свидетельствующие о направлении полных потоков дополнительных насосов Н2, Н3 в узел П ( $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 1$ ,  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 1$ ): или о полном подключении насосов, или о полной разгрузке насосов, т. е. направлении их полных потоков на слив ( $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 0$ ,  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 0$ ) через клапаны управления 1, 6;

$k_{\text{п}}$  — коэффициент пропорциональности закона управления;

$k_{3\max}$  — максимальное значение проводимости сливной щели КРД, соответствующее максимальному смещению его золотника  $x_{3\max}$ ;

$t_i$  — период опроса электронной системы управления;

$t_k$  — время, регистрируемое блоком управления с момента изменения расхода потребителем ( $t_k = 0$ ) и устремления золотника КРД из зоны нечувствительности до момента установления нового значе-

ния подачи и соответствующего возврата золотника КРД в зону нечувствительности:

$$t_k = \sum t_i.$$

С учетом приведенных обозначений алгоритм работы системы управления насосами, активируемый при превышении расхода потребителем подачи насоса Н1 каждые  $t_i$  секунд, записывается следующим образом (пояснения приведены на рисунке 5):

1) для насоса Н2:

1.1) если  $U_{\text{дп}} \geq (U_{\text{п}} + e)$  (см. рисунок 5 а), т. е. золотник КРД вследствие уменьшения перепада давления на нем стремится увеличить перекрытие  $\Delta_3$ , подачу РЖ в систему насосом Н2 необходимо увеличить:

- если  $U_1 < U_{1\max}$ ,  $U_1 = U_1 + k_{\text{п}} \cdot t_k$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 0$ ;

- иначе  $U_1 = U_{1\max}$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 1$ ;

1.2) если  $U_{\text{дп}} \leq (U_{\text{п}} - e)$  (см. рисунок 5 б) и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 0$ , т. е. КРД стремится открыть сливную щель, а насос Н3 еще не включен или уже выключен, подачу РЖ в систему насосом Н2 необходимо уменьшить:

- если  $U_1 > U_{1s}$ ,  $U_1 = U_1 - k_{\text{п}} \cdot t_k$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 0$ ;

- иначе  $U_1 = U_{1s}$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 0$ ;

1.3) если  $(U_{\text{п}} - e) < U_{\text{дп}} < (U_{\text{п}} + e)$  (см. рисунок 5 в), т. е. КРД находится в зоне нечувствительности, подача РЖ насосом Н2 в изменении не нуждается, сигнал управления и булевы переменные остаются неизменными;

2) для насоса Н3:

2.1) если  $U_{\text{дп}} \geq (U_{\text{п}} + e)$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н2}} = 1$ , т. е. золотник КРД стремится увеличить перекрытие  $\Delta_3$  и весь поток насоса Н2 уже направлен в узел П, подачу РЖ в систему насосом Н3 необходимо увеличить:

- если  $U_6 < U_{6\max}$ ,  $U_6 = U_6 + k_{\text{п}} \cdot t_k$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 1$ ;

- иначе  $U_6 = U_{6\max}$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 1$ ;

2.2) если  $U_{\text{дп}} \leq (U_{\text{п}} - e)$ , подачу РЖ в систему насосом Н3 необходимо уменьшить:

- если  $U_6 > U_{6s}$ ,  $U_6 = U_6 - k_{\text{п}} \cdot t_k$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 1$ ;

- иначе  $U_6 = U_{6s}$  и  $\text{ВКЛ}_{\text{Н3}} = 0$ ;

2.3) если  $(U_{\text{п}} - e) < U_{\text{дп}} < (U_{\text{п}} + e)$ , т. е. КРД находится в зоне нечувствительности, подача насосом Н3 в изменении не нуждается, сигнал управления и булевы переменные остаются неизменными.

Система дифференциальных уравнений, приведенных выше, решается с учетом алгоритма функционирования АСУ НА посредством численного интегрирования на ПЭВМ. За начальный момент времени принимается состояние системы, при котором клапан 4 закрыт, т. е. соответствующее рисунку 2 а. Начальные условия, или статические ненулевые значения координат вектора состояния системы (обозначаются дополнительным индексом «s»), определяются из уравнений динамики при условии равенства нулю всех производных, входящих в приведенные выше уравнения. Так, статические значения сил тока  $i_{1s}$  и  $i_{6s}$  и соответствующих им напряжений  $U_{1s}$  и  $U_{6s}$ , необходимых для компенсации предварительного поджатия пружинами золотников клапанов 1 и 6, определяются согласно выражениям

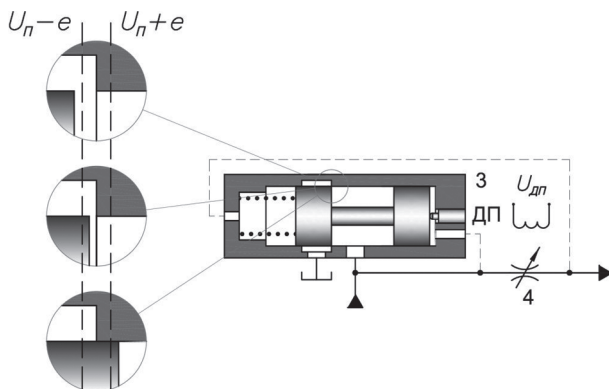


Рисунок 5 — Пояснение к алгоритму работы системы управления насосным агрегатом

$$i_{6s} = \frac{N_6}{k_{ЭМ6}};$$

$$U_{1s} = i_{1s} \cdot R_1;$$

$$U_{6s} = i_{6s} \cdot R_6.$$

Уравнения балансов расходов в узлах I и IV позволяют определить соответствующие статические значения давлений  $p_{1s}$  и  $p_{IVs}$ :

$$p_{1s} = \left( \frac{V_{H2} \cdot \eta_{H2} \cdot n}{\mu_1 \cdot \pi \cdot d_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot x_{1max} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} + \mu_{yt1} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yt1}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}} \right)^2;$$

$$p_{IVs} = \left( \frac{V_{H3} \cdot \eta_{H3} \cdot n}{\mu_6 \cdot \pi \cdot d_6 \cdot \sin \alpha_6 \cdot x_{6max} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} + \mu_{yt6} \cdot \frac{\pi \cdot d_{yt6}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}}} \right)^2.$$

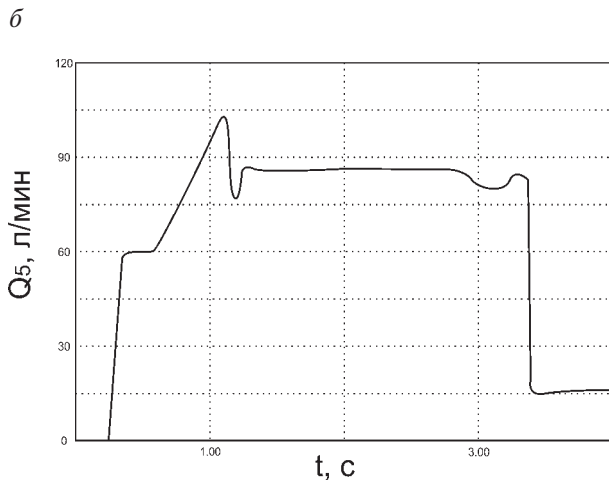
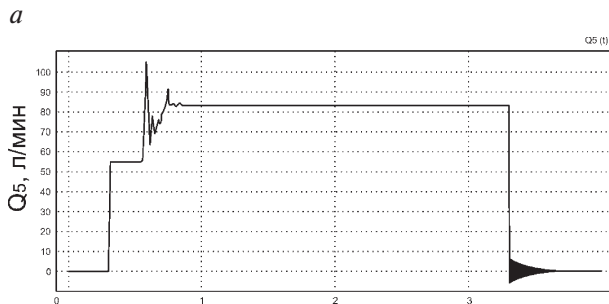
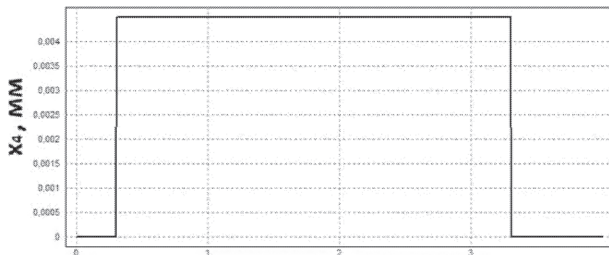


Рисунок 6 — Сравнение результатов расчета и экспериментальных данных: а — смещение золотника распределителя; б, в — поток, выходной поток насосного агрегата (результаты расчета и исследования соответственно)

Величины смещения золотника КРД  $x_{3s}$  и давления  $p_{1s}$  в начальный момент времени определяются посредством решения системы уравнений, образованной уравнениями движения золотника КРД и баланса расходов в узле II в статическом режиме:

$$\begin{cases} p_{1s} \cdot f_3 - c_3 \cdot x_{3s} - N_3 = 0; \\ Q_{H1} - Q_3 - Q_{yt2} = 0. \end{cases}$$

Преобразование указанной системы дает кубическое уравнение третьей степени, позволяющее аналитически (например, с использованием

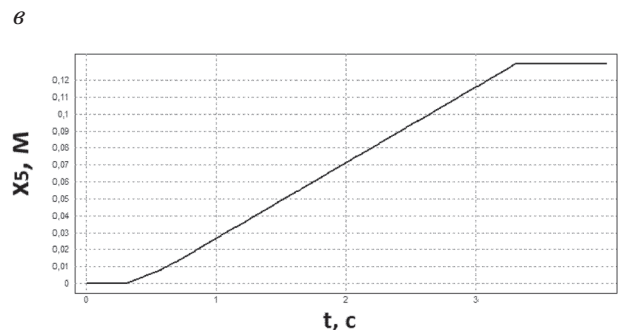
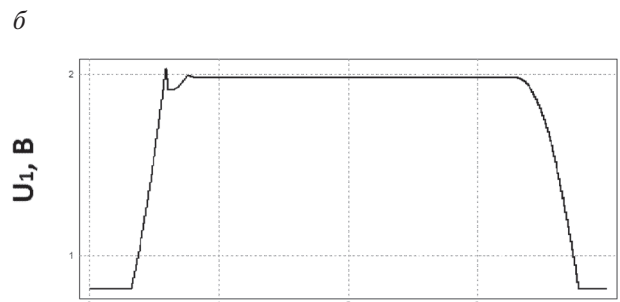
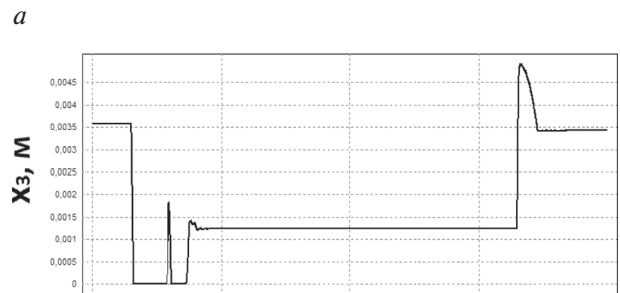
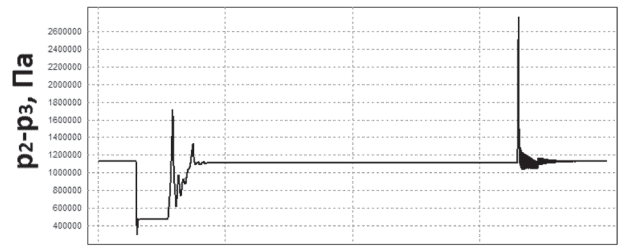


Рисунок 7 — Координаты вектора состояния насосного агрегата, полученные в результате расчета: а — перепад давления на золотнике КРД; б — координата золотника КРД; в — управляющее напряжение, подаваемое на клапан 1; z — смещение гидроцилиндра навесного устройства

тригонометрической формулы Виета) определить значение  $p_{11s}$ :

$$a \cdot z^3 + b \cdot z^2 + c \cdot z + d = 0,$$

где

$$z = \sqrt{p_{11s}};$$

$$a = \mu_3 \cdot \pi \cdot d_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot \frac{f_3}{c_3} \sqrt{\frac{2}{\rho}}; b = 0;$$

$$c = \mu_{\text{гт2}} \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{гт2}}^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} - \mu_3 \cdot \pi \cdot d_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot \left( \frac{N_3}{c_3} + \Delta_3 \right) \sqrt{\frac{2}{\rho}};$$

$$d = -V_{H1} \cdot \eta_{H1} \cdot n_{H3}.$$

Значение  $x_{3s}$  вычисляется согласно выражению

$$x_{3s} = \frac{p_{11s} \cdot f_3 - N_3}{c_3}.$$

**Пример расчета гидравлической системы с использованием приведенного математического описания.** Полная идентификация математической модели с проведением необходимого количества ее реализаций и соответствующих им экспериментальных данных, а также последующая оптимизация параметров опытного образца проектируемой гидросистемы на основе проведения повторных расчетов ввиду своей специфики и объема представляются темой отдельного описания. Для подтверждения адекватности приведенной выше математической модели далее приводится пример расчета, проведенного при сопровождении создания опытной гидравлической системы навесного устройства трактора «Беларус», схема исследуемого участка которой аналогична схеме, приведенной на рисунке 1. В основу сравнения результатов реализации математической модели и испытаний опытного образца взят полученный к настоящему моменту по результатам осциллографирования участок кривой, отражающей увеличение расхода  $Q_3$  (л/мин) гидроцилиндром 5

навесного устройства по мере открытия  $x_4$  (мм) дросселя 4 (рисунок 6). Несмотря на то, что приведенная экспериментальная кривая (см. рисунок 6 в) отражает работу только насосов Н1 и Н2 насосного агрегата, сравнение ее с кривой, построенной по результатам расчета (см. рисунок 6 б) позволяет сделать предварительный вывод о сходстве описываемых процессов, достаточном для признания математического описания адекватным в части исследованного процесса. На рисунке 7 представлены кривые, построенные по результатам расчета координат вектора состояния системы с использованием математической модели. Математическая модель описана с применением языка программирования «С++» и реализована на ПЭВМ; элементы интерфейса пользователя программы приведены на рисунках 8 и 9. Числовые значения, отображаемые над графическими элементами интерфейса программы, показанного на рисунке 9, представляют собой проценты от общей подачи исходного насосного агрегата, содержащего три насоса, потребляемые каждым из элементов гидравлической схемы. Следует заметить, что параметры насоса Н3 заданы в расчете, поскольку являются неотъемлемой час-

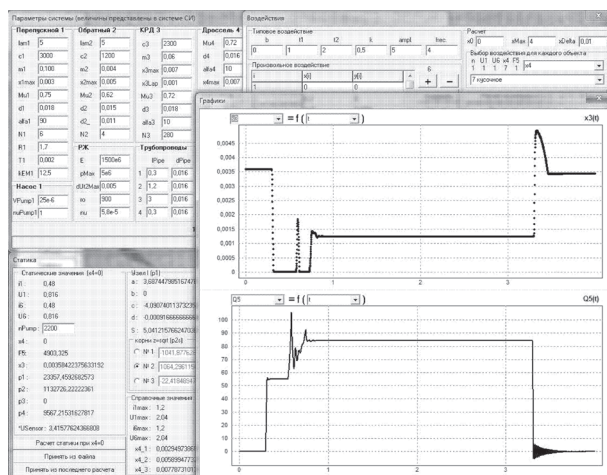
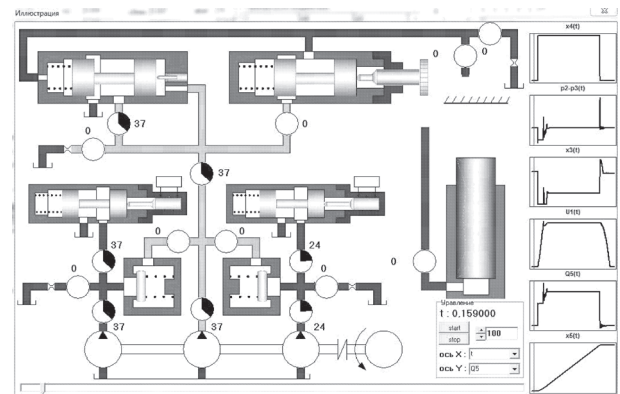
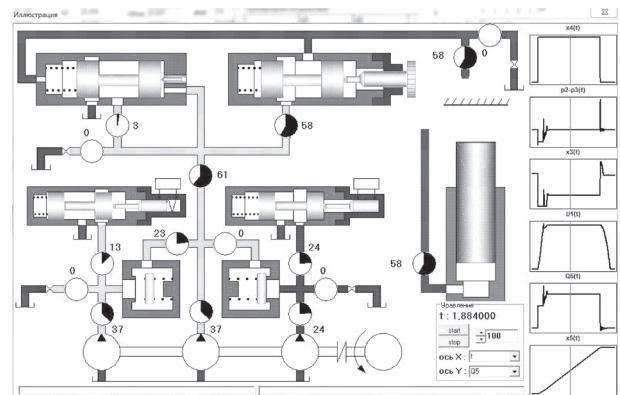


Рисунок 8 — Элементы интерфейса программы расчета



а



б

Рисунок 9 — Элемент интерфейса программы, реализующий анимацию работы системы на основании результатов расчета: а — начальное состояние системы (дроссель 4 закрыт); б — состояние системы после включения дросселя 4



Таблица — Основные параметры гидравлической системы, принятые при расчете

| 1                       | 2     | 1                        | 2     | 1                         | 2                  | 1                            | 2                |
|-------------------------|-------|--------------------------|-------|---------------------------|--------------------|------------------------------|------------------|
| $R_1$ , Ом              | 1,7   | $d_2$ , м                | 0,015 | $V_{H1}$ , м <sup>3</sup> | $25 \cdot 10^{-6}$ | $\rho$ , кг / м <sup>3</sup> | 900              |
| $T_1$ , с               | 0,002 | $\beta_{31}$ , Н / м · с | 500   | $V_{H2}$ , м <sup>3</sup> | $25 \cdot 10^{-6}$ | $E$ , Па                     | $1,5 \cdot 10^9$ |
| $k_{ЭМ1}$ , Н / А       | 12,5  | $\beta_{32}$ , Н / м · с | 2000  | $V_{H3}$ , м <sup>3</sup> | $16 \cdot 10^{-6}$ | $U_{ДПmax}$ , В              | 7                |
| $\lambda_1$ , Н / м · с | 5     | $c_3$ , Н / м            | 2300  | $\mu_1$                   | 0,75               | $k_{ДП}$ , В / м             | 1000             |
| $c_1$ , Н / м           | 3000  | $N_3$ , Н                | 280   | $\mu_2$                   | 0,62               | $U_{П}$ , В                  | 6                |
| $N_1$ , Н               | 6     | $m_3$ , кг               | 0,06  | $\mu_3$                   | 0,72               | $e$ , В                      | 0,25             |
| $m_1$ , кг              | 0,1   | $d_3$ , м <sup>2</sup>   | 0,018 | $\mu_4$                   | 0,72               | $k_{П}$                      | 0,1              |
| $d_1$ , м               | 0,018 | $\lambda_3$ , Н / м · с  | 10000 | $\alpha_1$ , град         | 90                 | $t_p$ , с                    | 0,01             |
| $\lambda_2$ , Н / м · с | 5     | $M_5$ , кг               | 500   | $\alpha_2$ , град         | 10                 | —                            | —                |
| $c_2$ , Н / м           | 1200  | $d_5$ , м <sup>2</sup>   | 0,2   | $\alpha_3$ , град         | 10                 | —                            | —                |
| $N_2$ , Н               | 4     | $n$ , об/мин             | 2200  | $x_{1max}$ , м            | 0,003              | —                            | —                |

Примечание: 1 — наименование параметра; 2 — значение параметра

тью исходного НА и модели, его описывающей; подключение насоса НЗ при расчете насосного агрегата согласно функционированию опытной системы не происходит.

Значения параметров системы, принятых при расчете, приведены в таблице.

**Заключение.** Реализация математической модели способна существенно упростить синтез насосного агрегата комбинированного способа адаптации к нагрузке, предоставляя возможность оценки влияния, как конструктивных его параметров, так и параметров алгоритма работы автоматической системы управления дополнительными насосами на устойчивость, качество и точность переходных процессов, позволяя добиться оптимальных конфигурации и режима работы всех компонентов агрегата. Приведенные алгебраические и дифференциальные уравнения, описывающие состояние гидравлической системы, реализованной с использованием принципа комбинированной адаптации к нагрузке, позволяют использовать аппарат математического моделирования для исследования

и создания *LS*-систем указанного типа. Представленные элементы пользовательского интерфейса программы предлагают удобный для работы исследователя вариант реализации математической модели на ПЭВМ. Полученные начальные результаты экспериментального исследования опытного образца подтверждают их сходимость с результатами моделирования в части исследованного процесса.

#### Список литературы

1. Некрашевич, К.Я. Альтернативный способ адаптации к нагрузке гидравлических *LS*-систем / К.Я. Некрашевич // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси. — Минск, 2012. — Вып. 1. — С. 134–137.
2. Мышкис, А.Д. Элементы теории математических моделей / А.Д. Мышкис. — 3-е изд. — М.: КомКнига, 2007. — 192 с.
3. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. — Минск: Дизайн-Про, 2004. — 640 с.
4. Попов, Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учеб. для машиностроительных вузов / Д.Н. Попов. — М.: Машиностроение, 1976. — 424 с.
5. Леневиц, В.П. Расчет и моделирование гидроприводов станков с применением ЭВМ / В.П. Леневиц, В.Ф. Горощко. — Минск: Высш. шк., 1981. — 158 с.

Nekrashevich K.Ya.

#### Mathematical model of hydraulic system designed with using of combined principle of adaptation to load

The structure and principle of functioning of hydraulic system designed with using of combined principle of adaptation to load are described. Differential and algebraic equations that determine the state of hydraulic system as well as a variant of algorithm of automatic control system's functioning are given.

**Keywords:** mathematical model, hydraulic system, adaptation to load, combined principle of adaptation, *LS*-system, differential pressure control valve

Поступила в редакцию 07.10.2013.