

УДК 621.793.79

М.А. ЛЕВАНЦЕВИЧ, канд. техн. наук

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

## МОДЕЛЬ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЩЕТКИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ДЕФОРМАЦИОННОМ ПЛАКИРОВАНИИ

*В статье приведена математическая модель, описывающая поведение ворса вращающейся металлической щетки в процессе его контактного взаимодействия с поверхностью при деформационном плакировании гибким инструментом. В отличие от известных моделей, базирующихся на анализе зоны контакта сжато-изогнутого ворса с поверхностью на участке скольжения, предложенная модель учитывает колебательный характер его относительных перемещений с момента входа в зону контакта и на протяжении всего периода контактирования, что позволяет обоснованно выбрать рациональные режимы плакирования для формирования качественных функциональных покрытий.*

**Ключевые слова:** деформационное плакирование, гибкий инструмент, вращающаяся металлическая щетка, ворс щетки, покрытие

**Введение.** В последние годы интенсивное развитие получили различные комбинированные способы поверхностного упрочнения, основанные на использовании термомеханического воздействия на поверхностный слой изделия (ЭМО, ТМО, ФАБО, ЭИО, ТФО и др.), сочетающие преимущества процессов поверхностного пластического деформирования с нанесением покрытий различного функционального назначения [1, 2]. Из них, вследствие простоты исполнения, технической и экономической целесообразности, а также экологической чистоты, заметно выделяется способ деформационного плакирования гибким инструментом (ДПГИ), где в качестве гибкого инструмента используется вращающаяся металлическая щетка с проволоочным ворсом, а покрытие формируется за счет переноса ворсинками щетки микрочастиц из контактирующего с ней компактированного материала-донора на поверхность обрабатываемой детали (рисунок 1) [1–3].

Единичная ворсинка в процессе удара и скольжения по донору вызывает мгновенный нагрев локального участка поверхности и появление сдвиговой деформации, при которой материал в очаге деформации переходит в сильно возбужденное аморфизированное состояние, эквивалентное состоянию металла при температуре плавления, что способствует адгезии микрообъема материала к ювенильно чистой поверхности ворсинки и транспортировке его к поверхности детали [4–6].

При математическом моделировании процесса плакирования, расчеты геометрических и силовых параметров зоны контакта, а также напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя, необходимые для обоснованного выбора технологических режимов, многие исследователи выполняют по условию непрерывного относительного перемещения сжато-изогнутого ворса по поверхности изделия на участке скольжения [7–10]. При этом

момент входа ворса в зону контакта, а также последующий характер его взаимодействия с поверхностью во внимание не принимаются, что, по нашему мнению, недостаточно корректно. Опыты показывают, что при контактировании с поверхностью ворс щетки совершает поперечные колебания сложной формы.

Для определения поведения ворсинки в процессе контактирования с поверхностью был поставлен следующий опыт. Стальная ворсинка диаметром  $d_b = 0,3$  мм и длиной  $l_b = 75$  мм, консольно закрепленная на расстоянии  $r_0 = 14$  мм от оси двигателя, вращающейся с частотой  $\omega = 157$  рад/с, вводилась в контакт с неподвижной относительно оси двигателя медной поверхностью с различными натягами  $N = 0,1–1,0$  мм. Критерием выбора материала поверхности являлась высокая пластичность, позволяющая демпфировать изгибные колебания ворса.

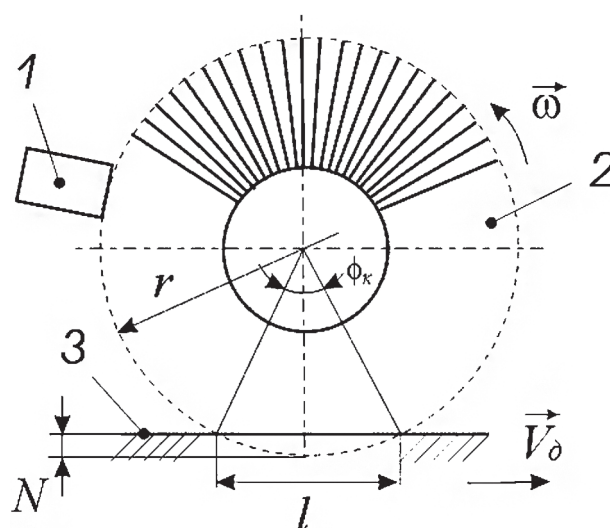


Рисунок 1 — Условная схема процесса нанесения покрытия методом деформационного плакирования гибким инструментом:  
1 — брусочек из материала покрытия (материал донор);  
2 — металлическая щетка; 3 — обрабатываемая поверхность

Было установлено, что одиночная ворсинка, взаимодействуя с поверхностью, может либо непрерывно скользить по ней, либо скачкообразно перемещаться, либо однократно соударяться с ней (рисунок 2).

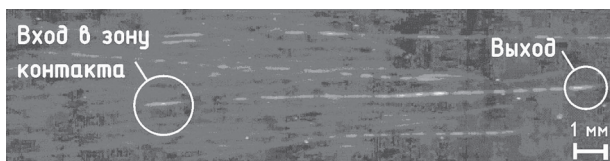
Причина этого явления — упругое взаимодействие ворсинок с поверхностью под действием сил, возникающим в результате соударения при входе в зону контакта и последующего перемещения, обуславливающего рост сил трения и увеличение прогиба ворса.

**Цель исследований** заключалась в разработке математической модели контактного взаимодействия ворса вращающейся металлической щетки с поверхностью с учетом колебательных процессов, возникающих в период контактирования.

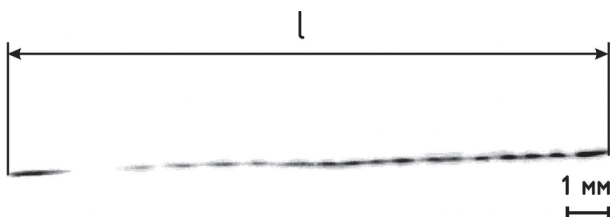
**Математическая модель, описывающая поведение незакрепленного конца ворсинки вращающейся металлической щетки в процессе взаимодействия с поверхностью материала донора.** Для исследования прогиба ворсинки и определения прижимной силы, необходимо выяснить положение конца ворсинки относительно поверхности донора. Для этого составим упрощенную модель, описывающую отскок или внедрение конца ворсинки в материал донора.

Представим ворсинку в виде тела с сосредоточенной массой  $m$ , условно связанной с осью вращения ворсинки  $O$  пружиной жесткостью  $c$ , движущейся с угловой скоростью  $\omega$  относительно оси вращения и ударяющейся о поверхность донора в момент времени  $t_j$  в точке контакта  $K_j$  (рисунок 3).

В локальной декартовой прямоугольной системе координат с центром в точке  $O_1$  одна ось направлена по радиусу, перпендикулярно поверхности донора, другая, перпендикулярно ей — граница поверхности донора (см. рисунок 3). Обозначим через  $w$  и  $u$  — перемещения конца ворсинки по соответствующим осям в зависимости от приложенных сил. Тогда, если  $w > 0$ , то ворсинка внедряется в материал донора, при отрицательном  $w$  — отскакивает. Положительное перемещение  $u$  указывает



а



б

Рисунок 2 — Треки стального ворса по поверхности медного листа (а) и линейные размеры трека (участка взаимодействия) стального ворса (б) на медной поверхности ( $d = 0,3$  мм,  $N = 0,3$  мм)

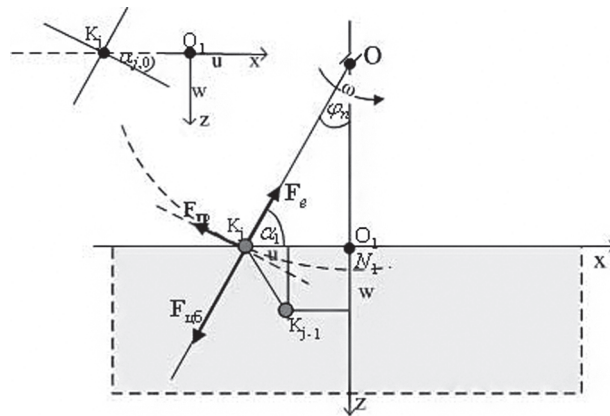


Рисунок 3 — Локальная система координат  $O_1wz$  и силы, действующие на конец ворсинки

на величину продвижения ворсинки в сторону скорости движения. Обозначим через  $\varphi_n$  — угол входа ворсинки в зону контакта с донором. Пусть  $r$  — радиус щетки,  $N_1$  — натяг или значение величины относительного сближения оси вращения щетки с поверхностью донора,  $N_1 \ll r$ . Тогда угол входа гибкого элемента в зону контакта можно приблизительно найти по формуле

$$\varphi_n = \arccos(r - N_1)/r, \tag{1}$$

а угол наклона  $\alpha_1$  ворсинки к поверхности донора в момент касания (точка  $K_j$ ) по формуле:

$$\alpha_1 = \pi / 2 - \varphi_n, \tag{2}$$

Составим уравнение движения конца ворсинки. Рассмотрим силы, действующие на конец ворсинки.

В точке контакта ворсинки с донором на ворсинку действуют центробежная сила инерции  $F_{цб}$ , сила упругости со стороны материала ворсинки  $F_e$ , сила тяжести ворсинки  $F_g$ , сила трения  $F_{тр}$  и сила реакции основания донора  $F_d$ .

В соответствии со вторым законом Ньютона, условие баланса сил для свободного конца ворсинки имеет вид

$$m \frac{dw}{dt} = F_{цб} + F_{тр} + F_e + F_g + F_d, \tag{3}$$

где  $v = \frac{dw}{dt}$  — скорость перемещения конца ворсинки;  $w = (u, w)$  — вектор перемещений в локальной системе координат;  $F_{цб}$ ,  $F_{тр}$ ,  $F_e$ ,  $F_g$ ,  $F_d$  — силы, приложенные к концу ворсинки.

В качестве начального момента  $t = 0$  примем момент удара ворсинки по поверхности донора, т. е. момент времени  $t_j$ . Тогда в этот момент отклонение  $w = 0$  и скорость удара определяется линейной скоростью вращения щетки  $v(t = 0) = v(0) = v_0 = \omega r$ .

Центробежная сила инерции, направленная от центра вращения по радиусу вращения

$$F_{цб} = m\omega^2 r, \tag{4}$$

где  $m$  — масса ворсинки;  $\omega$  — угловая скорость вращения щетки, рад/с;  $r$  — радиус щетки.

Предполагая материал ворсинки упругим, напряжения растяжения (сжатия), вызываемые в стержне под действием некоторой силы  $F_e$ , определяют для упругого тела согласно закону Гука, как

$$\sigma = \frac{F_e}{S_{\text{сеч}}} = E_v \varepsilon, \quad (5)$$

где  $E_v$  — модуль упругости материала при растяжении (модуль Юнга);  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  — абсолютное удлинение (сжатие) стержня;  $l$  — первоначальная длина стержня;  $\Delta l$  — приращение под действием силы;  $S_{\text{сеч}}$  — площадь поперечного сечения стержня.

Из (4) можем найти выражение для силы  $F_e$ , действующей при растяжении-сжатии

$$F_e = S_{\text{сеч}} E_v \varepsilon. \quad (6)$$

Поскольку жесткостью на растяжение называется величина  $c_v = \frac{E_v S_{\text{сеч}}}{l}$ , а приращение  $\Delta l = w$  в принятой системе координат, то (5) перепишем в следующем виде

$$F_e = c_v \frac{w}{l}.$$

Таким образом, на конец ворсинки со стороны материала действуют упругие силы вида

$$F_e = c_{1v} w, \quad (7)$$

где  $w$  — перемещение тела относительно положения равновесия;  $c_{1v} = c_v / l$ .

На ворсинку действует сила тяжести  $F_g = mg$ , где вектор  $g$  — вектор свободного падения в выбранной системе координат.

Обозначим силу, препятствующую проникновению ворсинки в материал, или силу реакции основания донора через  $F_d$ . Она зависит от свойств материала донора и определяется его реологическими соотношениями (упругость, пластичность, вязкость и др.).

Будем считать, что в начальный момент времени материал донора упругий.

Для однородной упругой изотропной среды в области  $x = (x, z)$  в условиях плоской деформации ( $\varepsilon_{33} = 0$ ) внутри тела выполняется закон Гука

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} I_\varepsilon \right), \quad i, j = 1, 2, \quad (8)$$

где  $\sigma_{ij}$  — напряжения,  $I_\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div}(\bar{u})$ , и деформации  $\varepsilon_{ij}$  и перемещения  $u_i$  связаны соотношениями.

Преобразовывая компоненты напряжения (8), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( (1-\nu) \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial w}{\partial z} \right); \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial x} + (1-\nu) \frac{\partial w}{\partial z} \right); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\sigma_{12} = \frac{E}{1+\nu} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right).$$

Уравнения равновесия выполняются всюду внутри деформируемого тела. На границе, т. е. на поверхности тела, должны выполняться условия равновесия в напряжениях. Это означает, что на границе должен выполняться непрерывный переход тензора напряжений к поверхностной нагрузке. Обозначим через  $R_n$  — вектор напряжений на границе, заданный на стороне поверхности с нормалью  $n$ . Пусть  $n = (l_1, l_2, l_3)$  — вектор внешней нормали к поверхности донора в точке контакта. Тогда граничные условия примут вид  $R_n = y_n$  или, разложив по базисным векторам, получим:

$$R_{n1} = \sigma_{11} \cos(n, x_1) + \sigma_{12} \cos(n, x_2) + \sigma_{13} \cos(n, x_3);$$

$$R_{n2} = \sigma_{21} \cos(n, x_1) + \sigma_{22} \cos(n, x_2) + \sigma_{23} \cos(n, x_3);$$

$$R_{n3} = \sigma_{31} \cos(n, x_1) + \sigma_{32} \cos(n, x_2) + \sigma_{33} \cos(n, x_3),$$

причем компоненты нормали являются направляющими косинусами.

В нашем двумерном случае имеем  $n = (0, -1)$ . Тогда на границе имеем следующие напряжения:

$$R_{n1} = -\sigma_{12}; \quad R_{n2} = -\sigma_{22}.$$

Таким образом, на ворсинку со стороны материалы действуют напряжения  $\sigma_{12}$  и  $\sigma_{22}$ . Отметим, что напряжения  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{12}$  действуют вдоль направления  $Oz$ ,  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{21}$  — вдоль направления  $Ox$ .

Поскольку напряжение согласно определению есть сила, действующая на единицу площади, то в области контакта ворсинки с материалом, возникают силы  $F_{d,22} = -\sigma_{22} S_{\text{сеч}}$ ,  $F_{d,12} = -\sigma_{12} S_{\text{сеч}}$  или в терминах перемещений имеем

$$F_{d,22} = -\frac{E_d S_{\text{сеч}}}{(1+\nu_d)(1-2\nu_d)} \left( \nu_d \frac{\partial u}{\partial x} + (1-\nu_d) \frac{\partial w}{\partial z} \right); \quad (10)$$

$$F_{d,12} = \frac{E_d S_{\text{сеч}}}{1+\nu_d} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right).$$

При относительном перемещении отдельных элементов механической системы на поверхности их контакта возникают силы трения  $F_{\text{тр}}$ , препятствующие этому передвижению. Согласно закону сухого трения Кулона, сила трения направлена в сторону, противоположную направлению движения и прямо пропорциональна давлению. Тогда сила трения  $F_{\text{тр}} = k_{\text{тр}} F_n$ , где  $F_n$  — сила нормального давления. В нашем случае результирующей силой по нормали является сила  $F_n = F_{\text{нб}} - F_e + F_{g,w}$ .

Перепишем (7) в проекциях на оси выбранной системы координат

$$m \frac{d^2 w(t)}{dt^2} = F_{\text{нб}} - F_e + F_{g,w} + F_d; \quad (11)$$

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = F_{g,u} - F_{\text{тр}} - F_{g,x},$$

где  $F_{\text{тр}} = k_{\text{тр}} F_n$ ,  $F_d = F_{d,22} + F_{d,12}$ .

Поскольку сила тяжести ворсинки незначительна, то пренебрегая ею, упростим систему (11)

$$m \frac{d^2 w(t)}{dt^2} = F_{\text{ис}} - F_c + F_d; \quad (12)$$

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = -F_{\text{тр}}.$$

Подставив выражения сил (4), (6) в (12), получим систему дифференциальных уравнений второго порядка

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_1 w = m\omega^2 r + F_d; \quad (13)$$

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = -k_{\text{тр}}(m\omega^2 r - c_1 w(t)),$$

где  $F_d = -\frac{E_d S_{\text{сеч}}}{(1+v_d)(1-2v_d)} \left( v_d \frac{\partial u}{\partial x} + (1-v_d) \frac{\partial w}{\partial z} \right)$  с начальными условиями  $w = 0$  и  $v = \frac{dw}{dt} \Big|_{t=0} = v_0$ .

Если не учитывать реакцию материала донора на внедрение ворсинки, то система (13) упрощается к виду

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c_1 w = m\omega^2 r; \quad (14)$$

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = -k_{\text{тр}}(m\omega^2 r - c_1 w(t)).$$

Решение ее находим последовательно:

- сначала находим решение уравнения второго порядка относительно  $w$  с начальными условиями вида

$$\begin{cases} m \frac{d^2 w(t)}{dt^2} + c_1 w(t) = m\omega^2 r \\ w = 0, \quad \frac{dw}{dt} \Big|_{t=0} = 0 \end{cases}; \quad (15)$$

- затем учитывая найденное решение  $w$ , решаем систему относительно  $u$

$$\begin{cases} m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = -k_{\text{тр}}(m\omega^2 r - c_1 w(t)) \\ u = 0, \quad \frac{du}{dt} \Big|_{t=0} = v_0 \end{cases}, \quad (16)$$

где скорость удара  $v_0$  определяется окружной скоростью вращения щетки  $v_0 = \omega r$ .

Найдем решение (15). Перепишем его в виде

$$w'' + \frac{c_1}{m} w = \omega^2 r. \quad (17)$$

Уравнение (17) — линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, общее решение которого есть сумма общего решения однородного линейного уравнения  $\tilde{w}$  и некоторого частного решения  $w^*$ , т. е.  $w = \tilde{w} + w^*$ .

Общее решение однородного линейного уравнения

$$w'' + \frac{c_1}{m} w = 0$$

найдем, используя характеристическое уравнение.

Характеристическое уравнение, соответствующее линейному однородному уравнению имеет вид

$$\lambda^2 + \frac{c_1}{m} = 0.$$

Решая уравнение (19) относительно  $\lambda$ , получим два комплексно-сопряженных корня характеристического уравнения

$$\lambda_1 = i\sqrt{\frac{c_1}{m}}; \quad \lambda_2 = -i\sqrt{\frac{c_1}{m}}. \quad (20)$$

Тогда общее решение однородного линейного уравнения  $\tilde{w}$  можно представить в следующем виде

$$\tilde{w} = C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right) + C_2 \sin\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right), \quad (21)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — пока неопределенные постоянные.

Вид частного решения  $w^*$  уравнения (17) в некоторых конкретных случаях, например, когда правая часть имеет вид заданного многочлена степени  $m$ , можно представить в виде искомого полинома степени не выше  $m$ . Поскольку в (17) правая часть — постоянная, то  $w^*$  тоже определяется некоторой константой, которую найдем, подставив в основное уравнение (17). Получим

$$w^* = \frac{\omega^2 r m}{c_1}. \quad (22)$$

Тогда искомое решение имеет вид

$$w = C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right) + C_2 \sin\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right) + \frac{\omega^2 r m}{c_1}. \quad (23)$$

Неизвестные константы  $C_1$  и  $C_2$  найдем, исходя из начальных условий  $w = 0$  и  $\frac{dw}{dt} \Big|_{t=0} = 0$ .

Используя первое условие  $w = 0$ , получим

$$C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} 0\right) + C_2 \sin\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} 0\right) + \frac{\omega^2 r m}{c_1} = 0.$$

Откуда находим

$$C_1 = -\frac{\omega^2 r m}{c_1}.$$

Найдем производную  $w'$

$$w' = -C_1 \sqrt{\frac{c_1}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right) + \sqrt{\frac{c_1}{m}} C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right).$$

С учетом второго начального условия, имеем

$$-C_1 \sqrt{\frac{c_1}{m}} \sin\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} 0\right) + \sqrt{\frac{c_1}{m}} C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} 0\right) = 0.$$

Откуда находим

$$\sqrt{\frac{c_1}{m}} C_2 = 0 \text{ или } C_2 = 0.$$

Подставляя эти значения в (19), находим решение

$$w(t) = -\frac{\omega^2 r m}{c_1} \cos\left(\sqrt{\frac{c_1}{m}} t\right) + \frac{\omega^2 r m}{c_1}.$$

Обозначим через  $\omega_1 = \sqrt{\frac{c_1}{m}}$ ,  $A_1 = \frac{\omega^2 r m}{c_1}$ .

Тогда решение  $w$  имеет вид

$$w(t) = -A_1 \cos(\omega_1 t) + A_1.$$

Подставив найденное  $w$  (24) в уравнение (14), найдем перемещение  $u$  из уравнения:

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = -k_{тр} c_1 A_1 \cos(\omega_1 t) - k_{тр} m \omega^2 r + k_{тр} c_1 A_1,$$

с начальными условиями  $u = 0$  и  $\left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = v_0$ .

Интегрируя (25), получим

$$\frac{du(t)}{dt} = -\frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\sin(\omega_1 t)}{\omega_1} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) t + C_1,$$

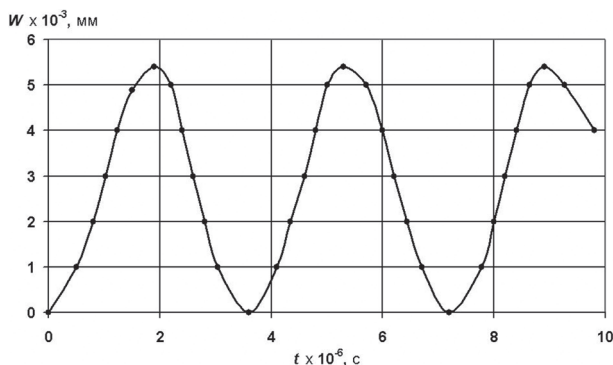
где  $C_1$  — произвольная постоянная, подлежащая определению.

Учитывая начальное условие  $\left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = v_0$ , из (26)

найдем  $C_1$

$$\left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\sin(\omega_1 0)}{\omega_1} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) 0 + C_1 = v_0,$$

откуда имеем  $C_1 = v_0$ .



а

Интегрируя (26), получим

$$u(t) = \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\cos(\omega_1 t)}{\omega_1^2} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) \frac{t^2}{2} + v_0 t + C_2.$$

Учитывая начальное условие  $u = 0$ , из (27) получим

$$u(0) = \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\cos(\omega_1 0)}{\omega_1^2} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) \frac{0^2}{2} + v_0 0 + C_2 = 0,$$

откуда найдем постоянную  $C_2 = -\frac{k_{тр} c_1 A_1}{m \omega_1^2}$ .

Подставляя найденное значение  $C_2$  в (27), получим формулу для перемещения  $u$ .

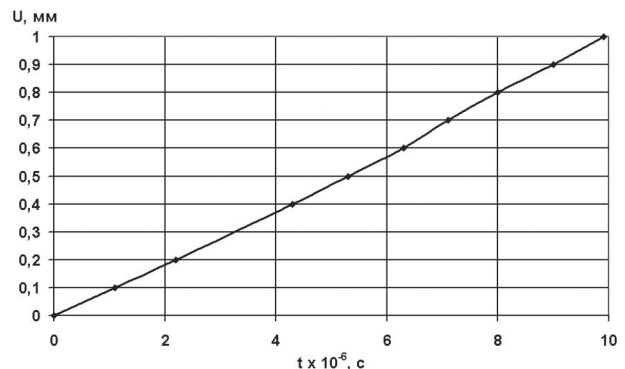
$$u(t) = \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\cos(\omega_1 t)}{\omega_1^2} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) \frac{t^2}{2} + v_0 t - \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m \omega_1^2}.$$

Окончательно имеем формулы, описывающие перемещения  $w$  и  $u$

$$\begin{cases} w(t) = -A_1 \cos(\omega_1 t) + A_1, \\ u(t) = \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} \frac{\cos(\omega_1 t)}{\omega_1^2} + \left( \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m} - k_{тр} \omega^2 r \right) \frac{t^2}{2} + v_0 t - \frac{k_{тр} c_1 A_1}{m \omega_1^2}, \end{cases}$$

в зависимости от заданных параметров.

Приведенные формулы необходимы для тестирования построенной модели (рисунок 4) и справедливости для определения глубины внедрения в поверхность материала донора и координат конца ворсинки во времени при циклическом воздействии приложенных сил без учета изменяющихся параметров среды.



б

Рисунок 4 — Динамика движения конца ворсинки без учета реакции материала донора и влияния скопления пучка ворса («подушки») при входе в зону контакта), полученная при тестировании модели: а — изменение глубины внедрения ворсинки в поверхность материала донора; б — смещение координат конца ворсинки

Полученная модель позволяет прогнозировать значения величин внедрения или отскока ворсинки в заданный момент времени в течение всего периода взаимодействия с поверхностью материала донора в зависимости от конструктивных параметров щетки, частоты вращения и натяга, и является базовой для определения значений величины прогиба ворсинки, прижимной силы и количества снимаемого с донора материала для транспортировки на поверхность обрабатываемого изделия.

Вместе с тем необходимо отметить, что при анализе характера контактирования ворсинки, представленного на рисунке 2, можно заметить, что на выходе из участка взаимодействия с поверхностью ворсинка практически перестает иметь вид переходного колебательного процесса, вызванного ее первоначальным соударением с поверхностью. В окрестности точки выхода ворсинки из контакта (см. рисунок 2 б) ее период колебаний составляет  $T_0 = 4,5 \cdot 10^{-5}$  с. Предполагая угловую скорость движения конца ворсинки в пределах участка взаимодействия ее с поверхностью постоянной, можно определить характер изменения периода отскока  $T_1$  конца ворсинки (рисунок 5).

График (см. рисунок 5) показывает, что колебания ворсинки, вызванные ее ударом о поверхность, имеют заметные гармоники на пол-октавы ниже частоты соударений ворса с поверхностью в начале участка контактирования (на каждые четыре соударения приходится один размах) и приблизительно равен:

$$T_2 \approx 0,34 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Рассмотрим, являются ли эти гармоники результатом консольных поперечных колебаний ворса. Для оценки низшей собственной частоты поперечных колебаний ворса в поле центробежных сил инерции воспользуемся методом Релея [12]. С учетом собственных форм колебаний ворса в центробежном поле, изученных Ю.Н. Кургузовым в [8], определяем период колебаний:

$$T_{\text{попер}} = \frac{l_{\text{в}}}{d_{\text{в}}} \cdot \sqrt{\frac{64 \cdot \int_0^l \left(1 - \cos \frac{\pi \cdot x}{2 \cdot l}\right)^2 dx}{E \cdot \int_0^l \cos^2 \frac{\pi \cdot x}{2 \cdot l} dx}} = 3,98 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

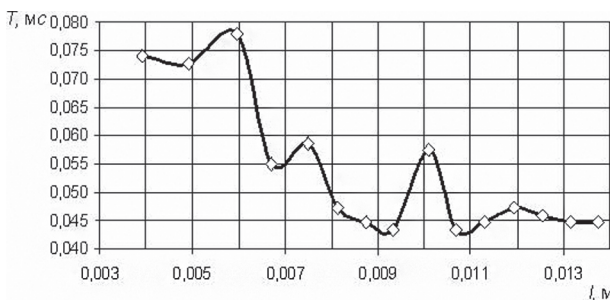


Рисунок 5 — Изменение периода отскока конца ворсинки от поверхности на участке взаимодействия  $l$  (отскок после первого контакта не рассмотрен)

Результат показывает, что  $T_{\text{попер}}$  почти на порядок превышает период  $T_2$ . Так как  $T_{\text{попер}}$  в несколько раз больше времени взаимодействия ворса с поверхностью (в нашем эксперименте в 4 раза), то в соответствии с [13], собственные частоты поперечных колебаний балки кратны  $n^2$ ,  $n \in N$ , поэтому можно с большей точностью определить период  $T_2$ :

$$T_2 = \frac{T_{\text{попер}}}{9} = 0,44 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Согласно [10], отскоку ворсинки в щетке препятствует образующееся за ней скопление ворса — «подушка». Подобная «подушка» образуется при входе ворса в зону контакта с поверхностью (в результате мгновенного торможения вступающих в контакт с поверхностью концов ворсинок) и способствует демпфированию колебаний ворса, особенно в момент первого удара о поверхность. Благодаря демпфированию после первого соударения значительно снижается энергия упругих деформаций ворсинки. Это снижение при последующем перемещении ворса приводит к росту плотности участков его контакта на длине взаимодействия с поверхностью.

В процессе взаимодействия ворса с поверхностью натяг между ворсом и поверхностью (рисунок 6) изменяется по закону:

$$N_i = r_{\text{щ}} - \sqrt{r_{\text{щ}}^2 + l_i \cdot (l - l_i)},$$

где  $r_{\text{щ}} = l_{\text{в}} + r_0$  — радиус щетки;  $l_i$  — текущее положение контакта. Формула справедлива для натягов  $N \ll r_{\text{щ}}$ .

Анализируя участок графика на рисунке 5, соответствующего участку  $l_{\text{текущ}} = l/2 - l$ , и рисунок 6, приходим к выводу, что между выбранной величиной натяга и частотой колебаний ворса корреляция слабая (0,23).

**Выводы.** Таким образом, представленная модель позволяет прогнозировать значения величин внедрения или отскока ворсинки в заданный момент времени в течение всего периода взаимодействия с поверхностью материала донора в зависимости от конструктивных параметров щетки, частоты вращения и натяга и является базовой для определения значений величины прогиба ворсинки

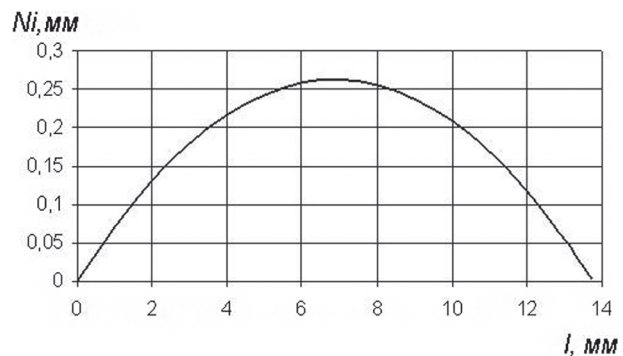


Рисунок 6 — Изменение натяга ворса при взаимодействии с поверхностью

ки, прижимной силы и количества снимаемого из донора материала для транспортировки на поверхность обрабатываемого изделия. Представляется целесообразным, с целью получения качественных покрытий, выбор технологических режимов процесса нанесения покрытия осуществлять с учетом частотных характеристик колебаний ворса щетки. Кроме того, для обеспечения стабильности процесса нанесения покрытия плотность набивки ворса щетки должна быть достаточно высокой, чтобы обеспечить демпфирование его колебаний, возникающих при соударениях с поверхностью.

#### Список литературы

- Белевский, Л.С. Пластическое деформирование поверхностного слоя и формирование покрытия при нанесении гибким инструментом / Л.С. Белевский. — Магнитогорск: Изд-во Магнитогор. лица РАН, 1996. — 230 с.
- Анцупов, В.П. Теория и практика плакирования изделий гибким инструментом / В.П. Анцупов. — Магнитогорск: МГТУ им. Г.И. Носова, 1999. — 241 с.
- Леванцевич, М.А. Технологические возможности покрытий, нанесенных металлическими щетками / М.А. Леванцевич // Вестн. ПГУ. — 2003. — Т. 2, № 4. — С. 53–55.
- Фрикционное плакирование металлом по металлу. Ч. 2. Механизм фрикционного плакирования / Л.С. Белевский [и др.] // Металлург. — 2006. — № 11. — С. 36–38.
- Завалишин, А.Н. Модификация поверхности металлических изделий с использованием покрытия / А.Н. Завалишин, О.М. Смирнов, С.А. Тулупов. — М.: Орбита-М, 2012. — 336 с.
- Завалишин, А.Н. Механизм образования покрытий, сформированных во фрикционном контакте // Трение и износ. — 2001. — Т. 22, № 2. — С. 197.
- Проскураков, Е.Г. Исследование зоны контакта механической щетки с обрабатываемым изделием / Е.Г. Проскураков, В.С. Ершов // Исследование технологических процессов упрочняюще-калибрующей и формообразующей обработки металлов: межвуз. сб. — Ростов-на-Дону, 1970. — С. 144–154.
- Кургузов, В.И. Технологическое обеспечение качества поверхности при упрочнении механическими щетками / В.И. Кургузов, Д.Д. Папшев // Вестник машиностроения. — 1986. — № 4. — С. 54–58.
- Зотов, А.В. Методика расчета геометрических и силовых параметров зоны контакта при плакировании изделий гибким инструментом / А.В. Зотов // Вектор науки Тольяттинского гос. ун-та. — 2012. — № 3. — С. 85–88.
- Литвиняк, Я.М. Технологическое обеспечение качества поверхности очистно-упрочняющей обработкой цилиндрическими щетками: автореф. дис. ...канд. техн. наук: 05.02.08; 05.03.01 / Я.М. Литвиняк; Ленингр. гос. техн. ун-т. — Л., 1991. — 16 с.
- Перепичка, Е.В. Очистно-упрочняющая обработка изделий щетками / Е.В. Перепичка. — М.: Машиностроение, 1989. — 136 с.
- Пановко, Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: учебное пособие / Я.Г. Пановко. — 2-е изд., перераб. — М.: Наука, 1980. — С. 35.
- Попов, Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней / Е.П. Попов. — М.: Наука, 1986. — 296 с.

Levantsevich M.A.

#### The contact interaction model of rotating metal brush with a surface in deformation cladding

The article presents a mathematical model describing the behavior of a rotating metal brush wire piles during its contact interaction with the surface in deformation cladding by flexible tool. Unlike prior models, based on the analysis of the contact zone compressed-bent piles with a surface on the sliding area, the proposed model takes into account the oscillating nature of its relative displacements from the entrance to the zone of contact and throughout the whole period of contact. That allow to reasonably choose of rational technological regimes of cladding to form a functional quality of coatings.

**Keywords:** *deformation cladding, flexible tool, rotating metal brush, brush wire piles, coatings*

*Поступила в редакцию 10.04.2014.*