УДК 539.4

А.А. ДЖАГАНГИРОВ, канд. техн. наук, доцент E-mail: al-akif@mail.ru Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Поступила в редакцию 24.06.2015.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ УСИЛЕННОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ВОЛОКНИСТОЙ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНКИ, ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО КОНТУРУ И НАХОДЯЩЕЙСЯ НА НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЕ

Исследуется несущая способность армированной волокнами круглой пластинки, покрытой с лицевых сторон тонкими слоями, усиленной жесткой круглой центральной вставкой и защемленной по контуру. Пластинка находится на несжимаемом основании, под действием нагрузки, равномерно распределенной по вставке. Предполагается, что материалы матрицы, волокон и покрытий являются идеально-пластическими без упрочнения, причем их свойства различны при растяжении и сжатии, а волокна и покрытия настолько тонкие, что их поперечными размерами можно пренебречь. Контакт между покрытиями и матрицей, а также между матрицей и волокнами считается идеальным.

Ключевые слова: жестко-пластическая модель, жесткая вставка, предельная нагрузка, разносопротивляющиеся материалы, несжимаемое основание

Введение. Оболочки и плиты, изготовленные из композитных материалов, занимают наиболее значимое место среди других типов конструкций и широко применяются в различных областях: в авиакосмической технике, в корабле- и машиностроении, в строительстве морских нефтяных платформ и эстакад, при строительстве временных и стационарных дорог и площадок на болотистых и ледяных грунтах и др. [1–9]. Буровые установки, комплектующие перекачивающего оборудования, магистральные трубы, нефтяные цистерны, складские и жилые помещения, на таких платформах создают достаточно высокие нагрузки на основание [9]. Предельное состояние армированной волокнами пластинки при изгибе изучено в работах [1-9]. В работах [4, 5] построены гиперповерхности текучести для трехслойных оболочек и пластин, центральный слой которых армирован волокнами. Полученные здесь результаты использованы в работах [6-9] при исследовании несущей способности круглых трехслойных волокнистых композитных пластинок.

В данной работе, используя результаты работ [4, 5], исследуется несущая способность трехслойной композитной пластинки, усиленной круговой недеформируемой шайбой и защемленной по внешней кромке. Средний слой пластинки армирован тонкими волокнами. Пластинка находится на несжимаемом основании, под действием нагрузок, равномерно распределенных по вставке, и произвольной симметричной нагрузки на деформируемую кольцевую часть.

Постановка задачи. Рассмотрим пластический изгиб круглой пластинки, занимающей область $0 \le R \le B$, $-H/2 \le z \le H/2$, $0 \le \varphi \le 2\pi$ в цилиндрической системе координат R, φ , z, где ось z

направлена вниз. В центральную часть $0 \le R \le A(A \le B)$ пластинки вставлена жесткая недеформируемая шайба, которая по контуру защемлена с кольцевой композитной пластинкой, защемленной по внешней кромке. Пластина находится на несжимаемом основании и подвергается воздействию положительной нагрузки интенсивностью *p*₁, которая равномерно распределена по жесткой вставке и центрально симметрична положительной нагрузке интенсивности $X_i(r)$, распределенной по кольцевой части $A \le R \le B$. Толщина пластины H постоянна. Композит состоит из идеально пластической матрицы, имеющей различные напряжения текучести $k\sigma_0$ и σ_0 (0 < $k \le 1$) на растяжении и сжатии, армируется волокнами в двух ортогональных направлениях, совпадающих с осями главных изгибающих моментов и покрывается тонкими слоями. Материалы волокон и покрытий также считаются идеально жесткопластическими, имеющими различные напряжения текучести на растяжении и сжатии. Пусть $S_{0i}^+ = S_{0i}$ и $S_{0i}^- = \mu_i S_{0i}^+$ — предельные усилия для волокон при растяжении и сжатии соответственно; $S_{0i}^+ = F_i^+ \sigma_{0i}^+$, $S_{0i}^- = F_i^- \sigma_{0i}^-$, F_i^+ , F_i^- — площади поперечного сечения волокон; $\sigma_{0i}^{+}, \sigma_{0i}^{-}$ — пределы текучести для волокон при растяжении и сжатии; i = 1, 2 — ортогональные направления, совпадающие с осями главных изгибающих моментов. Волокна укладываются в каждом направлении в двух слоях, не симметричных относительно срединной плоскости конструкции. Их количество различно в каждом направлении. Покрытия являются достаточно тонкими слоями, материал которых идеально пластический с пределами текучести Q_0 и $Q_0^- = vQ_0$ ($0 \le v \le 1$) при растяжении и сжатии соответственно.

 a_1

Обозначим отнесенные к единице длины главные изгибающие моменты в радиальном и окружном направлениях, как M_1 и M_2 , и примем следующие безразмерные величины

$$r = \frac{R}{H}; a = \frac{A}{H}; b = \frac{b}{H}; p = \frac{p_1}{\sigma_0}; X = \frac{X_1}{\sigma_0}; m_i = \frac{4M_i}{\sigma_0 H^2}.$$

Поскольку пластина находится на несжимаемой среде, то на нее в отрицательном направлении действует выталкивающая сила *U*, равномерно распределенная по всей поверхности пластины, а также выполняется условие несжимаемости

$$\int_0^b w(r) r dr = 0, \tag{1}$$

где *w* — скорость прогиба пластины в направлении оси *z*.

Изгибающие моменты удовлетворяют уравнению равновесия

$$(rm_{1})' - m_{2} = -T^{ar} - 2pa^{2} + 2ur^{2};$$

$$\left(T^{ar} = 4\int_{a}^{r} X(\eta)\eta d\eta, u = \frac{U}{\sigma_{0}}\right), a < r < b,$$
(2)

где штрих означает производную по r, а область $0 \le r \le a$ не деформируется.

Скорости изменения кривизны в радиальном и окружном направлениях χ_1 и χ_2 выражены через производные по *r* от скорости прогиба *w*:

$$\chi_1 = -w''; \chi_2 = -(w'/r).$$
(3)

Уравнение (2) является обыкновенным дифференциальным уравнением с двумя неизвестными *m*₁ и *m*₂. Второе уравнение между этими величинами дается условием пластического течения (рисунок 1).

В работе [5] получено, что материал рассматриваемой композитной пластинки подчиняется условию текучести, которое в плоскости m_1m_2 представляет собой неправильный шестиугольник *ABCDEF* (рисунок 1). Для сторон *AB* и *AF* шестиугольника получены следующие предельные значения положительных и отрицательных изгибающих моментов



Рисунок 1 — Шестиугольник текучести

$$m_{i} = m_{0i}^{+} = c_{0} + c_{1i}^{+} s_{0i} - c_{2i} s_{0i}^{2} + c_{3} q_{0} - c_{4} q_{0}^{2} - c_{5i} s_{0i} q_{0}, \quad (4)$$

для сторон *CD* и *DE*

$$m_{i} = -m_{0i}^{-} = -\left[c_{0} + c_{1i}^{-}s_{0i} - c_{2i}s_{0i}^{2} + c_{3}q_{0} - c_{4}q_{0}^{2} - c_{5i}s_{0i}q_{0}\right], \quad (5)$$

а для сторон *EF* и *BC*

 $m_2 = am_1 + \beta_1, m_2 = am_1 + \beta_2,$ (6)

соответственно. Здесь приняты следующие обозначения для коэффициентов:

$$c_{0} = \frac{2k}{1+k}; c_{1i}^{+} = 4 \left(d_{i}^{\prime\prime} + \mu_{i} d_{i}^{\prime} + \frac{1-\mu_{i}}{2} \frac{1-k}{1+k} \right);$$

$$c_{2i} = \frac{2(1-\mu_{i})^{2}}{1+k}; c_{3} = 4 \frac{1+\nu k}{1+k}; c_{4} = \frac{2(1-\nu)^{2}}{1+k};$$

$$c_{5i} = \frac{4(1-\mu_{i})(1-\nu)}{1+k} (i=1,2);$$

$$c_{1i}^{-} = 4 \left(d_{i}^{\prime} + \mu_{i} d_{i}^{\prime\prime} + \frac{1-\mu_{i}}{2} \frac{1-k}{1+k} \right);$$

$$\alpha = \frac{(1-k)\left[(1-\mu_{2})s_{02} + (1-\nu)q_{0}\right] + k}{(1-k)\left[(1-\mu_{1})s_{01} + (1-\nu)q_{0}\right] + k} (i=1,2);$$

$$q_{0} = \frac{Q_{0}}{\sigma_{0}H^{2}}; \beta_{1} = a_{2} - \alpha a_{1}; \beta_{2} = a_{4} - \alpha a_{3}; s_{0i} = \frac{S_{0i}}{\sigma_{0}};$$

$$r_{1} = \frac{1}{1-k^{2}} \left\{ k (1-k) + (1+k^{2})\left[(1-\mu_{1})s_{01} + (1+\nu)q_{0}\right] - 2k\left[(1-\mu_{2})s_{02} + (1-\nu)q_{0}\right] \right\} + 4(d_{1}^{\prime\prime} + \mu_{1}d_{1}^{\prime})s_{01}^{+} + 2(1+\nu)q_{0};$$

$$a_{2} = -\frac{1}{1-k^{2}} \left\{ k (1-k) + (1+k^{2})\left[(1-\mu_{2})s_{02} + (1-\nu)q_{0}\right] + 4(d_{2}^{\prime\prime} + \mu_{2}d_{2}^{\prime\prime})s_{02} - -2(1+\nu)q_{0};$$

$$a_{3} = -a_{1} - 4(1-\mu_{1})(d_{1}^{\prime} - d_{1}^{\prime\prime\prime})s_{01};$$

$$a_4 = -a_2 - 4(1 - \mu_2)(d'_2 - d''_2)s_{02},$$

*d*_{*i*}, *d*_{*i*}" — безразмерные расстояния (отнесенные к толщине *H*)от срединной плоскости до верхних и нижних слоев волокон.

Решение задачи. Уравнение (2) будет решено при следующих граничных условиях вдоль заделанных краев: w = 0, dw / dr = 0 или $m_1 = m_{01}^+$ как при r = a, так и при r = b. Поскольку пластина закреплена по контуру и находится на несжимаемой среде, то часть пластины около контура движется в отрицательном направлении. Тогда радиальный изгибающий момент будет положительным около контура. В этом случае от центральной жесткой области до внешнего контура будут последовательно выполняться режимы *AB-BC-CD-DE-EF* (см. рисунок 1). Пластическое поведение пластинки зависит от соотношения предельных значений главных изгибающих моментов; здесь мы будем считать $m_{01}^+ \ge m_{02}^+$. При этом контуру недеформируемой вставки r = a соответствует точка *A* или A_1 на стороне *AB* шестиугольника. Область пластинки $a \le r \le b$, между недеформируемой центральной частью и внешним контуром, разбивается на пять кольцевых областей с радиусами ρ_i , i = 1, 2, 3, 4, которые будут определены в ходе решения задачи.

На участке $a \le r \le \rho_1$ согласно пластическому режиму *AB* имеем $m_2 = m_{02}^+$. Подставляя это в уравнение (2), после интегрирования получаем

$$rm_{1} = (m_{02}^{+} - 2pa^{2})r + \frac{2}{3}ur^{3} - \int_{a}^{r} T^{a\xi}d\xi + C$$

где C — произвольная постоянная. Определяя C из условия $m_1(a) = m_{01}^+$, находим

$$rm_{1} = am_{01}^{+} + (m_{02}^{+} - 2pa^{2})(r-a) + \frac{2}{3}u(r^{3} - a^{3}) - \int_{a}^{r} T^{a\xi}d\xi.$$
 (7)

Определяя $m_1(\rho_1)$ из (7) и подставляя в формулу $m_2 = \alpha m_1 + \beta_2$, в результате получим m_{02}^+ , что даст

$$m_{02}^{+}\left(1-\alpha+\frac{\alpha a}{\rho_{1}}\right) = \frac{\alpha a}{\rho_{1}}m_{01}^{+} - 2pa^{2}\alpha\left(1-\frac{a}{\rho_{1}}\right) + \frac{2}{3}\alpha u\left(\rho_{1}^{2}-\frac{a^{3}}{\rho_{1}}\right) + \beta_{2}-\frac{\alpha}{\rho_{1}}\int_{a}^{\rho_{1}}T^{a\xi}d\xi.$$
(8)

При $\rho_1 \le r \le \rho 2$ имеем состояние *BC* с уравнением $m_2 = \alpha m_1 + \beta_2$, тогда дифференциальное уравнения равновесия (2) примет вид

$$rm'_{1} + (1-\alpha)m_{1} = (\beta_{2} - 2pa^{2}) + 2ur^{2} - T^{ar}.$$
 (9)

Решением этого уравнения является

$$m_{1} = Cr^{\alpha - 1} + (\beta_{2} - 2pa^{2})\frac{1}{1 - \alpha} + \frac{2u}{3 - \alpha}r^{2}\int_{a}^{r}\xi^{-\alpha}T^{a\xi}d\xi.$$

Определяя произвольную постоянную *C* из условия непрерывности $m_1(\rho_2) = -m_{01}^-$, находим

$$m_{1}(r) = -m_{01}^{-} \left(\frac{r}{\rho_{2}}\right)^{\alpha-1} + \frac{\beta_{2} - 2pa^{2}}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_{2}}\right)^{\alpha-1}\right] + \frac{2u}{3 - \alpha} \rho_{2}^{2} \left[\left(\frac{r}{\rho_{2}}\right)^{2} - \left(\frac{r}{\rho_{2}}\right)^{\alpha-1}\right] + r^{\alpha-1} \int_{a}^{\rho_{2}} \xi^{-\alpha} T^{a\xi} d\xi.$$
(10)

Очевидно, что значения величины $m_1(\rho_1)$, определяемые из формул (7) и (10) должны быть равны. При этом получим

$$am_{01}^{+} + (m_{02}^{+} - 2pa^{2})(\rho_{1} - a) + \frac{2}{3}u(\rho_{1}^{3} - a^{3}) - \int_{a}^{\rho_{1}} T^{a\xi}d\xi =$$

$$= \rho_{1}^{\alpha}\int_{\rho_{1}}^{\rho_{2}} \xi^{-\alpha}T^{a\xi}d\xi - m_{01}^{-}\rho_{1}\left(\frac{\rho_{1}}{\rho_{2}}\right)^{\alpha-1} + \frac{(\beta_{2} - 2pa^{2})\rho_{1}}{1 - \alpha} \times$$

$$\times \left[1 - \left(\frac{\rho_{1}}{\rho_{2}}\right)^{\alpha-1}\right] + \frac{2u}{3 - \alpha}\rho_{1}\rho_{2}^{2}\left[\left(\frac{\rho_{1}}{\rho_{2}}\right)^{2} - \left(\frac{\rho_{1}}{\rho_{2}}\right)^{1 - \alpha}\right].$$
(11)

Когда напряженное состояние пластинки соответствует стороне *CD* ($\rho_2 \le r \le \rho_3$), для скоростей деформации имеем

$$\chi_1 = -w'' \le 0; \ \chi_2 = -w'' / r = 0.$$

Естественным решением этих уравнений будет $w = w_0 = \text{const}$, т. е. кольцевая часть пластины $\rho_2 \le r \le \rho_3$, оставаясь жесткой, перемещается в этой области как абсолютно жесткое тело. Окружности $r = \rho_2$ и $r = \rho_3$ являются шарнирными окружностями, на которых скорость прогиба непрерывна, а первая производная скорости прогиба dm_1 / dr претерпевает разрыв. Статическое поле может быть продолжено на участок $\rho_2 \le r \le \rho_3$ разными способами без нарушения условий непрерывности. Если, например, согласно режиму *CD*, принять $m_1 = -m_{01}^- = const$, то используя уравнение равновесия (2) имеем

$$m_2(r) = -m_{01} + 2pa^2 - 2ur^2 + T^{ar}.$$
 (12)

Из (12) и условий $m_2(\rho_2) = -\alpha m_{01}^- + \beta_2, m_2(\rho_3) = -m_{02}^-$ следуют равенства

$$(1-\alpha)m_{01}^{-}+\beta_2-2pa^2+2u\rho_2^2-T^{a\rho_2}=0; \qquad (13)$$

$$m_{02}^{-} + m_{01}^{-} + 2pa^{2} - 2u\rho_{3}^{2} - T^{a\rho_{2}} = 0.$$
 (14)

В области $\rho_3 \le r \le \rho_4$ имеем состояние *DE*, при котором $m_2 = m_{02}^-$. Из уравнения (2) получаем

$$m_{1} = -(m_{02}^{-} + 2pa^{2})r + \frac{2}{3}ur^{3} - \int_{a}^{r}T^{a\xi}d\xi + C$$

r

Здесь произвольную постоянную *C* определяем из условия $m_1(\rho_3) = -m_{01}^-$, тогда

$$rm_{1} = \rho_{3}m_{01}^{-} - (m_{02}^{-} + 2pa^{2})(r - \rho_{3}) + + \frac{2}{3}u(r^{3} - \rho_{3}^{3}) - \int_{\rho_{3}}^{r} T^{a\xi}d\xi.$$
(15)

Определяя $m_1(\rho_4)$ из формулы (15) и подставляя в $m_2 = \alpha m_1 + \beta_1$, в результате должны получить $-m_{02}^-$:

$$m_{02}^{-}\left(\alpha - \frac{\alpha\rho_{3}}{\rho_{4}} - 1\right) = \beta_{1} - \frac{\alpha\rho_{3}}{\rho_{4}} m_{01}^{-} - 2pa^{2}\alpha \left(1 - \frac{\rho_{3}}{\rho_{4}}\right) + \frac{2}{3}u\alpha \left(\rho_{4}^{2} - \frac{\rho_{3}^{3}}{\rho_{4}}\right) - \frac{\alpha}{\rho_{4}} \int_{\rho_{3}}^{\rho_{4}} T^{a\xi} d\xi.$$
(16)

При $\rho_4 \le r \le b$ имеем состояние *EF*, при котором $m_2 = \alpha m_1 + \beta_1$. Подставляя это в уравнение (2), находим уравнение (9) с заменой β_2 на β_1 . Решая это уравнение, находим общее решение

$$m_{1} = Cr^{\alpha - 1} + (\beta_{1} - 2pa^{2})\frac{1}{1 - \alpha} + \frac{2u}{3 - \alpha}r^{2} - r^{\alpha - 1}\int_{a}^{r} \xi^{-\alpha}T^{a\xi}d\xi.$$

Определяя произвольную постоянную *C* из условия $m_1(b) = m_{01}^+$, в результате имеем

$$m_{1}(r) = m_{01}^{+} \left(\frac{r}{b}\right)^{\alpha - 1} + \frac{\beta_{2} - 2pa^{2}}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{b}\right)^{\alpha - 1}\right] + \frac{2u}{3 - \alpha} b^{2} \left[\left(\frac{r}{b}\right)^{2} - \left(\frac{r}{b}\right)^{\alpha - 1}\right] + r^{\alpha - 1} \int_{r}^{b} \xi^{-\alpha} T^{a\xi} d\xi.$$
(17)

Учитывая, что $\alpha m_1(\rho_4) + \beta_1 = -m_{02}^-$, из формулы (17) при $r = \rho_4$ находим

$$m_{01}^{+} \left(\frac{\rho_{4}}{b}\right)^{\alpha-1} + \frac{\beta_{2} - 2pa^{2}}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{\rho_{4}}{b}\right)^{\alpha-1}\right] + \frac{2u}{3 - \alpha} b^{2} \left[\left(\frac{\rho_{4}}{b}\right)^{2} - \left(\frac{\rho_{4}}{b}\right)^{\alpha-1}\right] + \rho_{4}^{\alpha-1} \int_{\rho_{4}}^{b} \xi^{-\alpha} T^{a\xi} d\xi = -\frac{m_{02}^{-} + \beta_{1}}{\alpha}.$$
(18)

Из уравнений (13), (14) определяем предельные значения внешних сил

$$\frac{pb^{2}}{m_{01}^{-}} + \frac{1}{2\varepsilon^{2}m_{01}^{-}} \left(T^{a\rho_{2}} - \frac{x_{2}^{2}}{x_{3}^{2} - x_{2}^{2}} T^{\rho_{2}\rho_{3}} \right) = \frac{x_{3}^{2} \left(1 - \alpha + \beta_{2} / m_{01}^{-} \right) - x_{2}^{2} \left(1 - m_{02}^{-} / m_{01}^{-} \right)}{2\overline{k}^{2} \left(x_{3}^{2} - x_{2}^{2} \right)};$$
(19)

$$\frac{ub^2}{m_{01}^-} - \frac{1}{2m_{01}^-(x_3^2 - x_2^2)} T^{\rho_2 \rho_3} = \frac{(m_{02}^- + \beta_2)/m_{01}^- - \alpha}{2(x_3^2 - x_2^2)}, \quad (20)$$

где $\bar{k} = a/b$, $x_i = \rho_i/b$, i = 2, 3. В уравнениях (19) и (20) левые части равенств выражаются через силы, воздействующие на пластинку, а правые части выражаются через свойства композитного материала и геометрические параметры пластинки. Предельные значения сил определяются из этих уравнений. Имеются возможности анализировать множество комбинаций внешних воздействий значений безразмерной предельной нагрузки *p* и *X*(*r*), и величины *u*. Например, если сила *X*(*r*) равномерно распределена по всей поверхности кольцевой части $a \le r \le b$, то равенства (19) и (20), соответственно, принимают вид

$$\frac{(p-X)a^2}{m_{01}^-} = \frac{x_3^2 \left(1-\alpha + \beta_2 / m_{01}^-\right) - x_2^2 \left(1-m_{02}^- / m_{01}^-\right)}{2 \left(x_3^2 - x_2^2\right)};$$
$$\frac{(u-X)b^2}{m_{01}^-} = \frac{\left(m_{02}^- + \beta_2\right)m_{01}^- - \alpha}{2 \left(x_3^2 - x_2^2\right)}.$$

Из этих формул следует, что заданная на деформируемой кольцевой части положительная сила X(r) приводит к увеличению предельных значений как силы нагрузки пластинки по жесткой вставке, так и силы реакции несжимаемой среды под пластиной, причем на равную величину.

Система уравнений (8), (11), (16) и (18) служит для определения радиусов ρ_i , i = 1, 2, 3, 4. На рисунке 2 приведены графики зависимости радиусов $x_i = \rho_i / b$, i = 1, 2, 3, 4 от k = a / b. Кривые зависимости предельной нагрузки p (1-я группа) и сопротивления основания q (2-я группа) от $\overline{k} = a/b$ приведены на рисунке 3. Наблюдается сильный рост







предельной нагрузки с увеличением предельного усилия волокон s_0 . Такое же поведение предельной нагрузки наблюдается и в зависимости от предельного усилия покрытий q_0 .

Заключение. Найдены уравнения для определения предельных значений равномерно распределенных сил на жесткой недеформируемой вставке, осесимметричных сил, воздействующих на кольцевую деформируемую часть пластины, а также сил реакции несжимаемой среды, на которой расположена вся конструкция. Показано, что поверхность пластинки разбивается на пять зон, в каждой из которых реализуются различные условия пластического течения. Найдены уравнения для определения радиусов этих зон.

Список литературы

- 1. Mroz, Z. Simplified yield conditions for fibre-reinforced plates and shells / Z.Mroz, F.G. Shamiev // Arch. Inz. Lad. – 1979. – Vol. 25. – № 3. – Pp. 463–476.
- Мовсумов, Э.А. Несущая способность пластинок из волокнистого композита / Э.А. Мовсумов, Ф.Г. Шамиев // Механика композитных материалов. — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 177–192.
- Мруз, З. Несущая способность кольцевых пластин, закрепленных по обеим кромкам / З. Мруз, А. Савчук // Изв. АН СССР. – ОТН, 1960. – № 3. – С. 72–78.
- Ильясов, М.Х. Гиперповерхности текучести трехслойной композитной оболочки, средний слой которой армирован волокнами / М.Х. Ильясов, А.А. Джагангиров // Докл. НАН Азербайджана. — 2012. — № 5. — С. 20–27.
- Ильясов, М.Х. Гиперповерхности текучести трехслойной композитной оболочки, средний слой которой армирован волок-

нами / М.Х. Ильясов, А.А. Джагангиров // Механика композитных материалов. — 2014. — Т. 50, № 3. — С. 487–500.

- Джагангиров, А.А. Гиперповерхности текучести оболочки с покрытыми поверхностями / А.А. Джагангиров // Машиноведение. — 2013. — № 2. — С. 59–70.
- Джагангиров, А.А. Несущая способность армированной волокнами круглой трехслойной композитной пластинки защемленной по контуру / А.А.Джагангиров // Экоэнергетика. — 2012. — № 4. — С. 74–80.
- Джагангиров, А.А. Несущая способность армированной волокнами свободно опертой круглой трехслойной композитной пластинки / А.А.Джагангиров // «Научные труды» – «Фундаментальные науки». — 2013. — № 1, Т. XII (45). — С. 50–54.
- Немировский, Ю.В. Несущая способность усиленных ледяных круглых пластин / Ю.В. Немировский, Т.П. Романова // Проблемы прочности и пластичности. — 2011. — Вып. 73. — С. 25–35.

JAHANGIROV Akif A., Cand. Techn. Sc., Associate Professor E-mail: al-akif@mail.ru Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan

Received 24 June 2015.

CARRYING CAPACITY OF REINFORCED THREE LAYERS CIRCULAR COMPOSITE PLATE CLAMPED ON EDGE AND LYING ON NON-COMPRESSIBLE FOUNDATION

The problem considered in the title is solved in the paper. The algebraic equations for the moment field, for limit load and for the unknown radius of plastic domains are obtained. There used the plastic yield condition which is found by using the limit forces of all components of composite and the characterized geometrical parameters. The statically allowable fields of bending moments are determined.

Keywords: load-carrying capacity, fiber-reinforced tree layer composite, rigid inset, non-compressible foundation, annular plate, clamped contour

References

- Mroz Z., Shamiev F.G. Simplified yield conditions for fibrereinforced plates and shells. Arch. Inz. Lad, 1979, vol. 25, no. 3, pp. 463–476.
- Movsumov E.A., Shamiev F.Q. Nesushaya sposopnost plastinok iz voloknistoqo kompozita [Load-carrying capacity of circular plates made of a fiber-reinforced composite]. *Mekhanika kompozitnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials], 2005, vol. 41, no. 2, pp. 177–192.
- Mroz Z., Sawchuk A. Nesushaya sposobnost kolcevykh plastin, zakreplennykh po obeyim kromkam [The load-carrying capacity of annular plite, clampedon both contours]. *Izv. ANSSSR. OTN.* [Proceedings of AS USSR, Mechanics and Machines], 1960, no. 3, pp. 72–78.
- Ilyasov M.Kh., Jahangirov A.A. Qiperpoverkhnosty tekuchesty trekhsloynoy kompozitnoy obolochky, sredniy sloy kotoroy armirovan voloknamy [The yield hyper surfaces of composite shell will covered surfaces]. *Doklady NAN Azerbayjana* [Reports of the NAS of Azerbaijan], 2012, no. 5, pp. 20–27.
- Ilyasov M.Kh., Jahangirov A.A. Qiperpoverkhnosty tekuchesty trekhsloynoy kompozitnoy obolochky, sredniy sloy kotoroy armirovan voloknamy [Yield hyper surfaces of three-layer

composite shell with a Fiber-reinforced middle layer]. *Mekhanika kompozitnykh materiaov* [Mechanics of composite materials], 2014, vol. 50, no. 3, pp. 487–500.

- Jahangirov A.A. Qiperpoverkhnosty tekuchesty obolochki s pokritimy poverkhnostyami [Hyper surfaces of yield with the covering surfaces]. *Mashinovvededie* [Machines], 2013, no. 2, pp. 59–70.
- Jahangirov A.A. Nesushaya sposobnost armirovannoy voloknamy kruqloy trekhsloynoy kompozitnoy plastinky, zashemlennoy po konturu [Load-carrying of a fiber-reinforced circular tree layer clamped composite plate]. *Ekoenergetika* [Energetics], 2012, no. 4, pp. 74–80.
- Jahangirov A.A. Nesushaya sposobnost armirovannoy voloknamy svobodno opertoy kruqloy trekhsloynoy kompozitnoyp lastinky [Load-carrying capacity of a fiber-reinforced circular tree layer composite plate, freely supported on the contour]. *Nauchnie Trudy – Fundamentalnie Nauky* [Fundamental sciences], 2013, no. 1, vol. XII (45), pp. 50–54.
- Nemyrovsky Yu.V., Romanova T.P. Nesushaya sposobnost usilennykh ledyanykh kruqlykh plastin [Carrying capacity of reinforced ice circular plates]. *Problemy prochnosti i plastichnosty* [Problems of strength and elastity], 2011, vol. 73, pp. 25–35.