УДК 621.833.68

А.М. ДАНЬКОВ, д-р техн. наук, доцент профессор кафедры «Основы проектирования машин» E-mail: amdan@yandex.ru Белорусско-Российский университет, г. Могилев, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 24.07.2015.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНСТРУКЦИИ УЗЛА САТЕЛЛИТА ПЛАНЕТАРНОЙ ПЛАВНОРЕГУЛИРУЕМОЙ ПЕРЕДАЧИ

Представлен вариант реализации зубчатой передачи с плавнорегулируемым передаточным отношением в виде планетарной передачи по схеме K-H-V. При регулировании передаточного отношения этой передачи составная конструкция центрального зубчатого колеса является источником кинематической погрешности передачи (погрешности угла поворота сателлита). Она вызвана отклонением зубьев секторов от номинального положения и некратностью окружного шага секторов окружному шагу зубьев и снижает качество преобразования параметров движения ведущего звена. Предложены и описаны варианты конструкции узла сателлита для компенсации указанной погрешности и обеспечения плавности хода выходного вала передачи. Их работоспособность подтверждена компьютерным и физическим моделированием.

Ключевые слова: планетарная плавнорегулируемая передача, составное центральное зубчатое колесо, компенсация кинематической погрешности

Введение. Актуальная задача создания приводных систем, обеспечивающих преобразование параметров вращательного движения с минимальными потерями энергии при требуемом качестве, включая плавное регулирование частоты вращения выходного вала, и в наше время оставляет возможность для поиска вариантов ее решения. Среди плавнорегулируемых механических передач наиболее перспективными являются передачи зацеплением, в которых силы взаимодействия элементов передачи движения нормальны к контактирующим поверхностям, поэтому создание конкурентоспособной зубчатой плавнорегулируемой передачи явилось бы более чем удовлетворительным решением указанной задачи.

Использование в качестве плавнорегулируемых зубчатых эвольвентных передач сдерживается догматическим подходом, в силу которого зубчатые колеса должны быть цельными и иметь постоянный начальный диаметр. Созданный на основе такого подхода ряд упоминаемых в литературе скорее не плавнорегулируемых, а адаптивных зубчатых передач [1], очевидно, не устраивает потребителей по своим характеристикам, несмотря на объективную настоятельность потребности в подобных передачах.

В ряде работ [2–4], выполненных в Белорусско-Российском университете в рамках ГПОФИ «Надежность и безопасность» (2000–2005 гг.), ГКПНИ «Исследование механики технических и биомеханических систем, разработка эффективных методов повышения их надежности, создание новых компонентов машин и оборудования для машиностроения» («Механика», 2006–2010 гг.), ГПНИ «Механика, техническая диагностика, металлургия» (2011–2012 гг.) показано, что плавнорегулируемая зубчатая передача может быть создана с использованием составных полисекторных зубчатых колес с изменяемым условным начальным диаметром. Основой, на которой базируется конструкция передачи, является фундаментальное понятие, заключающееся в том, что регулированием передаточного отношения называют принудительное изменение параметров передачи, в данном случае зубчатой планетарной, с целью регулирования скорости движения рабочих органов машин и механизмов (это понятие подразумевает также сохранение заданного значения передаточного отношения в течение заданного промежутка времени). В ходе работ решены основные вопросы функционирования передачи (балансировки сателлита, съема с него вращения), однако специфическая конструкция центрального зубчатого колеса создает особую проблему обеспечения равномерности вращения выходного вала передачи, связанную с отклонением в процессе регулирования передаточного отношения зубьев секторов от номинального положения. В статье содержится описание одного из вариантов решения этой проблемы.

Структурная схема зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи приведена на рисунке 1.

Показатели качества регулирования передаточного отношения зубчатой передачи. Наиболее эффективным способом реализации идеи плавного регулирования представляется выполнение этой передачи с двумя параллельными силовыми потоками [2], что предполагает выполнение сателлита с двумя подвижными друг относительно друга в окружном направлении цельными зубчатыми венцами, а центрального зубчатого колеса — в виде двух идентичных смещенных друг относительно друга в окружном направлении наборов зубчатых секторов. Достоинствами этой передачи являются конструктивная простота силовой кинематической цепи, широкий диапазон регулирования, три режима функционирования: мультипликация, единичное



Рисунок 1 — Структурная схема зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи: 1 — ведущий вал; 2 — водило; 3 — зубчатые венцы двухпоточного сателлита; 4 — направляющая, жестко связанная с ведущим валом; 5 — сектора центрального зубчатого колеса; 6 — противовесы; 7 — торсион; 8 — вспомогательная планетарная передача для съема вращения с сателлита; 9 — ведомый вал

преобразование, редуцирование, а ее наиболее существенный недостаток — неустранимая погрешность угла поворота сателлита, возникающая при регулировании передаточного отношения.

Качество регулирования передаточного отношения передачи можно характеризовать следующими основными количественными показателями: - диапазоном регулирования, определяемым как отношение максимального значения передаточного отношения *i*_{макс} к минимальному *i*_{мин};

 плавностью регулирования, определяемой числом получаемых в данном диапазоне значений передаточного отношения — с их увеличением плавность регулирования возрастает;

 экономичностью регулирования, определяемой капитальными и эксплуатационными затратами на изготовление и обеспечение функционирования передачи;

- стабильностью сохранения заданного передаточного отношения (плавностью хода).

Текущее значение *i*_{тек} передаточного отношения передачи определяется по формуле:

$$i_{\rm TeK} = -\frac{d_{\rm cat}}{d_{\rm yuK} - d_{\rm cat}},\tag{1}$$

где *d*_{сат} — начальный диаметр сателлита; *d*_{уик} — условный начальный диаметр составного центрального зубчатого колеса.

Условным начальным диаметром центрального зубчатого колеса планетарной плавнорегулируемой передачи будем называть начальный диаметр такого цельного зубчатого колеса, называемого условным центральным зубчатым колесом, к которому делительные дуги всех зубчатых секторов реального центрального зубчатого колеса будут касательными. Число зубьев z_{yllk} этого колеса определяется по общеизвестной зависимости $z_{yllk} = = d_{yllk} / m (m - модуль зацепления). В соответствии$ с принципом действия передачи начальный диаметр ее условного центрального зубчатого колеса может принимать любое значение в интервале от минимального до максимального значения, которым соответствуют значения числа зубьев от $(z_{y_{\text{ЦК}}})_{_{\text{МИН}}}$ до $(z_{v_{\rm UIK}})_{\rm макс}$, следовательно, и условное число зубьев *z*_{улк} может приобретать любое (в том числе и дробное значение). Таким образом, на выходном валу передачи может быть получено бесконечное число скоростей вращения. Легко видеть, что при числе зубьев сателлита $z_{car} = 32$, вполне приемлемом значении разности $(z_{y_{UK}})_{MHH} - z_{cat} = 2 u (z_{y_{UK}})_{MAKC} = 64,$ что соответствует единичному преобразованию, передача обеспечивает диапазон регулирования D = 16. То есть планетарная плавнорегулируемая передача имеет более чем удовлетворительные значения двух первых показателей качества регулирования. Показатель экономичности регулирования у этой передачи не хуже, чем у существующих фрикционных передач, так как они могут иметь близкие по принципу действия и конструкции механизмы регулирования передаточного отношения. Последний в вышеуказанном перечне показатель необходимо рассматривать в тесной связи с одним из главных требований, предъявляемых к любой передаче — плавностью хода, которая обеспечивается строгим постоянством установленного передаточного отношения $i_{\text{тек}}$ в течение заданного времени.

ГОСТ 1643-81 «Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски» устанавливает следующие нарушающие плавность хода составляющие максимальной суммарной кинематической погрешности зубчатой передачи, обусловленной всеми неточностями изготовления зубчатых колес:

 составляющая, проявляющаяся за один оборот и обусловленная биением зубчатого венца (эксцентриситета) и накопленной ошибки окружного шага;
 составляющая, проявляющаяся с зубцовой частотой и обусловленная разностью соседних окружных шагов и отклонениями профиля зубьев от идеального.

Эти погрешности вызывают периодические колебания передаточного отношения передачи относительно его среднего значения и их проявления нивелируются повышением точности изготовления зубчатых колес и сборки передачи. В планетарной плавнорегулируемой передаче сюда добавляются погрешности, вызванные, во-первых, некратностью окружного шага секторов центрального зубчатого колеса окружному шагу зубьев, периодически проявляющиеся в зонах пересопряжения секторов центрального зубчатого колеса, и, во-вторых, отклонением положения всех зубьев секторов, кроме центрального, от номинального (при всех значениях передаточного отношения передачи, кроме минимального), причем суммарное влияние этих факторов на величину погрешностей имеет тенденцию к увеличению по мере изменения передаточного отношения передачи от минимального зна-

а

чения к максимальному [4]. Это увеличение носит не монотонный, а циклический характер и определяется числом зубьев условного центрального зубчатого колеса. Поскольку устранить погрешность угла поворота сателлита не представляется возможным, необходимо нейтрализовать результат ее проявления повышенную внутреннюю динамику передачи, что предполагает наличие в силовой кинематической цепи передачи упругой связи ее элементов. Утилитарный подход к конструкции требует при наличии двух упругоподвижных элементов — зубчатых венцов сателлита — предусматривать один упругий соединительный элемент, как это сделано в описанной в [4] конструкции. Анализ такой конструкции с учетом перспективы использования ее в приводах с диапазоном регулирования более 3 показывает ее невысокую эффективность, так как при этом не исключается жесткая кинематическая связь одного из зубчатых венцов сателлита с дополнительным зубчатым венцом для съема вращения с сателлита. Упомянутое техническое решение конструкции узла сателлита, не являясь максимально эффективным, содержит резервы его совершенствования, возможные направления использования которых описаны ниже.

Первый вариант конструкции узла сателлита. За весьма продолжительное время развития машино- и приборостроения сложились различные методы конструкторской и технологической компенсации погрешности изготовления и функционирования элементов, характерных для указанных областей техники объектов. Так в статье [5] изложено представление о процессе зацепления зубьев в зубчатой передаче как об автоколебательном процессе с образованием амортизационного слоя на поверхностях зубьев и указывается на такие способы уменьшения динамических нагрузок, как использование перепада твердостей поверхностей зубьев, осуществление контакта их на участке активной линии зацепления, смещенной в конец теоретической, где величина этих нагрузок меньше, чем в начале, а также на способ, в основу которого положено снижение коэффициента жесткости зацепления на отдельных участках по ширине зубьев при практически неизменной их жесткости в целом. Указанная статья может служить аргументом в пользу обоснования конструкции узла сателлита в планетарной плавнорегулируемой передаче, особенно, если учесть, что податливый элемент не обязательно должен быть элементом зуба.

Поскольку в данном случае речь может идти только о конструкторской компенсации, конструкция узла установки сателлита, обладающая необходимой упругостью для изменения жесткости зацепления зуба сателлита с зубьями секторов центрального зубчатого колеса, будет определяться видом подшипника (качения или скольжения), посредством которого обеспечивается вращение сателлита вокруг собственной оси на кривошипе переменного радиуса. При установке сателлита на подшипниках качения (рисунок 2) создается возможность организовать так называемый «узел жесткости», относительно которого будут упруго смещаться оба зубчатых венца сателлита, а также его дополнительный венец, предназначенный для съема вращения с сателлита.

При этом возможны два варианта конструкции узла сателлита: в первом варианте нагрузка дополнительному зубчатому венцу будет передаваться деформированными упругими элементами, а во втором через жесткий контакт деталей, а упругие элементы будут обеспечивать их смещения для исключения поломок и возврат системы в исходное положение после снятия нагрузки. Приведенная на рисунке 2 схема первого варианта этой конструкции включает зубчатые венцы 1 и 2 сателлита, упругое смещение которых друг относительно друга ограничивается упором 3 зубчатого венца 1 и пазом 4 зубчатого венца 2.

В изображенной на рисунке 2 конструкции зубчатый венец 1 может вращаться на подшипниках качения 5 относительно кривошипа 6, установленного на ползуне 7, перемещающемся по направляющим 8, выполненным на торце ведущего вала 9. Зубчатые венцы 1 и 2 находятся в зацеплении с зубчатыми секторами 10 и 11 центрального зубчатого колеса. Сателлит имеет также дополнительный зубчатый венец 12, находящийся в зацеплении с вращающимся в обойме 13 промежуточным зубчатым колесом 14, с которым также находится в зацеплении зубчатое колесо 15, выполненное за одно







целое с выходным валом 16. Ступицы зубчатых венцов 1 и 2 являются опорами трубчатых торсионов 17 и 18, вторые опоры которых 19 и 20 жестко связаны между собой, а также с втулкой 21, фиксирующей сателлит на подшипниках 5, образуя «узел крутильной жесткости». Дополнительный зубчатый венец 12 сателлита с возможностью вращения установлен на второй опоре 19 трубчатого торсиона 17 и связан с «узлом крутильной жесткости» посредством торсиона 22. Консольное расположение дополнительного зубчатого венца 12 (см. рисунок 2), ставшее критичным вследствие неизбежного увеличения расстояния между ним и сателлитом, устраняется благодаря его установке во вращающемся опорном диске 23.

Жесткость трубчатых торсионов выбирается такой, что рабочие и максимальные значения крутящих моментов на их характеристиках равны крутящим моментам, соответствующим значениям передаточных чисел на концах выбранных на графике изменения передаточного отношения планетарной плавнорегулируемой передачи интервалов значений передаточного отношения, с наибольшей точностью аппроксимируемых прямыми линиями, причем максимальные деформации торсионов обеспечивают одинаковые углы поворота зубчатых венцов сателлита друг относительно друга [6].

Торсион 22 служит своеобразным фильтром пиковых внешних динамических нагрузок, а также может быть полезен в случае, когда при значительных крутящих моментах полученные геометрические характеристики торсионов могут оказаться недостаточно удовлетворительными для исключения передачи пиковых моментов на выходной вал передачи.

Второй вариант конструкции узла сателлита. Второй вариант конструкции узла сателлита изображен на рисунке 3 (содержание позиций соответствует описанию рисунка 2) и отличается от первого только наличием в «узле крутильной жесткости» корпуса 24, ограничивающего поворот относительно «узла» как зубчатого венца 2, так и зубчатого венца 12. Для ненагруженных трубчатых 17 и 18 и сплошного 22 торсиона в этом случае выполняется расчет геометрических параметров, исключающих жесткий удар передающих нагрузку элементов.

Третий вариант конструкции узла сателлита используется при установке сателлита на подшипнике скольжения, когда «узел крутильной жесткости» организовать невозможно, но может быть обеспечено независимое упругое смещение зубчатых венцов 1 и 2 относительно дополнительного зубчатого венца 3, который в этом случае имеет развитую в кольцевой выступ 4 ступицу с элементами ограничения поворота зубчатых венцов 1 и 2 (рисунок 4). Торсионы 7 и 8 в этом случае также являются ненагруженными, а элементы ограничения поворота зубчатых венцов 1 и 2 выполнены в виде зубцов 5 и пазов 6 на кольцевом выступе 4 зубчатого венца 3, взаимодействующими с пазами 9 на ступице зубчатого венца 1 соответственно.





Компьютерное моделирование работы узла сателлита. Процесс взаимодействия зубчатых венцов сателлита с зубчатыми секторами центрального зубчатого колеса в зоне их пересопряжения происходит следующим образом (рисунок 5).

На рисунке 5 сплошными жирными линиями изображены зубчатый венец сателлита и сектор центрального зубчатого колеса первого силового потока. Водило передачи вращается по часовой стрелке, а сателлит — в противоположном направлении.

Рассмотрим реализацию первого варианта конструкции узла сателлита. Очевидно, что по мере приближения сателлита к зоне пересопряжения секторов (границе между зонами зацепления) зубья зубчатого венца второго силового потока (показан тонкими линиями) начинают интерферировать (зоны интерференции выделены) с зубьями зубчатого сектора второго силового потока. В реальных передачах не может быть интерференции в строгом понимании этого термина, но могут проявляться ее последствия — повышенная внутренняя динамика передачи. Так в нерегулируемой передаче интерференция имеет другую природу и величину и устраняется фланкированием зубьев. В реальной плавнорегулируемой передаче избежать интерференции помогает зубозакругление, но в результате зубчатый венец второго силового потока, деформируя свой торсион, получает дополнительное перемещение в направлении собственного вращения сателлита, которое узлу жесткости не передается благодаря упругости торсиона. Если передаваемая передачей нагрузка не превышает расчетной нагрузки торсиона, то она уравновешивается силой упругости торсиона и процесс взаимодействия элементов второго силового потока проходит в штатном режиме, а торсион первого



Рисунок 4 — Схема узла сателлита зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи при его установке на подшипнике скольжения



Рисунок 5— Схема зацепления сателлита и секторов центрального зубчатого колеса планетарной плавнорегулируемой передачи: 1— водило; 2— сателлит; 3— зубчатый сектор первого силового потока; 4— зубчатый сектор второго

силового потока возвращает зубчатый венец сателлита в исходное положение, из которого венец вступает во взаимодействие с очередным сектором своего силового потока. В дальнейшем вышеописанный цикл повторяется в течение всего требуемого времени работы передачи. Если передаваемая нагрузка больше расчетной нагрузки торсиона второго силового потока, что реализуется при передаточных числах, близких к максимальному, то его упор 3 выберет зазор в пазу 4 и нагрузка будет восприниматься торсионом первого силового потока, торсион же второго силового потока будет работать в осциллирующем режиме.

При реализации второго и третьего вариантов конструкции узла сателлита каждый из трубчатых торсионов функционирует автономно, они могут иметь меньшую, чем требуется для восприятия минимальной рабочей нагрузки, жесткость, но их углы закручивания ограничиваются жесткими упорами. При этом максимальные углы закручивания торсионов соответствуют половине окружного шага зубьев сателлита, что позволяет избежать интерференции зубьев сателлита и секторов центрального зубчатого колеса.

Для оценки влияния торсионов на плавность хода планетарной плавнорегулируемой передачи и возможности ее компенсации с использованием упругих элементов в САЕ пакете MD.ADAMS была разработана имитационная модель передачи [7]. В модели были учтены массово-инерционные характеристики элементов передачи, а также упруго-диссипативные связи между ними. Массово-инерционные характеристики элементов были получены по их трехмерным моделям, созданным в САD системе. В модели были заданы следующие граничные условия:

частота вращения ведущего вала — 10 с⁻¹;

крутящий момент на выходном валу — 300 Н⋅м;
 передаточное отношение передачи в течение 1 с изменялось от 1 (при этом условное число зубьев центрального зубчатого колеса равно числу зубьев заготовки для изготовления секторов) до 2,24 (со-

ответствует дробному числу зубьев условного центрального зубчатого колеса).

Результат реализации имитационной модели представлен на рисунке 6 в виде графика изменения угловой скорости выходного вала.

На графике прослеживается ожидаемое для передачи с нецелым числом зубьев условного центрального зубчатого колеса увеличение амплитуды колебаний угловой скорости выходного вала, в первом приближении служащее оценкой плавности хода передачи.

Расчет собственной частоты торсиона узла сателлита. Из изложенного следует, что приведенный на рисунке 2 *в* узел сателлита способен удовлетворительно выполнять функцию вибродемпфирования. В этом случае на передний план выходит вопрос о способности этого узла выполнять функцию отстройки от резонансных частот. Отталкиваясь от размеров узла сателлита, соответствующих рисунку 2 и, главное, определяющих эффективные с конструктивной точки зрения пропорции элементов передачи, определим собственную частоту крутильных колебаний торсиона.

Каждый из зубчатых венцов сателлита, функционируя автономно (именно этот случай является расчетным), способен передать крутящий момент, определяемый из формулы (2):

$$T_{1} = \frac{\left[\sigma_{H}\right]^{2} \cdot d_{w1}^{2} \cdot b_{w} \cdot \sin 2\alpha_{w} \cdot u}{1,18^{2} \cdot E_{np} \cdot K_{H} \cdot (u-1)} = \frac{680^{2} \cdot 72^{2} \cdot 22 \cdot 0,643 \cdot 1,083}{1,18^{2} \cdot 2,1 \times 10^{5} \cdot 1,18 \cdot 0,083} = 1\,282\,335\,\mathrm{H}\cdot\mathrm{MM}\,,$$
(2)

где $[\sigma_{\rm H}]$ — допускаемые контактные напряжения, в случае поверхностной закалки зубъев секторов центрального зубчатого колеса, $[\sigma_{\rm H}] = 680$ МПа; $d_{\rm w1}$ — начальный диаметр зубчатого венца сателлита, $d_{\rm w1} = 72$ мм; $b_{\rm w}$ — ширина зубчатого венца сателлита, $b_{\rm w} = 22$ мм; $\alpha_{\rm w}$ — начальный угол зацепления, $\alpha_{\rm w} = 20^\circ$; u — для планетарной передачи отношение числа зубъев условного центрального зубчатого колеса к числу зубъев сателлита, при максимальном передаточном отношении передачи $i = 12, u = 1,083; E_{\rm np}$ — приведенный модуль упругости, $E_{\rm np} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $K_{\rm H}$ — коэффициент расчетной нагрузки, $K_{\rm H} = 1,18$.

На основании рекомендаций [6] оценим наружный диаметр трубчатого торсиона по формуле (3):

$$D \ge 1.72 \sqrt[3]{\frac{T}{[\tau] \cdot (1 - \beta^4)}} = 1.72 \sqrt[3]{\frac{1282335}{600 \cdot (1 - 0.8^4)}} = 26,41 \text{ MM}, \quad (3)$$



Рисунок 6 — Зависимость угловой скорости выходного вала имитационной модели перелачи от времени

где T — крутящий момент; $[\tau]$ — допускаемые напряжения кручения, ориентируясь на средние условия изготовления и эксплуатации принимаем $[\tau]$ = = 600 МПа; $\beta = d / D$ — относительная величина диаметра отверстия (d — внутренний, а D — наружный диаметр торсиона).

Используя [τ] и β как управляемые параметры, по формуле (1) можно получить удовлетворительные требуемые значения диаметров торсионов 17 и 18, но в данном случае по компоновочным соображениям для торсиона 17 принимаем d = 28 мм, D = 35 мм.

Затем оцениваем длину l_T торсионов по формуле (4) из [8]:

$$l_{\rm T} = \frac{\phi_m \cdot G \cdot J_p}{T} = \frac{0,139 \cdot 8,2 \times 10^4 \cdot 86979,8}{1282335} = 773,12 \text{ MM},$$
(4)

где ϕ_m — максимальный угол поворота (закручивания) торсиона, желаемое значение $\phi_m = 0,139$ рад = $= 7,96^\circ$ соответствует половине окружного шага зубьев сателлита; $G = 8,2 \cdot 10^4$ МПа — модуль сдвига; J_p — полярный момент инерции сечения торсиона, определяемый по формуле (5):

$$J_{P} = \frac{\pi}{32} (D^{4} - d^{4}) = \frac{\pi}{32} (35^{4} - 28^{4}) = 86\,979,8 \text{ MM}^{4}.$$
 (5)

Полученное значение длины торсиона неприемлемо, поэтому, учитывая настоятельную потребность сокращения осевых размеров передачи, назначим $l_T =$ = 50 мм. Используя имеющиеся оценки геометрических параметров узла сателлита, по формуле (6) оценим угол закручивания торсиона, значения которого могут послужить критерием удовлетворительности принятых ранее конструктивных решений:

$$\varphi_m = \frac{T \cdot l_T}{G \cdot J_P} = \frac{1\,282\,335 \cdot 50}{8,2 \cdot 10^4 \cdot 86979,8} = 0,00899 \text{ pag} = 0,515^\circ.$$
(6)

При таких углах закручивания работоспособность узла сателлита не может быть обеспечена, поэтому, чтобы не развивать линейные размеры торсиона для получения более удовлетворительных значений, можно увеличить его податливость за счет продольных перфораций. Решение этой сложной задачи выходит за рамки данной статьи, поэтому ограничимся констатацией возможности получить желаемое значение угла закручивания торсиона.

При исследовании упругих крутильных колебаний узла сателлита необходимо учитывать следующие нагрузки (рисунок 7):

 момент силы инерции массы зубчатого венца сателлита:

$$M_{\rm H} = J \frac{d^2 \varphi}{dt^2},\tag{7}$$

где J — массовый момент инерции, для полого толстостенного цилиндра массой m с внешним радиусом r_1 и внутренним радиусом r_1

$$J = m \frac{D+d}{4} = 0,0374 \text{ K}\Gamma \cdot \text{MM},$$

где ϕ — текущее значение угла закручивания торсиона; *t* — время.

При большой частоте колебаний торсиона, обусловленной частотой вращения водила, умноженной на число пересопряжений секторов, мгновенные ускорения $d^2\varphi / dt^2$, а, следовательно, и величины моментов сил инерции колеблющегося зубчатого венца сателлита могут достигать больших значений.

- момент сил упругости, препятствующий отклонению зубчатого венца сателлита от положения равновесия

$$M_{\rm v} = C\varphi, \tag{8}$$

где C — крутильная жесткость торсиона при кручении вала $C = J_p G / l_T (J_p - полярный момент инерции сечения торсиона; <math>G$ — модуль упругости второго рода).

- возмущающий момент, вызывающий вынужденные колебания торсиона,

$$M_{\rm B} = M' \cdot \cos(\omega t + \gamma), \qquad (9)$$

где γ — сдвиг фаз между поворотом торсиона и возмущающим моментом; ω — круговая частота колебаний возмущающего момента (частота отклонений от состояния равновесия); M' — изменение значения возмущающего момента относительно среднего значения.

- момент сил сопротивления колебаниям системы

$$M_{\rm c} = \xi \, \frac{d\varphi}{dt},\tag{10}$$

где ξ — коэффициент затухания.

Крутильные колебания торсиона для упрощения картины без ее недопустимых искажений будем рассматривать как незатухающие. Тогда из рисунка 7 видно, что общее уравнение движения для одномассовой системы будет иметь вид

$$J\frac{d^{2}\varphi}{dt^{2}} + C\varphi + \xi\frac{d\varphi}{dt} = M'\cos(\omega_{0}t + \gamma), \qquad (11)$$

где ω_0 — круговая частота собственных колебаний торсиона.



Рисунок 7 — Расчетная схема одномассовой колебательной системы

Примем расчетную схему, в которой внешний (возмущающий) момент, вызывающий отклонения торсиона от положения равновесия, прекратил свое действие в результате пересопряжения зубчатых секторов, на зубчатый венец сателлита действует только момент сил упругости, а моментом сил сопротивления можно пренебречь ввиду малости

 $\left(\xi \frac{d\varphi}{dt} = 0\right)$. В этом случае получим уравнение сво-

бодных колебаний одномассовой системы в виде

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + C\varphi = 0$$
или $J\ddot{\varphi} + C\varphi = 0.$ (12)

Решением этого дифференциального уравнения колебаний торсиона является гармоническая функция $\phi_i = a_i \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \gamma)$, в которой ϕ_i — текущее значение угла закручивания торсиона.

Подставляя выражение для угла φ_i и его второй производной $\ddot{\varphi}_i = a_i \omega_0^2 \cos(\omega t + \gamma)$ в дифференциальное уравнение (12), получим для одномассовой системы, каковой является зубчатый венец сателлита, уравнение:

$$J\omega_0^2 - C = 0,$$
 (13)

откуда получим выражение для собственной круговой частоты колебаний ω₀ торсиона:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J}}, \text{ рад/с.}$$
(14)

С учетом ранее полученных значений С и J выражение для частоты собственных колебаний торсиона примет вид

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\pi (D^4 - d^4)G}{8ml_T (D+d)}}.$$
(15)

Подставляя в формулу соответствующие значения величин, получим значение собственной частоты торсиона 17 изображенного на рисунке 2 узла сателлита $\omega_0 = 1954,0395$ рад/с, при этом линейная частота его собственных колебаний $f_0 = \omega_0 / 2\pi = 310,995$ Гц.

При частоте вращения двигателя $n_{\mu} = 2800$ об/мин линейная частота *f* возмущающего момента составит

 $f = n_{\rm A} \cdot i_s / 60 = 2800 \cdot 6 / 60 = 280$ Гц, где $i_s = 6$ — количество пересопряжений секторов центрального зубчатого колеса за один оборот водила передачи.

Таким образом, промышленные асинхронные электродвигатели обеспечивают работу торсионов в дорезонансной зоне, а работа в наиболее устойчивой зарезонансной области может быть обеспечена современными высокоскоростными двигателями внутреннего сгорания.

Экспериментальное подтверждение полученных результатов. На рисунке 8 изображен общий вид (см. рисунок 8 *a*) детали (см. рисунок 8 *б*) узла сателлита по первому варианту конструкции без зубчатых венцов. При обкатке передач с этим узлом при положении сателлита, в котором условное число зубьев центрального зубчатого колеса не было кратно числу



Рисунок 8 — Узел сателлита зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи по первому варианту конструкции

зубчатых секторов одного силового потока центрального зубчатого колеса, что способствует возрастанию отклонений сателлита от номинального положения, получен изображенный на рисунке 9 график.

Для сравнения на рисунке 10 приведен график, полученный при обкатке передачи с обеспечивающими ее работоспособность резиновыми амортизаторами.

Полученные графики прежде всего подтверждают необходимость наличия упругой связи между зубчатыми венцами планетарной плавнорегулируемой передачи, а также показывают качественные отличия различных методов ее организации. Критериями для анализа этих графиков являются положение полиномиальной линии тренда (среднее расстояние от оси абсцисс *y*) и размах *y*_{тах} колебаний количества считанных за заданное время меток датчика углового положения. Очевидно, что торсионный узел сателлита имеет преимущества перед узлом с одним упругим элементом — резиновым амортизатором.

Заключение. Учитывая новизну, сложность и оригинальность объекта, на котором получены описанные результаты, последние можно назвать удовлетворительными и полезными, поскольку они являются очередным шагом на пути создания работоспособной





Рисунок 10 — График неравномерности вращения выходного вала зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи с резиновым амортизатором

конструкции плавнорегулируемой зубчатой передачи с управляемым, а не адаптирующимся к внешней нагрузке передаточным отношением. Предложенные варианты конструкции узла сателлита представляются по сравнению с описанными в литературе не только работоспособными, но и способными к использованию в условиях реальных нагрузок в широком диапазоне их изменения. Показано, что целенаправленным подбором жесткости торсионов, процедура которого легко поддается автоматизации, вызванная особенностями конструкции планетарной плавнорегулируемой передачи кинематическая погрешность может быть сведена к приемлемой величине, а предложенные конструкции узла сателлита планетарной плавнорегулируемой передачи имеют потенциальную способность отстраиваться от резонансных частот.

Список литературы

1. Иванов, К.С. Теоретические основы зубчатой бесступенчато регулируемой передачи / К.С. Иванов // Теория механизмов и машин. — 2010. — Т. 8, №2. — С. 36–48.

- Даньков, А.М. Сборка и регулировка основных модификаций плавнорегулируемой зубчатой передачи / А.М. Даньков // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2005. — № 10. — С. 38–43.
- Даньков, А.М. Синтез и анализ составного центрального зубчатого колеса планетарной плавнорегулируемой передачи нового типа / А.М. Даньков, А.З. Иоффе // Механика машин, механизмов и материалов. — 2009. — № 2. — С. 38–42.
- Иоффе, А.З. Конструктивные и кинематические особенности плавнорегулируемых зубчатых передач / А.З. Иоффе, А.М. Даньков // Вест. Белорус.-Рос. ун-та. 2011. № 1. С. 27–38.
- Малинкович, М.Д. Динамика прямозубой цилиндрической передачи / М.Д. Малинкович // Вест. БГТУ. — 2005. — № 4. — С. 43–46.
- Даньков, А.М. Компенсация погрешности угла поворота сателлита в планетарной плавнорегулируемой передаче / А.М. Даньков // Теория и практика зубчатых передач: сб. тр. междунар. симпоз. — Ижевск: ИжГТУ, 2014. — С. 506–511.
- Справочное пособие по сопротивлению материалов / под общ. ред. М.Н. Рудицына. — 3-е изд., перераб. и доп. — Минск : Выш шк., 1970. — 630 с.
- Иоффе, А.З. Повышение кинематической точности зубчатой планетарной плавнорегулируемой передачи: дис.... канд. техн. наук: 05.02.02 / А.З. Иоффе. — Могилев, 2013. — 186 с.

DANKOV Aleksandr M., Dr. Techn. Sc., Associate Professor Professor of the Chair "Fundamentals of Projection of Machines" E-mail: amdan@yandex.ru Belarusian-Russian University, Mogiley, Republic of Belarus

Received 24 July 2015.

DESIGN DEVELOPMENT OF A SATELLITE GEAR JOINT OF A PLANETARY CONTINUOUSLY ADJUSTABLE GEAR

The variant of a gear with continuously adjustable ratio in the form of a planetary gear according to the scheme K-H-V. During adjusting of this gear ratio the composite construction of the central gear is the source of kinematic transmission errors (satellite angular misalignment). It is caused by a deviation of sectors teeth from the nominal position and not multiple sectors circular pitch to teeth circular pitch. It lowers the quality of the motion parameters transformation of a leading member. The variants of design development of a satellite gear joint for compensation of this error and smoothness of movement of an output shaft are proposed and described. Their performance is confirmed by computer and physical modelling.

Keywords: planetary continuously adjustable gear, component central gear, compensation of kinematic transmission errors

References

- Ivanov K.S. Teoreticheskie osnovi zubchatoi besstupenchato reguliruemoi peredachi [Theoretical Foundations gear infinitely variable transmission]. *Teoriya Mekhanizmov i Mashin* [Theory of mechanisms and machines], 2010, vol. 8, no. 2, pp. 36–48.
- Dankov A.M. Sborka i regulirovka osnovnyih modifikatsiy plavnoreguliruemoy zubchatoy peredachi [Assembly and adjustment of the main modifications continuously-variable gear]. *Sborka v* mashinostroyenii, priborostroyenii [Assembling in mechanical engineering, instrument making], 2005, no. 10, pp. 38–43.
- Dankov A.M., Ioffe A.Z. Sintez i analiz sostavnogo tsentralnogo zubchatogo kolesa planetarnoy plavnoreguliruemoy peredachi novogo tipa [Synthesis and the analysis of a compound central gear of epicyclic continuously adjustable drive of new type]. *Mehanika mashin, mehanizmov i materialov* [Mechanics of machines, mechanisms and materials], 2009, no. 2, pp. 38–42.
- Ioffe A.Z, Dankov A.M. Konstruktivnyie i kinematicheskie osobennosti plavnoreguliruemyih zubchatyih peredach [Constructive and kinematic features of continuously adjustable toothed gearings].

Vestnik belorussko-rossijskogo universiteta [Bulletin of the Belarusian-Russian University], 2011, no. 1, pp. 27–38.

- 5. Malinkovich M.D. Dinamika pryamozuboy tsilindricheskoy peredachi [Dynamics of spur gear pair]. *Vestnik BGTU* [Bulletin of BSTU], 2005, no. 4, pp. 43–46.
- 6. Dankov A.M. Kompensatsiya pogreshnosti ugla povorota satellita v planetarnoy plavnoreguliruemoy peredache [Indemnification of an error of an angle of rotation of the satellite in planetary continuously adjustable gear train]. *Teorija i praktika zubchatyh peredach: sb. tr. mezhdunar. simpoz.* [Proc. International Symposium "Theory and practice of gearing"]. Russia, Izhevsk, 2014, pp. 506–511.
- Rudicyna M.N., ed. Spravochnoe posobie po soprotivleniyu materialov [The Handbook on resistance of materials]. Minsk, Vyisheyshaya shkola, 1970. 630 p.
- Ioffe A.Z. Povyishenie kinematicheskoy tochnosti zubchatoy planetarnoy plavnoreguliruemoy peredachi. Diss. kand. tehn. nauk [Heightening of kinematic precision of planetary continuously adjustable gear train. Cand. techn. sci. diss.]. Mogilev, 2013. 186 p.