УДК 539.375

А.Б. МУСТАФАЕВ, канд. физ.-мат. наук
Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЕРЕГОВ ЩЕЛИ ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНЫ ПРИ ИЗГИБЕ ПОЛОСЫ (БАЛКИ) ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Рассматриваются некоторые задачи о влиянии температурного поля на торможение роста щели переменной ширины в полосе (балке), когда полоса изгибается в ее плоскости, заданной системой нагрузок (постоянными изгибающими моментами, равномерно распределенным давлением и другими). Задача о равновесии щели с частично контактирующими берегами при действии внешних нагрузок, наведенного температурного поля и усилий на контактирующих поверхностях щели сводится к задаче линейного сопряжения аналитических функций. Считается, что на некоторой части контакта возникает сцепление берегов, а на остальной возможно проскальзывание. Найдены контактные нормальные и касательные напряжения, значения размеров концевых контактных зон.

Ключевые слова: *изгиб полосы (балки), щель переменной ширины, температурное поле, контактная зона сцепления, зона проскальзывания, контактные напряжения*

Введение. Полосы (балки) широко используются в технике и строительстве. Они подвергаются действию силовых нагрузок. Для практики исследование вопросов разрушения полос (балок) имеет важное значение. Проблема торможения роста трещин имеет научное и важное практическое значение, так как ее решение дает возможность продлить срок эксплуатации разнообразных конструкций и изделий практически во всех областях техники, а главное избежать катастроф связанных с внезапным разрушением. Представляет интерес оценка эффективности применения локальных изменений температуры вблизи конца трещины на ограничения роста трещин в элементах конструкций. Такие локальные изменения температуры полосы (балки) легко выполнимы технологически. Их задача состоит в задержке или торможении развития сквозной трещины. Поэтому решение задач механики разрушения для полос (балок) с трещиной, вблизи кончика которой имеются изменения температуры, представляет теоретический и практический интерес. В последние годы этой проблеме был посвящен ряд работ [1–6].

Постановка задачи. Рассмотрим однородную изотропную полосу (балку). Обозначим через $2c$ и $2h$ соответственно ширину и толщину полосы. Срединная плоскость балки (плоскость xOy) является плоскостью симметрии. Примем, что полоса ослаблена прямолинейной щелью переменной толщины $h(x)$, сравнимой с упругими деформациями, которая расположена вдоль оси x при $a \le x \le b$ (рисунок 1), a, b — абсциссы концов щели. Пусть на такую полосу (балку) действуют внешние нагрузки (изгибающие моменты, равномерно распределенное по длине полосы давление или сосредоточенные силы), расположенные в срединной плоскости полосы. Грани полосы, параллельные плоскости xOy, и берега щели свободны от внешних нагрузок. Для торможения роста щели на пути ее роста (в растянутой зоне балки) с помощью нагрева тепловым источником области S до температуры T_0 создается зона сжимающих напряжений. Приняты следующие допущения: все термоупругие характеристики материала плоскости не зависят от температуры; материал пластины представляет собой однородную изотропную среду. Считается, что в начальный момент $t = 0$ произвольная область S на пути роста щели в плоскости мгновенно нагревается до постоянной температуры $T = T_0$. Остальная часть плоскости в начальный момент имеет температуру $T = 0$.

Для многих металлических материалов (сталей, алюминиевых сплавов и др.) экспериментально установлено [7, 8], что в диапазоне изменения температуры до 300–400 °С зависимость термоупругих характеристик слабо меняется с температурой. Таким образом, для всех конструкционных материалов существует такой диапазон температур, в котором допущение о постоянстве характеристик материала является корректным. Этот диапазон устанавливается на основании зависимости модуля упругости от температуры.

Рассматривается случай, когда одна из вершин щели находится в сжимаемой зоне, а другая в растянутой зоне. Воздействие теплового источника уменьшает [3] деформацию полосы в направлении, перпендикулярном щели, что снижает коэффициент интенсивности напряжений в окрестности конца щели. При некотором соотношении физических и геометрических параметров полосы и теплового источника будет появляться зона сжимающих напряжений, в которой берега щели на некотором участке войдут в контакт. Это приведет к появлению контактных напряжений на данном

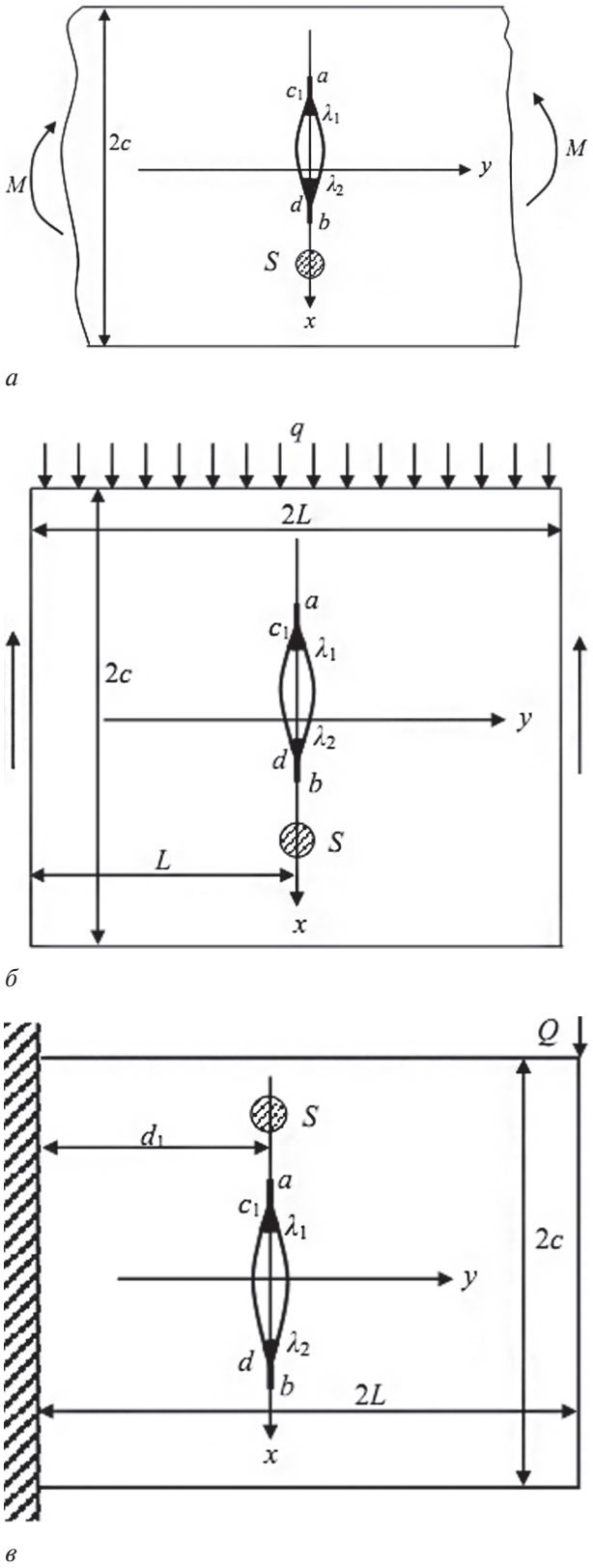

Рисунок 1 — Расчетная схема задачи

участке берегов щели. Опыты [1] показывают, что при нагреве трассы пути трещины до 70–100 °С наблюдается замедление и торможение трещины. Существуют другие публикации [2-4], где дается положительный ответ о наблюдаемом эффекте частичного закрытия трещины. В отмеченных выше работах не было исследовано влияние взаимодействия берегов щели с учетом проскальзывания и сцепления берегов. В настоящей статье исследовано влияние переменности щели и взаимодействие берегов со скольжением на торможение роста трещины температурным полем в полосе (балке) при изгибе. Область практического применения результатов заключается в возможности предотвратить рост щели (трещины) и разрушение элементов конструкций и избежать катастроф, связанных с внезапным разрушением.

Полагаем, что в процессе деформации берега щели в окрестностях вершин вступают в контакт на участках (a, λ_1) и (λ_2, b) (см. рисунок 1). Считается, что каждая площадка контакта состоит из участков сцепления берегов (a, c_1) и (d, b) и двух участков (c_1, λ_1) и (λ_2, d), на которых возможно проскальзывание. Обозначим через L_1 — совокупность участков сцепления, L_2 — совокупность участков проскальзывания, L_3 — участок берегов щели, свободный от нагрузки. При определении температурного поля для упрощения задачи не учитывается его возмущение из-за наличия щели.

Граничные условия на берегах щели для рассматриваемой контактной задачи имеют вид:

$$\sigma_y^+ = \sigma_y^-,\ \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- \ \text{ на } \ L = L_1 + L_2 + L_3; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(v^+ - v^-) = -h'(x) \text{ на } L_1 + L_2, \sigma_y^+ = 0 \text{ на } L_3; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(u^+ - u^-) = 0 \text{ на } L_1,\ \tau_{xy}^+ = f\sigma_y^- \text{ на } L_2,\ \tau_{xy}^+ = 0 \text{ на } L_3, \qquad (3)$$

где σ_x, σ_y, τ_{xy} — компоненты тензора напряжений; $(u^+ - u^-)$ — касательная; $(v^+ - v^-)$ — нормальная составляющая раскрытия берегов щели; $f(x)$ — коэффициент трения. Принято, что на участках проскальзывания имеют место силы сухого трения (закон трения принимается в форме Кулона).

Модель контакта с трением и сцеплением впервые была рассмотрена Л.А. Галиным [9, 10]. Размеры контактных зон заранее не известны и подлежат определению.

Метод решения. Компоненты тензора напряжений и вектора смещений выразим [11] через две аналитические функции комплексного переменного $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$

$$\begin{gathered} \sigma_y - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}; \\ 2\mu\frac{\partial}{\partial}(u + iv) = \kappa\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)}, \end{gathered} \qquad (4)$$

где μ — модуль сдвига материала; $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$; ν — коэффициент Пуассона.

Напряженно-деформированное состояние в окрестности щели определяем приближенно в том смысле [11], что будем удовлетворять гранич-

ным условиям задачи на контуре щели (условиям (1–3), и требовать, чтобы на значительном расстоянии от щели напряженное состояние в полосе совпадало с напряженным состоянием, определяемым функциями

$$\lim_{z\to\infty}\Phi(z)=\Phi_0(z)=A_0z^3+A_1z^2+A_2z+A_3;$$
$$\lim_{z\to\infty}\Omega(z)=\Omega_0(z)=B_0z^3+B_1z^2+B_2z+B_3. \quad (5)$$

Функции (5) в зависимости от значений коэффициентов A_j и B_j ($j = 0, 1, 2, 3$) определяют напряженное состояние в полосе (балке) без щели. Считая в формулах (5)

$$A_0=0;\ A_1=0;\ A_2=\frac{M}{4I};\ A_3=0;$$

$$B_0=0;\ B_1=0;\ B_2=\frac{3M}{4I};\ B_3=0,$$

где I — момент инерции площади сечения полосы, можно убедиться, что в этом случае функции $\Phi_0(z)$ и $\Omega_0(z)$ дают решение задачи о чистом изгибе моментами M бесконечной полосы (балки) без щели.

При

$$A_0=\frac{q}{24I};\ A_1=0;\ A_2=\frac{q}{8I}\left(L^2+\frac{2c^2}{5}\right);\ A_3=-\frac{qc^3}{12I};$$

$$B_0=\frac{7q}{24I};\ B_1=0;\ B_2=\frac{q}{8I}\left(3L^2-\frac{11c^2}{5}\right);\ B_3=\frac{qc^3}{12I}$$

функции (5) дают решение задачи об изгибе балки длиной $2L$ без щели, когда балка нагружена равномерным давлением интенсивности q. В этом случае принято, что балка свободно расположена на двух опорах, а опорные реакции определяются как касательные усилия, приложенные к торцам балки.

Если же

$$A_0=0;\ A_1=-\frac{iQ}{8I};\ A_2=-\frac{Q(2L-d)}{4I};\ A_3=0;$$

$$B_0=0;\ B_1=\frac{5iQ}{8I};\ B_2=-\frac{3Q(2L-d)}{4I};\ B_3=-\frac{iQc^2}{2I},$$

то функции (5) дают решение задачи об изгибе жестко защемленной консольной балки без щели под действием постоянной поперечной силы Q, приложенной на ее свободном конце.

Напряженное состояние в полосе с щелью представим в виде

$$\sigma_x=\sigma_x^0+\sigma_x^1;\ \sigma_y=\sigma_y^0+\sigma_y^1;\ \tau_{xy}=\tau_{xy}^0+\tau_{xy}^1, \quad (6)$$

где $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ — решение задачи термоупругости для полосы (балки) без щели.

Для нахождения напряженного состояния $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ решаем задачу термоупругости для сплошной полосы. Вначале определяем распределение температуры в полосе. Для этого решаем задачу теории теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\Delta T,\ T=\begin{cases}T_0 & (x,y\in S)\\ 0 & (x,y\notin S)\end{cases}\ \text{при } t=0,$$

где Δ — оператор Лапласа; a — коэффициент температуропроводности материала полосы.

Находим температурное поле для сплошной неограниченной полосы

$$T(x,y,t)=\frac{T_0}{4\pi at}\iint_S\exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right)d\xi\,d\eta;$$
$$R=\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}.$$

Для обобщенного плоского напряженного состояния, считается, что полоса теплоизолирована на боковых поверхностях. С помощью термоупругого потенциала перемещений [12] решение задачи термоупругости для сплошной полосы (балки) найдено в виде:

$$\sigma_x^0=-\mu(1+\nu)\alpha T_0\times$$
$$\times\left\{1+\frac{1}{\pi}\iint_S\frac{1}{R^4}\left[(x-\xi)^2-(y-\eta)^2+\right.\right.$$
$$\left.\left.+2(y-\eta)^2\Gamma\left(2,\frac{R^2}{4at}\right)-R^2\exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right)\right]d\xi\,d\eta;\right.$$

$$\sigma_y^0=-\mu(1+\nu)\alpha T_0\times\left\{1+\frac{1}{\pi}\iint_S\frac{1}{R^4}\left[(y-\eta)^2-\right.\right.$$
$$-(x-\xi)^2+2(x-\xi)^2\Gamma\left(2,\frac{R^2}{4at}\right)- \quad (7)$$
$$\left.\left.-R^2\exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right)\right]d\xi\,d\eta;\right.$$

$$\tau_{xy}^0=-\frac{\mu(1+\nu)\alpha T_0}{\pi}\iint_S\frac{(x-\xi)(y-\eta)}{R^2}\left[1-\Gamma\left(2,\frac{R^2}{4at}\right)\right]d\xi\,d\eta;$$

$$\Gamma(a,x)=\int_x^\infty e^{-t}t^{a-1}dt,$$

где α — коэффициент линейного температурного расширения.

Граничные условия задачи для напряжений на берегах щели с учетом формул (6), (7) будут

$$\sigma_y^1-i\tau_{xy}^1=-(\sigma_y^0-i\tau_{xy}^0)\ \text{при}\ y=0,\ \lambda_1\le x\le\lambda_2;$$

$$\sigma_y^1-i\tau_{xy}^1=p_y-ip_{xy}-(\sigma_y^0-i\tau_{xy}^0)\ \text{при}\ y=0, a\le x\le c_1 \quad (8)$$
$$\text{и}\ d\le x\le b;$$

$$\sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1 = (1-if)p_y - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \text{ при } c_1 < x \le \lambda_1 \text{ и } \lambda_2 \le x < d,$$

где $p_y(x)$ и $p_{xy}(x)$ — искомые контактные напряжения.

Если в формулах (4) перейти к граничным значениям на контуре щели, т. е. положить $y \to \pm 0$, и принять во внимание граничные условия (8), то получим задачу линейного сопряжения граничных значений искомых функций $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$

$$\begin{gathered}\left[\Phi(t)+\Omega(t)\right]^+ + \left[\Phi(t)+\Omega(t)\right]^- = 2f_0(t);\\ \left[\Phi(t)-\Omega(t)\right]^+ - \left[\Phi(t)-\Omega(t)\right]^- = 0;\end{gathered} \tag{9}$$

где $f_0(t) = \begin{cases} -(\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \text{ при } \lambda_1 \le t \le \lambda_2 \\ p_y - ip_{xy} - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \text{ при } a \le t \le c_1 \text{ и } d \le t \le b \\ (1-if)p_y - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \text{ при } c_1 < t \le \lambda_1 \text{ и } \lambda_2 \le t < d \end{cases}$.

Решение задачи линейного сопряжения граничных значений в классе всюду ограниченных функций запишется [11] в виде

$$\begin{gathered}\Phi(z) = \frac{\sqrt{(z-a)(z-b)}}{2\pi i}\int_a^b \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}(t-z)} + \\ + \sqrt{(z-a)(z-b)}P_n(z) + \frac{1}{2}\left[\Phi_0(z) - \Omega_0(z)\right];\end{gathered} \tag{10}$$

$$\begin{gathered}\Omega(z) = \frac{\sqrt{(z-a)(z-b)}}{2\pi i}\int_a^b \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}(t-z)} + \\ + \sqrt{(z-a)(z-b)}P_n(z) - \frac{1}{2}\left[\Phi_0(z) - \Omega_0(z)\right],\end{gathered}$$

где функции $\Phi_0(z)$ и $\Omega_0(z)$ определяются равенствами (5), а полином $P_n(z)$ имеет вид

$$P_n(z) = D_n z^n + D_{n-1}z^{n-1} + \ldots + D_0. \tag{11}$$

Степень полинома (11) и его коэффициенты D_0, D_1,..., D_n определяются из условия поведения функций $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ в окрестности точки $|z| = \infty$. Функции $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ аналитичны в области вне щели и при больших значениях $|z|$ имеют вид

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + O\left(\frac{1}{z^2}\right); \ \Omega(z) = \Omega_0(z) + O\left(\frac{1}{z^2}\right). \tag{12}$$

Следовательно, для нахождения коэффициентов D_0, D_1,..., D_n и величин λ_1, λ_2 необходимо функцию $\Phi(z)$, представленную в (10), разложить в ряд по степеням z в окрестности точки $|z| = \infty$ и сопоставить это разложение с выражением (12).

Осуществляя необходимые вычисления для определения коэффициентов D_0, D_1,..., D_n и величин λ_1, λ_2, находим следующую систему уравнений

$$\begin{gathered}D_2 + \frac{1}{2}(A_0 - B_0) = A_0;\\ D_1 - \frac{1}{2}(a+b)D_2 + \frac{1}{2}(A_1 - B_1) = A_1;\\ D_0 - \frac{1}{2}(a+b)D_1 - \frac{1}{8}(a-b)^2 D_2 + \frac{1}{2}(A_2 - B_2) = A_2;\\ -C_1 - \frac{1}{2}(a+b)D_0 - \frac{1}{2}(a-b)^2 D_1 + \frac{1}{2}(A_3 - B_3) = A_3;\\ \frac{1}{2}(a+b)C_1 - C_2 - \frac{1}{8}(a-b)^2 D_0 = 0;\\ D_n = 0;\ n \ge 3,\end{gathered}$$

где $C_1 = \frac{1}{2\pi i}\int_a^b \frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}}$; $C_2 = \frac{1}{2\pi i}\int_a^b \frac{tf_0(t)dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)}}$.

Последние два уравнения в (13) служат для определения параметров λ_1, λ_2.

При чистом изгибе моментами M полосы с щелью из системы (13) имеем

$$D_1 = 0,\ D_2 = 0,\ D_0 = \frac{M}{2I}; \tag{14}$$

$$-\frac{1}{2}(a+b)D_0 = C_1;\ -\frac{1}{2}(a+b)C_1 - C_2 = \frac{1}{8}(a-b)^2 D_0.$$

Последние два уравнения (условия размешимости краевой задачи) служат для определения параметров λ_1, λ_2.

При изгибе полосы равномерным давлением интенсивности q имеем систему (13), из которой находим

$$\begin{gathered}D_2 = \frac{q}{6I};\ D_1 = \frac{1}{2}(a+b)\frac{q}{6I};\\ D_0 = \frac{1}{4}(a+b)D_1 + \frac{1}{8}(a-b)^2 D_1 + \frac{q}{4I}\left(L^2 - \frac{2c^2}{5}\right);\\ -\frac{1}{2}(a+b)D_0 - \frac{1}{2}(a-b)D_1 = C_1;\\ -\frac{1}{8}(a-b)^2 D_0 = -2C_2.\end{gathered} \tag{15}$$

Последние два уравнения, как и в предыдущем случае, служат для нахождения параметров λ_1, λ_2.

При изгибе консольной балки из системы (13) получаем

$$\begin{gathered}D_2 = 0;\ D_1 = \frac{iQ}{4I};\ D_0 = \frac{1}{2}(a+b)\frac{iQ}{4I} - \frac{Q}{2I}(2L-d);\\ -\frac{1}{2}(a+b)D_0 - \frac{1}{2}(a-b)^2 D_1 + \frac{iQc^3}{4I} = C_1;\\ \frac{1}{8}(a-b)^2 D_0 = -2C_2.\end{gathered} \tag{16}$$

И в этом случае последние два уравнения служат для определения параметров λ_1, λ_2.

В полученные соотношения входят неизвестные контактные напряжения. Условиями, определяющими неизвестные контактные напряжения

между берегами щели в контактных зонах, являются дополнительные соотношения (2–3) для перемещений. Используя полученное решение задачи, находим раскрытие между противоположными берегами щели:

$$2\mu i\frac{\partial}{\partial x}\left[u^+(x,0)-u^-(x,0)+i(v^+(x,0)-v^-(x,0))\right]= \\ =(1+\kappa)\left[\Phi^+(x)-\Phi^-(x)-\frac{F_n(x)}{2}\sqrt{(x-a)(x-b)}\right], \quad (17)$$

где $F_n(x)=d_3x^3+d_2x^2+d_1x+d_0$.

Используя формулы Сохоцкого–Племеля [13], на основании полученного решения (10), находим

$$\Phi^+(x)-\Phi^-(x)= \\ =\sqrt{(x-a)(x-b)}\left\{\frac{1}{\pi i}\int_a^b\frac{f_0(t)dt}{\sqrt{(x-a)(x-b)}(t-x)}+2P_n(x)\right\}. \quad (18)$$

Подставляя выражение (18) в соотношение (17), получаем комплексное сингулярное интегральное уравнение для определения контактных напряжений $p_y(x)$ и $p_{xy}(x)$.

При чистом изгибе и при изгибе балки под действием равномерно распределенной нагрузки имеем

$$F_n(z) = 0.$$

В случае изгиба консольной балки имеем

$$d_0=-\frac{iQ}{16I}(b+a)\left[(b-a)^2-8c^2\right];$$

$$d_1=-\frac{iQ}{8I}\left[8c^2+(b-a)^2\right];\ d_3=\frac{iQ}{I};$$

$$d_2=-\frac{iQ}{2I}(b+a).$$

Отделяя в сингулярном интегральном уравнении действительные и мнимые части, получаем систему двух действительных сингулярных интегральных уравнений относительно

$$-\frac{1}{\pi}\sqrt{(x-a)(b-x)}\left[\int_a^b\frac{p_y(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}(t-x)}+f_y(x)\right]= \\ =-\frac{2\mu}{1+\kappa}h'(x),\left(a\le x\le\lambda_1\ \text{и}\ \lambda_2\le x\le b\right); \quad (19)$$

$$-\frac{1}{\pi}\sqrt{(x-a)(b-x)}\left[\int_a^b\frac{p_{xy}(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}(t-x)}+f_{xy}(x)\right]=0, \\ \left(a<x\le c_1\ \text{и}\ d\le x\le b\right), \quad (20)$$

где

$$f_y(x)=-\int_a^b\frac{\sigma_y^0dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}(t-x)}+\mathrm{Re}\left[2P_n(x)-\frac{1}{2}F_n(x)\right];$$

$$f_{xy}(x)=\int_a^b\frac{\tau_{xy}^0dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}(t-x)}+ \\ +\mathrm{Im}\left[2P_n(x)-\frac{1}{2}F_n(x)\right]+\int_{L_2}\frac{fp_y(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}(t-x)}.$$

Решение интегральных уравнений (19) и (20) можно получить путем решения соответствующей задачи Римана [13]. Решая интегральное уравнение (19) с учетом ограниченности контактных напряжений на концах площадок контакта, найдем формулу для подсчета нормальных контактных напряжений $p_y(x)$:

$$p_y(x)=\frac{\sqrt{(x-a)(b-x)}}{\pi^2}X^+(x)\int_{L_1+L_2}\frac{f_*(\tau)d\tau}{X^+(\tau)(\tau-x)}, \quad (21)$$

где $X^+(x)=\sqrt{(x-a)(\lambda_1-x)(x-\lambda_2)(b-x)}$; $f_*(\tau)=f_y(\tau)+$ $+\frac{2\pi\mu}{1+\kappa}\frac{h'(\tau)}{\sqrt{(\tau-a)(b-\tau)}}$.

Аналогично, решая интегральное уравнение (20), найдем формулу для подсчета касательных напряжений на участке сцепления берегов щели

$$p_{xy}(x)=\frac{\sqrt{(x-a)(b-x)}}{\pi^2}X_1^+(x)\int_{L_1}\frac{f_{xy}(\tau)d\tau}{X_1^+(\tau)(\tau-x)}, \quad (22)$$

где $X_1^+(x)=\sqrt{(x-a)(c_1-x)(x-d)(b-x)}$.

Для определения параметров c_1 и d имеем следующие уравнения

$$\int_{L_1}\frac{t^{k-1}f_{xy}(t)dt}{X_1^+(t)}=0;\ k=1,2. \quad (23)$$

Анализ частичного закрытия щели в полосе (балке) с помощью наведенного температурного поля сводится к параметрическому исследованию сингулярных интегральных уравнений при различных законах распределения температурных полей и напряжений в полосе, геометрических параметров трещины, а также механических постоянных материала. Непосредственно из решения сингулярных интегральных уравнений и дополнительных условий определяются нормальные и касательные напряжения в контактной области, а также размеры зон контакта берегов щели. Система двух последних уравнений (13) и (23) решается численно методом итераций. Необходимые интегралы, содержащие функции $X^+(t)$ и $X_1^+(t)$, вычислялись приемом, предложенным Н.И. Мусхелишвили [11, §110]. Напомним ограничения на использование полученных результатов: а) диапазон температур должен быть таким, чтобы упругие свойства не зависели от температуры; б) нагретая область S должна быть мала по сравнению с шириной полосы (балки).

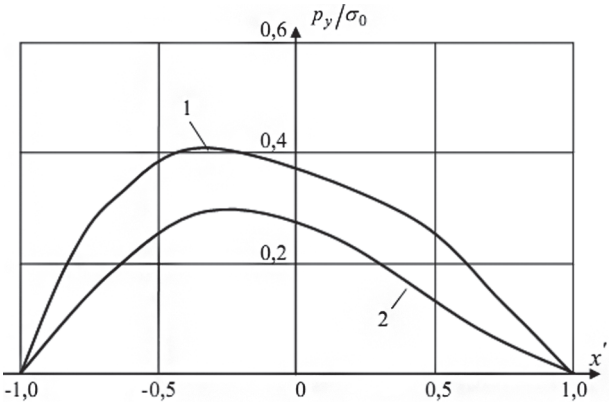

Рисунок 2 — Распределение нормального контактного напряжения вдоль нижней контактной зоны для различных длин щели

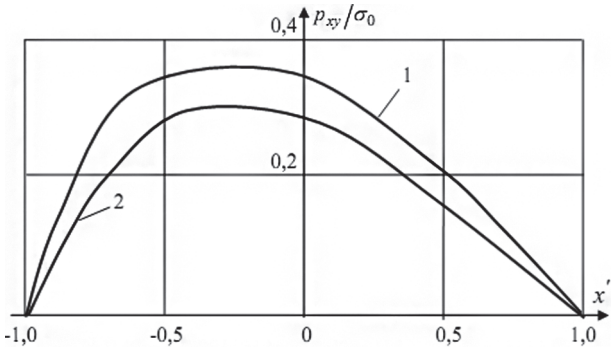

Рисунок 3 — Распределение касательного контактного напряжения вдоль нижней контактной зоны для различных длин щели

На рисунках 2 и 3 приведены графики распределения нормального и касательного контактных напряжений вдоль нижней контактной зоны для различных длин щели. Здесь $\sigma_0 = M/W$, где W — момент сопротивления сечения полосы (балки). При расчетах были использованы безразмерные координаты x': $2x = \lambda_2 + b + (b - \lambda_2)x'$ при следующих значениях свободных параметров $t_* = 4at/L_0^2 = 10$; $R/L_0 = 0{,}5$; $b_0/L_0 = 0{,}2$; $(b-a)/c = 0{,}05$ (кривая 1); $(b-a)/c = 0{,}02$ (кривая 2). Расчеты были проведены для листового материала (сплав В95) со свойствами: $\nu = 0{,}3$; $E = 7{,}1 \cdot 10^4$ МПа; $\alpha \cdot 10^6 = 23{,}2^{1/\text{град}}$; $a = 0{,}5$ см^2/с. Здесь L_0 и b_0 координаты центра области S. Было принято, что поверхность щели имеет синусоидальную форму, а область S нагрета до температуры $T_0 = 100$ °С.

Следует отметить, что учет возмущенного температурного поля усиливает тормозящий эффект наведенного температурного поля напряжений.

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что созданное в течение некоторого ограниченного времени с целью торможения и частичного закрытия трещины локальное температурное поле является барьером [1] на пути распространения трещины. Последующее снятие температурного поля ($t \to \infty$) постепенно снижает значения сжимающих напряжений и эффект частичного закрытия трещины. Коэффициенты интенсивности напряжений, достигнув нулевого значения при закрытии трещины, постепенно возрастут до величины, обусловленной механической нагрузкой. Под действием локального температурного поля одновременно с уменьшением максимального растягивающего напряжения в полосе (балке) происходит его разворачивание по направлению теплового источника, приводящее [1, 14] к наблюдаемому в опыте смещению плоскости разрыва материала полосы. Это обстоятельно после снятия локального температурного поля способствует увеличению внешней нагрузки необходимой для развития трещины.

Заключение. Предложена эффективная схема расчета частично закрытой при воздействии теплового источника щели переменной ширины в полосе (балке) под действием внешних изгибающих нагрузок. Анализ частичного закрытия щели переменной ширины в полосе (балке) с помощью наведенного температурного поля сводится к параметрическому исследованию сингулярных интегральных уравнений при различных законах распределения температурных полей и напряжений в полосе, геометрических параметров поверхности щели и механических постоянных материала.

Список обозначений

σ_x, σ_y, τ_{xy} — компоненты тензора напряжений;
u, v — составляющие вектора перемещений;
$\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ — комплексные потенциалы;
μ — модуль сдвига;
ν — коэффициент Пуассона материала;
κ — постоянная Мусхелишвили;
$T(x, y, t)$ — температурная функция;
Δ — оператор Лапласа;
S — нагретая тепловым источником область;
L_1 — совокупность участков сцепления берегов щели;
L_2 — совокупность участков проскальзывания берегов щели;
L_3 — участок берегов щели, свободный от нагрузок;
$h(x)$ — переменная ширина щели;
$f(x)$ — коэффициент трения.

Список литературы

1. Финкель, В.М. Физические основы торможения разрушения / В.М. Финкель. — М.: Металлургия, 1977. — 360 с.
2. Беленький, В.Д. Закрытие центральной трещины в круговом диске под действием температурного поля / В.Д. Беленький // Проблемы прочности. — 1984. — № 6. — С. 35–38.
3. Кадиев, Р.И. Влияние теплового источника на динамику роста трещины / Р.И. Кадиев, В.М. Мирсалимов // Вестник Даг. гос. ун-та. — 2001. — № 4. — С. 69–73.
4. Кадиев, Р.И. Коэффициенты интенсивности напряжений для пластины, ослабленной трещиной, при воздействии теплового источника / Р.И. Кадиев // Вестн. ДНЦ РАН. — 2003. — № 14. — С. 15–18.
5. Мирсалимов, В. Закрытие трещины со связями между берегами в листовом элементе при воздействии наведенного

температурного поля / В. Мирсалимов, Р. Кадиев // Механіка руйнування матеріалов и міцность конструкцій / під заг. ред. В.В. Панасюка — Львів: Фіз.-механіч. ін-т ім. Г.В. Карпенко НАН Украіни, — 2004. — С. 51–56.
6. Мустафаев, А.Б. Закрытие искривленной трещины в листовом элементе под действием локального температурного поля / А.Б. Мустафаев // Механика машин, механизмов и материалов. — 2013. — № 3(24). — С. 44–49.
7. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / под ред. И.И. Гольденблата. — М.: Машиностроение, 1965. — 567 с.
8. Тимошенко, С.П. Сопротивление материалов / С.П. Тимошенко. — М.: Наука, 1965. — Т. 2. — 480 с.
9. Галин, Л.А. Вдавливание штампа при наличии трения и сцепления / Л.А. Галин // Прикл. мат. и мех. — 1945. — Т. 9, вып. 5. — С. 413–424.
10. Горячева, И.Г. Контактное взаимодействие тел с периодическим рельефом при частичном проскальзывании / И.Г. Горячева, Н.И. Маланчук, Р.М. Мартыняк // Прикладная математика и механика. — 2012. — Т. 76, вып.5. — С. 695–709.
11. Мусхелишвили, Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. — М.: Наука, 1966. —707 с.
12. Паркус, Г. Неустановившиеся температурные напряжения / Г. Паркус. — М.: Физматгиз, 1963. — 252 с.
13. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи. / Ф.Д. Гахов. — М.: Наука, 1977. — 640 с.
14. Морозов, Е.М. О расчете на прочность по стадии разрушения / Е.М. Морозов // Деформация и разрушение при термических и механических воздействиях. — М.: Атомиздат, 1969. — Вып. 3. — С. 87–90.

Mustafayev A.B.

Interaction of variable width slit faces under strip (beams) bending and influence of temperature field

Some problems of temperature field influence on the growth inhibition of variable width slit in the strip (beam) when the strip is bent in the plane by given load system (constant bending moments, uniformly distributed pressure and other) is consider. The equilibrium problem of slit with partially contacting faces under action of external loads, induced temperature field and forces on the contacting slit surfaces is reduced to the problem of linear conjugation of analytic functions. It is assumed that on some part of the contact faces engagement occurs and on other part the slip is possible. The normal and tangential contact stresses, limit value of contact zones size are found.

Keywords: *bending of strip (beams), variable width slot, temperature field, contact engagement zone, slip zone, contact stresses*

Поступила в редакцию 10.03.2014.