

УДК 539. 4

Акиф Али оглы ДЖАГАНГИРОВ, канд. техн. наук, доц.
доцент кафедры «Автомобильные перевозки и организация дорожного движения»
E-mail: al-akif@mail.ru
Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Поступила в редакцию 01.03.2017.

ПРЕДЕЛЬНАЯ НАГРУЗКА КОЛЬЦЕВОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНКИ, ВНУТРЕННИЙ СЛОЙ КОТОРОЙ АРМИРОВАН ЧЕТЫРЬМЯ СЛОЯМИ ВОЛОКОН

В статье исследуется задача определения предельной нагрузки для кольцевой трехслойной пластинки, средний слой которой армирован четырьмя слоями волокон по главным направлениям. Пластинка свободно оперта по внутреннему контуру, а по внешнему — закреплена. Показано, что пластинка разбивается на пять кольцевых зон, в каждой из которых реализуются различные пластические состояния. Определены статические поля моментов, найдены уравнения для неизвестных радиусов между пластическими зонами, а также уравнения для определения опорной реакции и предельной нагрузки.

Ключевые слова: композит, трехслойный, волокнистый, изгиб, несущая способность, свободно опертый, закреплённый

Введение. Конструкции, изготовленные из композитных материалов, широко применяются во многих отраслях народного хозяйства: в авиакосмической технике, в корабле- и машиностроении, в трубопроводной транспортировке, в строительстве мостов и больших спортивных и концертных арен, при изготовлении объемистых цистерн, в морской нефтяной промышленности, в стационарных морских нефтяных платформах и вертолетных площадках, при строительстве временных и стационарных дорог, взлетно-посадочных полос воздушных судов и вертолетных площадок в болотистых и ледяных грунтах. Применение композитных материалов на основе стекловолокон в Airbus A380 привело к уменьшению веса самолета на 15 тонн, по сравнению с алюминием, при сохранении или улучшении других (прочностных) качеств. С одного квадратного сантиметра поперечного сечения композитного пропеллера новейших вертолетов США проходит в порядке миллиона тончайших волокон. Все это делает актуальным изучение несущей способности многослойных волокнистых композитных оболочек и пластин более серьезными математическими методами с построением математической модели рассматриваемых многомерных задач идеальной пластичности. Предельное состояние армированной волокнами однослойной пластинки при изгибе изучено в работах [1, 2]. В работе [3] построены гиперповерхности текучести трехслойной композитной оболочки, средний слой которой армирован волокнами. Построенная математическая модель ясно отражает влияние свойств материала каждого элемента композита на параметры

прочности конструкции в целом и является более приемлемым к применению решения практических задач. Рассмотрено предельное равновесие оболочек вращения из волокнистого трехслойного композита, материалы матрицы и волокон которого являются идеально жесткопластическими. Получено приближенное условие текучести, которому в четырехмерном пространстве главных изгибающих моментов и усилий соответствует шесть гиперповерхностей. В работах [4–6] исследована несущая способность трехслойной волокнистой кольцевой композитной пластинки при различных условиях закрепления по контуру. Определены статически допустимые поля изгибающих моментов и кинематически допустимые поля скоростей прогибов. Отметим, что разработанная в работе [3] математическая модель применена в свыше тридцати работах автора настоящей статьи, имеющих теоретический и прикладной интерес, которые опубликованы в различных весомых журналах мира. Частный случай этой модели, предложенной для однослойной конструкции в работе [1], использован многочисленными другими исследователями, ссылки на которые можно найти в наших и других публикациях. Задачам определения несущей способности конструкций посвящены многочисленные работы, из которых отметим статьи [7–8]. В этих работах своеобразным подходом исследованы задачи определения несущей способности усиленных жесткой вставкой ледяных круглых пластин и пластин криволинейной формы.

В данной работе исследуется несущая способность кольцевой трехслойной композитной

пластинки, свободно опертой по внутренним и за-
щемленной по внешним контурам. Средний слой
композита армирован четырьмя слоями тонких
волокон. Считается, что к пластинке в попереч-
ном направлении действует кольцевая сосредото-
ченная нагрузка.

Постановка задачи. Рассмотрим изгиб трех-
слойной кольцевой композитной пластинки под
воздействием поперечной нагрузки интен-
сивностью $q = q(R)$, занимающей область $A \leq R \leq B$,

$$-\frac{H}{2} \leq z \leq \frac{H}{2}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \text{ в цилиндрической системе}$$

координат R, φ, z , где ось z направлена вниз, H —
толщина пластинки, а плоскость $R\varphi$ совпадает со
срединной поверхностью пластинки. Средний
слой пластинки состоит из идеально пластиче-
ской матрицы с разными пределами текучести
при сжатии σ_0 и растяжении $k\sigma_0$, где $0 \leq k \leq 1$,
армированный более прочными волокнами, об-
ладающими свойством идеальной пластичности.
Внешние слои пластинки являются достаточно
тонкими, по сравнению с центральным слоем,
и имеют различные пределы текучести при сжа-
тии Q_0 и растяжении νQ_0 , где $0 \leq \nu \leq 1$. Пусть S_{oi}^+
и $S_{oi}^- = \mu_i S_{oi}^+$ — предельные усилия для волокон при
растяжении и сжатии соответственно; $S_{oi}^+ = F_i^+ \sigma_{oi}^+$,
 $S_{oi}^- = F_i^- \sigma_{oi}^-$, F_i^+ , F_i^- — площади поперечного сече-
ния волокон, учитывающие изменение попереч-
ных сечений волокон при растяжении и сжатии;
 σ_{oi}^+ , σ_{oi}^- — пределы текучести для волокон при
растяжении и сжатии; $i = 1, 2$ — ортогональные
направления, совпадающие с осями главных из-
гибающих моментов. Матрица армируется тон-
кими волокнами по двум ортогональным направ-
лениям выше и ниже срединной поверхности,
образуя слои толщиной, равной толщине воло-
кон, не симметричные относительно срединной
плоскости. Количество волокон различно в каж-
дом направлении.

Уравнение равновесия кольцевой пластинки
в безразмерных величинах имеет вид [3–6]:

$$(rm_1)' - m_2 = -T^{ar} + Ta \left(T^{ar} = \int_a^r p(\eta) \eta d\eta \right), \quad (1)$$

где ' — производная по безразмерной радиальной
координате; m_1 и m_2 — безразмерные главные из-
гибающие моменты в радиальном и окружном
направлениях; T — неизвестная реакция опоры
на единицы длины внутреннего контура, равная
нулю для круговой пластинки.

Из условия текучести (рисунок 1) получается
второе уравнение между моментами m_1 и m_2 .

Для сторон AB и AF шестиугольника (см. ри-
сунок 1) имеем следующие предельные значения
положительных и отрицательных изгибающих мо-
ментов [3]:

$$m_i = m_{oi}^+ = c_0 + c_{1i}^+ s_{oi} - c_{2i} s_{oi}^2 + c_3 q_0 - c_4 q_0^2 - c_{5i} s_{oi} q_0, \quad (2)$$

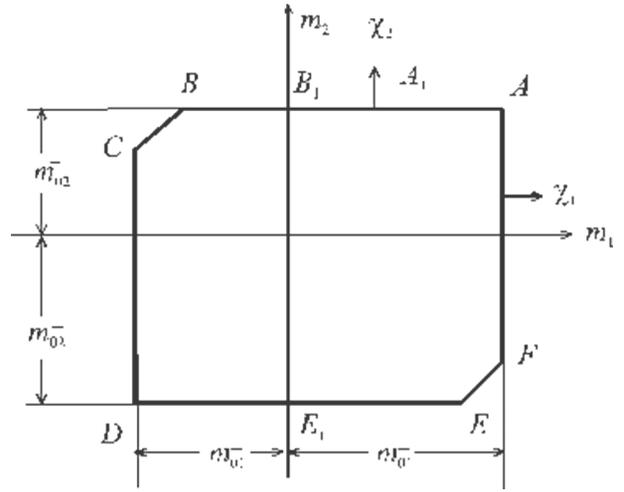


Рисунок 1 — Шестиугольник текучести

для сторон CD и DE :

$$m_i = -m_{oi}^- = -[c_0 + c_{1i}^- s_{oi} - c_{2i} s_{oi}^2 + c_3 q_0 - c_4 q_0^2 - c_{5i} s_{oi} q_0], \quad (3)$$

а для сторон EF и BC :

$$m_2 = \alpha m_1 + \beta_i; \quad m_2 = \alpha m_1 + \beta_2 \quad (4)$$

соответственно. Здесь приняты следующие обо-
значения для коэффициентов:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{2k}{1+k}; \quad c_{1i}^+ = 4 \left(d_i'' + \mu_i d_i' + \frac{1-\mu_i}{2} \frac{1-k}{1+k} \right); \\ c_{2i} &= \frac{2(1-\mu_i)^2}{1+k}; \quad c_3 = 4 \frac{1+\nu k}{1+k}; \quad c_4 = \frac{2(1-\nu)^2}{1+k}; \\ c_{5i} &= \frac{4(1-\mu_i)(1-\nu)}{1+k}, \quad i = 1, 2; \\ \alpha &= \frac{(1-k)[(1-\mu_2)s_{o2} + (1-\nu)q_0] + k}{(1-k)[(1-\mu_1)s_{o1} + (1-\nu)q_0] + k}, \quad i = 1, 2; \\ q_0 &= \frac{Q_0}{\sigma_0 H^2}; \quad \beta_1 = a_2 - \alpha a_1; \quad \beta_2 = a_4 - \alpha a_3; \quad s_{oi} = \frac{S_{oi}}{\sigma_0 H^2}; \\ a_1 &= \frac{1}{1-k^2} \{ k(1-k) + (1+k^2)[(1-\mu_1)s_{o1} + \\ &+ (1-\nu)q_0] - 2k[(1-\mu_2)s_{o2} + (1-\nu)q_0] \} + \\ &+ 4(d_1'^4 + \mu_1 d_1') s_{o1}^+ + 2(1+\nu)q_0; \\ a_2 &= -\frac{1}{1-k^2} \{ k(1-k) - (1+k^2)[(1-\mu_2)s_{o2} + \\ &+ (1-\nu)q_0] + 2k[(1-\mu_1)s_{o1} + (1-\nu)q_0] - \\ &- 4(d_2' + \mu_2 d_2'') s_{o2} - 2(1+\nu)q_0; \\ a_3 &= -a_1 - 4(1-\mu_1)(d_1' - d_1'') s_{o1}; \\ a_4 &= -a_2 - 4(1-\mu_2)(d_2' - d_2'') s_{o2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где d_i' и d_i'' — безразмерные расстояния (отнесен-
ные к толщине H) от срединной плоскости до
верхних и нижних слоев волокон.

Уравнение (1) будет решено при следую-
щих граничных условиях: на свободно опертом
краю $m_1 = 0, w = 0$; вдоль заделанного края $w = 0,$
 $dw/dr = 0$ или $m_1 = -m_{10}^-$.

Решение задачи. Из формы изгиба пластины (рисунок 2) видно, что скорость кривизны χ_2 меняет знак. Для указанного на рисунке вида нагрузки q (она направлена вниз) и краевых условий следует, что радиальный изгибающий момент будет иметь положительное значение (растяжение нижних, сжатие верхних слоев) вплоть до области примыкающих к защемленному внешнему контуру, где он меняет знак. В этом случае пластическое состояние пластинки определяется стороной E_1E шестиугольника текучести около внутренней кромки $r = a$, на которой $m_1 = 0$ и $m_2 = -m_{02}^-$, а на контуре $r = b$, $m_1 = -m_{01}^-$. Таким образом, мы должны искать решение задачи по следующей последовательности режимов текучести: $E_1E - EF - FA - AB - BC$. Тогда пластина разбивается на пять кольцевых зон, в каждой из которых условие текучести линейное и уравнение (1) легко интегрируется. Предположим, что сосредоточенная по окружности радиуса $c \in (a, b)$ нагрузка $p(r)$ задается в виде $p(r) = p\delta(r - c)$, $a < c < b$, где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Вычисляя интеграл

$$T^{ar} = p \int_a^r \delta(\eta - c) \eta d\eta = pcI(r - c), \quad (6)$$

где $I(r - c)$ — единичная функция Хэвисайда, перепишем уравнение (1) в виде

$$(rm_1)' - m_2 = -pcI(r - c) + Ta. \quad (7)$$

На участке $a \leq r \leq \rho_1$ осуществляется пластический режим E_1E , согласно которому $m_2 = -m_{02}^-$. Подставляя это в уравнение (1), после интегрирования получаем

$$rm_1 = (-m_{02}^- + Ta)r - pc(r - c)I(r - c) + C. \quad (8)$$

После определяя постоянной C из условия $m_1(a) = 0$, находим

$$rm_1 = (-m_{02}^- + Ta)(r - a) - pc(r - c)I(r - c). \quad (9)$$

Из (9) видно, что при условии $a < c < \rho_1$, на окружности $r = c$ радиальный момент не претерпевает скачка, а ее производная dm_1/dr обладает скачком $\left[\frac{dm_1}{dr} \right] = -p$. Это согласуется с уравнением

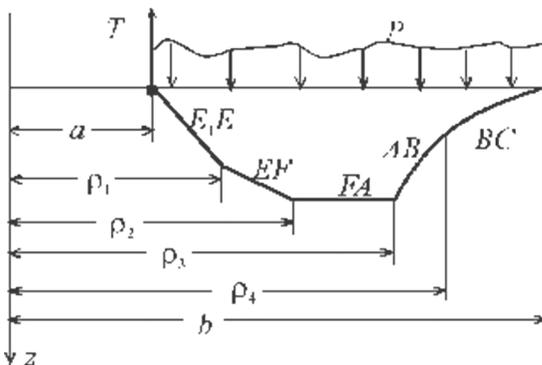


Рисунок 2 — Сечение пластинки по радиусу

равновесия (7). Здесь квадратная скобка означает скачок, т. е. разность значений соответствующей величины в правой и левой стороне рассматриваемой точки. Определяя $m_1(\rho_1)$ из (9) и подставляя в формулу $m_2 = \alpha m_1 + \beta_1$, в результате получим $-m_{02}^-$. Это равенство даст

$$m_{02}^- \left(\alpha - 1 - \alpha \frac{a}{\rho_1} \right) = b_1 + Ta\alpha \frac{\rho_1 - a}{\rho_1} - \frac{\alpha}{\rho_1} pc(\rho_1 - c)I(\rho_1 - c). \quad (10)$$

В области $\rho_1 \leq r \leq \rho_2$ имеем состояние EF , при котором $m_2 = \alpha m_1 + \beta_1$, уравнение равновесия (1) примет вид

$$rm_1' + (1 - \alpha)m_1 = (Ta + \beta_1) - pcI(r - c). \quad (11)$$

Решением этого уравнения является

$$m_1 = Cr^{\alpha-1} + \frac{Ta + \beta_1}{1 - \alpha} - \frac{pc}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{c}{r} \right)^{1-\alpha} \right] I(r - c). \quad (12)$$

Определяя произвольную постоянную C из условия непрерывности $m_1(\rho_2) = m_{01}^+$, находим

$$m_1(r) = m_{01}^+ \left(\frac{r}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} + \frac{Ta + \beta_1}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} \right] + \frac{pc}{1 - \alpha} \left\{ \left[\left(\frac{r}{c} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] I(r - c) + \left[1 - \left(\frac{c}{\rho_2} \right)^{1-\alpha} \right] I(\rho_2 - c) \right\}. \quad (13)$$

Легко видеть, что и в этой области при условии $\rho_1 < c < \rho_2$ на окружности $r = c$ радиальный момент не претерпевает скачка, а ее производная dm_1/dr обладает скачком, равным $-p$. Используя условия непрерывности $[m_1(\rho_1)] = 0$, получим

$$\begin{aligned} & (-m_{02}^- + Ta) \left(1 - \frac{a}{\rho_1} \right) - pc \left(1 - \frac{c}{\rho_1} \right) I(\rho_1 - c) = \\ & = m_{01}^+ \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} + \frac{Ta + \beta_1}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\alpha-1} \right] + \\ & + \frac{pc}{1 - \alpha} \left\{ \left[\left(\frac{\rho_1}{c} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] I(\rho_1 - c) + \left[1 - \left(\frac{c}{\rho_2} \right)^{1-\alpha} \right] I(\rho_2 - c) \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Когда напряженное состояние пластинки соответствует стороне FA ($\rho_2 \leq r \leq \rho_3$), для скоростей изменения кривизны имеем

$$\chi_1 = -w'' \geq 0; \quad \chi_2 = -\frac{1}{r} w' = 0. \quad (15)$$

Решением этих уравнений будет постоянная функция $w = w_0 = \text{const}$, т. е. кольцевая часть пластины $\rho_2 \leq r \leq \rho_3$, оставаясь жесткой, перемещается в этой области как абсолютно жесткое тело. Окружности $r = \rho_2$ и $r = \rho_3$ являются шарнирными окружностями, на которых первая производная скорости прогиба претерпевает разрыв, скорость прогиба непрерывна, а радиальный изгибающий момент имеет максимальное значение.

В области $\rho_3 \leq r \leq \rho_4$ имеем состояние *AB*, при котором $m_2 = m_{20}^+$. Из уравнения (1) получаем

$$r m_1 = (m_{02}^+ + Ta)r - pc(r-c)I(r-c) + C. \quad (16)$$

Здесь произвольную постоянную *C* определяем из условия $m_1(\rho_3) = m_{01}^+$, тогда

$$r m_1 = (m_{02}^+ + Ta)(r - \rho_3) + m_{01}^+ \rho_3 + pc[(\rho_3 - c)I(\rho_3 - c) - (r - c)I(r - c)]. \quad (17)$$

Определяя $m_1(\rho_4)$ из формулы (17) и подставляя в $m_2 = \alpha m_1 + \beta_2$, согласно условию непрерывности, мы должны получить m_{20}^+ ; тогда

$$m_{02}^+ \left(1 - \alpha + \frac{\alpha \rho_3}{\rho_4} \right) = \beta_2 + Ta \alpha \frac{\rho_4 - \rho_3}{\rho_4} + \frac{\alpha \rho_3}{\rho_4} m_{01}^+ + \frac{\alpha pc}{\rho_4} [(\rho_3 - c)I(\rho_3 - c) - (\rho_4 - c)I(\rho_4 - c)]. \quad (18)$$

В области $\rho_4 \leq r \leq b$ имеем состояние *BC*, при котором $m_2 = \alpha m_1 + \beta_2$. Здесь решение можно получить из уравнения (13) путем замены величин m_{01}^+ , ρ_2 , β_1 на $-m_{01}^-$, b , β_2 соответственно:

$$m_1(r) = -m_{01}^- \left(\frac{r}{b} \right)^{\alpha-1} + \frac{Ta + \beta_2}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{r}{b} \right)^{\alpha-1} \right] + \frac{pc}{1 - \alpha} \left\{ \left[\left(\frac{r}{c} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] I(r - c) + 1 - \left(\frac{c}{b} \right)^{1-\alpha} \right\}. \quad (19)$$

Используя решения (17) и (19) нетрудно показать, что если окружность нагрузки $r = c$ находится в соответствующей области, то на этой окружности радиальный момент непрерывен, а его производная по радиальной координате имеет скачок, равный $-p$. Учитывая, что $\alpha m_1(\rho_4) + \beta_2 = m_{02}^+$ из формулы (19) на окружности $r = \rho_4$ находим

$$\frac{m_{02}^+ - \beta_2}{\alpha} = -m_{01}^- \left(\frac{\rho_4}{b} \right)^{\alpha-1} + \frac{Ta + \beta_2}{1 - \alpha} \left[1 - \left(\frac{\rho_4}{b} \right)^{\alpha-1} \right] + \frac{pc}{1 - \alpha} \left\{ \left[\left(\frac{\rho_4}{c} \right)^{\alpha-1} - 1 \right] I(\rho_4 - c) + 1 - \left(\frac{c}{b} \right)^{1-\alpha} \right\}. \quad (20)$$

Теперь исследуем возможность продолжения статического поля на кольцевую область $\rho_2 \leq r \leq \rho_3$. Принимая, что тангенциальный момент m_2 и перерезывающая сила являются непрерывными функциями, из уравнения равновесия получаем, что если окружность $r = c$ не совпадает с окружностями $r = \rho_2$ и $r = \rho_3$, то производная dm_1/dr не может иметь скачков на них, т. е.

$$\frac{dm_1}{dr} = 0 \text{ при } r = \rho_2 \text{ и } r = \rho_3, \quad c \neq \rho_2, \rho_3, \quad (21)$$

так как $m_1 = m_{01}^+$ на этих радиусах. Но когда мы допускаем возможность скачкообразного изменения момента m_2 , из уравнения равновесия (1) получается:

$$r \left[\frac{dm_1}{dr} \right] = [m_2], \quad r \neq c, \quad (22)$$

так как $[m_2]$ при $r = \rho_2$ и $r = \rho_3$ имеет положительные значения, а $[dm_1/dr]$ на этих радиусах при $r \neq c$ может быть только отрицательным, то выполнение условия (22) невозможно. Из этого заключаем, что поле моментов m_2 должно быть непрерывно в области пластинки $r \neq c$, т. е. $[m_2] = [dm_1/dr] = 0$ при $r \neq c$.

Считая $\rho_2 < c < \rho_3$ и удовлетворяя условию (21), с использованием производной формулы (13) при $r = \rho_2$ и производной формулы (17) при $r = \rho_3$, получим

$$Ta = m_{01}^+(1 - \alpha) - \beta_1; \quad (23)$$

$$m_{02}^+ - m_{01}^+ - pc + Ta = 0. \quad (24)$$

Формула (23) определяет неизвестную реакцию *Ta*, а (24) определяет предельную нагрузку, из которой легко находим

$$\frac{pc}{m_{02}^+} = 1 - \frac{\alpha m_{01}^+ + \beta_1}{m_{02}^+}. \quad (25)$$

Как видно, за счет армирующих волокон и покрытий предельная нагрузка пластины увеличивается

на $1 - \frac{\alpha m_{01}^+ + \beta_1}{m_{02}^+}$ число раз, поскольку выражение

$\alpha m_{01}^+ + \beta_1$ отрицательно, будучи ординатой точки *F* шестиугольника текучести на плоскости $m_1 m_2$, $F(m_{01}^+, \alpha m_{01}^+ + \beta_1)$. В случае $\mu_1 = \mu_2 = 1$ нетрудно получить

$$\alpha m_{01}^+ + \beta_1 = - \left[2q_0 \frac{1 + \gamma k}{1 + k} + 4(d_2' + d_2'') s_{02} \right]. \quad (26)$$

Как видно, предельная нагрузка возрастает с увеличением выражения внутри квадратной

скобки. При $\gamma = 1$, $d_2' = d_2'' = \frac{1}{2}$ это выражение имеет наибольшее значение.

Уравнения (10), (14), (18) и (20) позволяют определить неизвестные радиусы ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 и ρ_4 . При выполнении условия $\rho_2 < c < \rho_3$ эти уравнения существенно упрощаются.

Заключение. Определена несущая способность круглой трехслойной пластинки, центральный слой которой армирован четырьмя слоями волокон. Все составляющие пластинки обладают идеально пластическими свойствами с различными предельными усилиями на растяжения и сжатия. Предполагается, что пластинка свободно оперта по внутреннему контуру и заземлена по внешнему контуру и находится под действием сосредоточенной кольцевой нагрузки *P* в верхней поверхности. Определены статически допустимые поля изгибающих моментов, уравнения, определяющие предельную нагрузку, реакцию опоры и радиусы областей, соответствующих различным пластическим режимам.

Список литературы

1. Mroz, Z. Simplified yield conditions for fibre-reinforced plates and shells / Z. Mroz, F.G. Shamiev // Arch. Inz. Lad. — 1979. — Vol. 25, № 3. — Pp. 463–476.
2. Мруз, З. Несущая способность кольцевых пластин, закрепленных по обеим кромкам / З. Мруз, А. Савчук // Изв. АН СССР, ОТН. — 1960. — № 3. — С. 72–78.
3. Ильясов, М.Х. Гиперповерхности текучести трехслойной композитной оболочки, средний слой которой армирован волокнами / М.Х. Ильясов, А.А. Джагангиров // Механика композитных материалов. — 2014. — Т. 50, № 3. — С. 487–501.
4. Джагангиров, А.А. Несущая способность усиленной трехслойной волокнистой круглой пластинки, защемленной по контуру и находящейся на несжимаемой среде / А.А. Джагангиров // Механика машин, механизмов и материалов. — 2015. — № 4(5). — С. 26–30.
5. Джагангиров, А.А. Несущая способность трехслойной волокнистой композитной кольцевой пластинки, защемленной по кромкам / А.А. Джагангиров // Механика композитных материалов. — 2015. — Т. 51, № 2. — С. 100–109.
6. Джагангиров, А.А. Предельная нагрузка кольцевой трехслойной армированной композитной пластинки, свободно опертой по контурам. Сосредоточенное нагружение / А.А. Джагангиров // Вест. машиностроения. — 2016. — № 11.
7. Немировский, Ю.В. Несущая способность усиленных ледяных круглых пластин / Ю.В. Немировский, Т.П. Романова // Проблемы прочности и пластичности. — 2011. — Вып.73. — С. 25–35.
8. Немировский, Ю.В. Несущая способность ледяных пластин криволинейной формы, усиленных жесткой вставкой / Ю.В. Немировский, Т.П. Романова // Прикладная механика и техническая физика. — 2013. — № 4. — С. 141–149.

JAGANGIROV Akif A., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Associate professor of the Department of Road Transport and Organization of Traffic

E-mail: al-akif@mail.ru

Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan

Received 01 March 2017.

LIMITING LOAD OF CIRCULAR THREE-LAYER PLATE WITH A FIBER-REINFORCED MIDDLE LAYER

The paper shows the issue of determining the limiting load for the circular three-layer plate the middle layer of which is reinforced with four layers of fibers in the main directions. The inner contour of the plate is freely supported, and the outer one is fixed. It is shown that the plate is divided into five circular zones, in each of which various plastic states occur. Static fields of moments are determined, equations for unknown radii between plastic zones are found, as well as equations for determining the support reaction and the limiting load.

Keywords: composite, three-layer, fibrous, bending, bearing capacity, freely supported, fixed

References

1. Mroz Z., Shamiev F.G. *Simplified yield conditions for fibre-reinforced plates and shells*. Arch. Inz. Lad., 1979, vol. 25, no. 3, pp. 463–476.
2. Mroz Z., Sawchuk A. *Nesushaya sposobnost kolcevykh plastin, zakreplennykh po obeyim kromkam* [The load-carrying capacity of annular plite, clamped on both contours]. *Izv. ANSSSR. OTN* [Proceedings of AS USSR, Mechanics and Machines], 1960, no. 3, pp. 72–78.
3. Ilyasov M.Kh., Jahangirov A.A. *Qiperpoverkhnosty tekuchesty trekhsloynoy kompozitnoy obolochky, sredniy sloy kotoroy armirovan voloknamy* [Yield hypersurfaces of three-layer composite shell with a fiber-reinforced middle layer]. *Mekhanika kompozitnykh materiaov* [Mechanics of composite materials], 2014, vol. 50, no. 3, pp. 487–501.
4. Jahangirov A.A. *Nesushhaja sposobnost usilennoj trehslojnoy voloknistoj krugloj plastinki, zashhmennoj po konturu i nahodjashhejsja na neszhimaemoj srede* [Carrying capacity of reinforced three-layers circular composite plate clamped on edge and lying on non-compressible foundation]. *Mekhanika mashin, mehhanizmov i materialov* [Mechanics of machines mechanisms and materials], 2015, no. 4(33), pp. 50–54.
5. Jahangirov A.A. *Nesushhaja sposobnost trehslojnoy voloknistoj kolcevoj plastinki, zashhmennoj po kromkam* [The bearing capacity of a three-layer fibrous composite circular plate clamped along the edges]. *Mekhanika kompozitnykh materiaov* [Mechanics of composite materials], 2016, vol. 52, no. 2, pp. 385–389.
6. Jahangirov A.A. *Predelnaja nagruzka kolcevoj trehslojnoy armirovannoj kompozitnoj plastinki, svobodno opertoj po konturam* [Limit load of ring three-layer reinforced composite plate simply supported at all edges]. *Vestnik mashinostroyeniya* [News of mechanical engineering], 2016, no. 11, pp. 14–17.
7. Nemirovskiy Ju.V., Romanova T.P. *Nesushhaja sposobnost usilennykh ledjanykh kruglykh plastin* [Bearing capacity of reinforced icy round plates]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of strength and plasticity], 2011, no. 73, pp. 25–35.
8. Nemirovskiy Ju.V., Romanova T.P. *Nesushhaja sposobnost ledjanykh plastin krivolinejnoy formy, usilennykh zhestkoj vstavkoj* [Bearing capacity of ice plates of curved shape, reinforced with rigid insert]. *Prikladnaja mehanika i tehicheskaja fizika* [Applied Mechanics and Technical Physics], 2013, no. 4, pp. 141–149.