

УДК 539.3; 678.073

С.В. ШИЛЬКО, канд. техн. наук, доц.  
заведующий лабораторией механики композитов и биополимеров<sup>1</sup>  
E-mail: shilko\_mpr@gmail.com

Д.А. ЧЕРНОУС, канд. техн. наук  
ведущий научный сотрудник<sup>1</sup>  
E-mail: charnavus74@gmail.com

А.Н. ПЛИГОВКА, канд. техн. наук  
старший научный сотрудник<sup>2</sup>  
E-mail: pligovka@bsuir.by

<sup>1</sup>Институт механики металлополимерных систем имени В.А. Белого НАН Беларуси, г. Гомель, Республика Беларусь

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 06.07.2020.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕНЗОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО НАНОСТРУКТУРИРОВАННОГО ПОЛИМЕР-КЕРАМИЧЕСКОГО ПОКРЫТИЯ НА ОСНОВЕ АНОДНЫХ ОКСИДОВ МЕТАЛЛОВ

*Исследуется прочность и тензочувствительность тонкого покрытия в виде нанопористого оксида алюминия, импрегнированного пьезоактивным полимером. Данное покрытие рассматривается как однонаправленно-армированный композит, содержащий цилиндрические полимерные волокна, ориентированные перпендикулярно поверхности покрытия. Предложена трехфазная микромеханическая модель указанного материала и анализируется напряженно-деформированное состояние покрытия под действием равномерно распределенного давления. В результате решения связанной задачи электроупругости получены расчетные оценки удельной пьезочувствительности покрытия, используемого в качестве датчика давления, и максимального допустимого давления по критериям прочности керамической матрицы и пластического течения полимерного наполнителя. Получены зависимости указанных параметров от объемного содержания полимера для покрытия, адгезионно соединенного с недеформируемым основанием и свободно (без трения) лежащего на основании. При малом объемном содержании полимера потеря прочности покрытия обусловлена локальным разрушением матрицы. При высоком содержании наполнителя переход полимера в пластическое состояние предшествует началу разрушения матрицы. При увеличении доли наполнителя свыше 80 % значение максимального давления по критерию текучести полимерного наполнителя практически не изменяется.*

**Ключевые слова:** композиционные покрытия, анодный оксид алюминия, полимерные пьезоэлектрики, электроупругость, прочность, микромеханическое моделирование

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-35-42>

**Введение.** Тонкое керамическое покрытие в виде нанопористого анодного оксида алюминия (АОА) представляет собой достаточно прочную и жесткую сотоподобную структуру наноразмерной толщины. Это покрытие может выступать в качестве матричной компоненты слоистых композиций, обеспечивающей упорядоченное размещение в порах функционального (пьезочувствительного, антифрикционного и т. п.) наполнителя и формостабильности композита при термомеханическом воздействии. Такие покрытия, обладающие сенсорными свойствами, востребованы в производстве микроэлектронных устройств (датчиков)

и функциональных материалов [1, 2]. В последнее время рассматривается возможность использования антифрикционных и тензочувствительных композитных покрытий при создании бионически адекватных конструкций [3], например полимер-керамических и полимер-полимерных эндопротезов. Возможность использования указанных полимер-керамических покрытий в качестве пьезоэлектрических датчиков давления обсуждалась ранее в работах [4, 5]. Для оценки пьезочувствительности в работе [5] использовалось допущение о равенстве нулю индукции электрического поля в компонентах покрытия. Данное допущение пред-

полагает наличие ненулевого электрического потенциала только в полимерном наполнителе, что противоречит требованию неразрывности. Кроме того, анализ работоспособности подобных изделий подразумевает определение допустимых нагрузок (давлений).

В связи с вышесказанным, целью исследования было получение уточненных расчетных оценок пьезочувствительности полимер-керамического покрытия на основе АОА, импрегнированного полимерным пьезоэлектриком, и нахождение предельного значения давления, при котором начинается разрушение керамической матрицы или переход полимерного наполнителя в пластическое состояние.

**Структурная модель покрытия.** Объектом исследования является покрытие из нанопористого анодного оксида алюминия, импрегнированного пьезоэлектрическим полимером. На рисунке 1 представлено схематическое трехмерное изображение, построенное по результатам сканирующей электронной микроскопии поверхности и скола экспериментального образца указанного композиционного покрытия.

На рисунке 1 также показана подложка (кремниевая пластина), весьма тонкая недоанодированная пленка тантала и оксидные столбики тантала в барьерном слое анодного оксида алюминия. Введение дополнительного подслоя тантала позволяет обеспечить равномерность распределения оксида алюминия по всей подложке, что повышает планарность и структурированность покрытия, а также улучшить адгезию АОА к кремниевой пластине благодаря внедрению оксидных столбиков тантала в барьерный слой АОА.

При расчете показателя пьезочувствительности и прочностных параметров будем рассматривать такое покрытие как однонаправленно-армированный композит, содержащий цилиндрические полимерные волокна, ориентированные перпендикулярно поверхности покрытия. В отличие от классического подхода к решению граничных задач о деформировании такого рода покрытий, изложенного в монографии [6] в рамках теории анизотропной упругости, авторами предлагается двухуровневый метод расчета. Этап микромеханического анализа выполня-

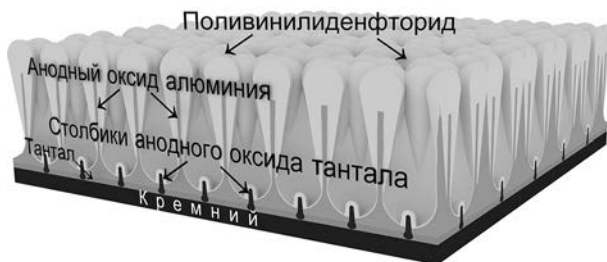


Рисунок 1 — Схема наноструктурированного полимер-керамического покрытия на основе анодного оксида алюминия  
Figure 1 — Scheme of nanostructured polymer-ceramic coating based on anodic aluminum oxide

ется на трехфазной модели фрагмента неоднородного материала [7] в виде составного цилиндра, помещенного в упругодеформируемое пространство (рисунок 2). Внутренний цилиндр с радиусом поперечного сечения  $a$  образован полимерным пьезоэлектриком, цилиндрическая оболочка с внутренним радиусом  $a$  и внешним радиусом  $b$  образована оксидом алюминия. Значения параметров  $a$  и  $b$  связаны с объемным содержанием полимерного наполнителя соотношением  $V_f = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ .

Пространство, в которое помещен составной цилиндр, представляет собой макроскопически однородный материал, упругие характеристики которого заранее не известны.

Введем цилиндрическую систему координат  $z, r, \varphi$ , в которой ось  $z$  проходит вдоль оси составного цилиндра и совпадает с осью поляризации полимерного пьезоэлектрика. В данной системе координат соотношения компонент тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  и тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}$ , проекций векторов индукции  $\vec{D}$  и напряженности  $\vec{E}$  электрического поля для полимерного наполнителя имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= C_{1111}\varepsilon_{rr} + C_{1122}\varepsilon_{\varphi\varphi} + C_{1133}\varepsilon_{zz} - e_{311}E_z; \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= C_{1111}\varepsilon_{\varphi\varphi} + C_{1122}\varepsilon_{rr} + C_{1133}\varepsilon_{zz} - e_{311}E_z; \\ \sigma_{zz} &= C_{1133}(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{rr}) + C_{3333}\varepsilon_{zz} - e_{333}E_z; \\ \sigma_{rz} &= C_{1313}\gamma_{rz} - e_{113}E_r; \quad \sigma_{r\varphi} = C_{1212}\gamma_{r\varphi}; \\ \sigma_{z\varphi} &= C_{1313}\gamma_{z\varphi} - e_{113}E_\varphi; \\ D_r &= e_{113}\gamma_{rz} + \lambda_{11}E_r; \quad D_\varphi = e_{113}\gamma_{z\varphi} + \lambda_{11}E_\varphi; \\ D_z &= e_{311}(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi}) + e_{333}\varepsilon_{zz} + \lambda_{33}E_z \end{aligned} \quad (1)$$

где  $C_{ijmn}$ ,  $e_{ijk}$ ,  $\lambda_{ij}$  — компоненты тензоров модулей упругости, пьезоэлектрических констант и диэлектрической проницаемости соответственно (для этих тензоров индексы  $i, j, n, m, k$  равны 1, 2, 3; углы сдвига  $\gamma_{rz} = 2\varepsilon_{rz}$ ,  $\gamma_{z\varphi} = 2\varepsilon_{z\varphi}$ ,  $\gamma_{r\varphi} = 2\varepsilon_{r\varphi}$ ).

В качестве наполнителя нанопористого АОА рассматривается пьезоэлектрический полимер поливинилиденфторид (ПВДФ), характеристики

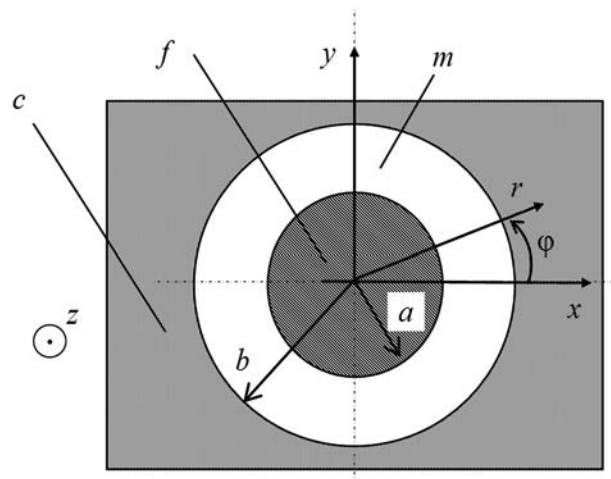


Рисунок 2 — Трехфазная модель однонаправленно-армированного композита  
Figure 2 — Three-phase model of a unidirectionally reinforced composite

которого приведены в работе [8]. Значения ненулевых компонент тензоров  $C_{ijm}$ ,  $e_{ijk}$ ,  $\lambda_{ij}$  для данного трансверсально-изотропного материала следующие:

$$\begin{aligned} C_{1111} &= C_{2222} = 8,6 \text{ ГПа}; C_{3333} = 7,1 \text{ ГПа}; \\ C_{1122} &= 5,6 \text{ ГПа}; C_{1133} = C_{2233} = 5,4 \text{ ГПа}; \\ C_{1313} &= C_{2323} = 1 \text{ ГПа}; C_{1212} = (C_{1111} - C_{1122})/2 = 1,5 \text{ ГПа}; \\ e_{311} &= e_{322} = -1,1 \text{ Кл/м}^2; e_{333} = 2,9 \text{ Кл/м}^2; \\ e_{113} &= e_{223} = 2,3 \text{ Кл/м}^2; \\ \lambda_{11} &= \lambda_{22} = 14,7\lambda_0; \lambda_{33} = 12,4\lambda_0, \end{aligned}$$

где  $\lambda_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

В предположении изотропии и линейной упругости матричного материала уравнения (1) примут вид

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E_m}{(1+v_m)(1-2v_m)} \left[ (1-v_m)\varepsilon_{rr} + v_m(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{zz}) \right]; \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \frac{E_m}{(1+v_m)(1-2v_m)} \left[ (1-v_m)\varepsilon_{\varphi\varphi} + v_m(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) \right]; \\ \sigma_{zz} &= \frac{E_m}{(1+v_m)(1-2v_m)} \left[ (1-v_m)\varepsilon_{zz} + v_m(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \varepsilon_{rr}) \right]; \\ \sigma_{rz} &= \frac{E_m}{2(1+v_m)} \gamma_{rz}; \sigma_{r\varphi} = \frac{E_m}{2(1+v_m)} \gamma_{r\varphi}; \sigma_{z\varphi} = \frac{E_m}{2(1+v_m)} \gamma_{z\varphi}; \\ D_r &= \lambda_m E_r; D_\varphi = \lambda_m E_\varphi; D_z = \lambda_m E_z, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $E_m = 140 \text{ ГПа}$ ;  $v_m = 0,32$ ;  $\lambda_m = 7\lambda_0$  — модуль Юнга, коэффициент Пуассона и диэлектрическая проницаемость анодного оксида алюминия соответственно [9].

Моделируя покрытие слоем постоянной толщины  $h$ , ограничим трехфазную модель материала двумя параллельными плоскостями, перпендикулярными оси  $z$  и разнесенными на расстояние  $h$ . На плоскости, соответствующей координате  $z = 0$ , покрытие взаимодействует с недеформируемым основанием. Нижняя поверхность покрытия считается заземленной и величина электрического потенциала, усредненная по площади поперечного сечения составного цилиндра, равна нулю. В процессе нагружения покрытие не отрывается от основания и вертикальная компонента упругого смещения точек нижней поверхности покрытия равна нулю ( $u_z = 0$  при  $z = 0$ ). В дальнейшем будем рассматривать два варианта взаимодействия покрытия с основанием:

1. Адгезионная связь. На поверхности контакта покрытия с основанием радиальная компонента относительного упругого смещения (проскальзывание) равна нулю ( $u_r = 0$ ). В данном случае говорится о макроскопическом значении смещения, для отдельных точек цилиндрического включения условия жесткого соединения с основанием могут не выполняться.

2. Отсутствие адгезионной связи с основанием (покрытие свободно, без трения, лежит на основании и в контакте покрытия с основанием отсутствуют сдвиговые напряжения ( $\sigma_{rz} = 0$ )).

На поверхность покрытия, соответствующую координате  $z = h$ , действует равномерно распределенное давление  $p$ , а сдвиговые напряжения отсутствуют. Поверхность  $z = h$  подключена к измерительному прибору с большим входным сопротивлением. Поэтому на ней отсутствуют свободные электрические заряды и нормальная к поверхности проекция макроскопического вектора индукции электрического поля равна нулю ( $D_z = 0$ ) [10].

На границах раздела компонент модели  $r = a$  и  $r = b$  выполняются условия адгезионной связи и неразрывности электрического потенциала  $\psi$ , радиальной проекции индукции электрического поля  $D_r$ , радиальной  $u_r$  и осевой  $u_z$  проекций упругого смещения, радиальной  $\sigma_{rr}$  и сдвиговой  $\sigma_{rz}$  компонент тензора напряжений.

**Решение задачи электроупругости.** Для рассматриваемой системы зона нагружения намного больше толщины покрытия, что позволяет пренебречь изменением компонент тензоров напряжения и деформации по толщине покрытия [11, 12]. В соответствии с равенствами (1) и (2) проекции векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  также будем считать не зависящими от координаты  $z$ .

В отсутствие объемных сил при осевой симметрии модели и режима нагружения в предположении неизменности компонент тензора напряжения по толщине покрытия, уравнения равновесия элементарного объема в цилиндрической системе координат можно записать в виде [13]

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0; \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0; \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{r\varphi}}{r} = 0. \quad (3)$$

Уравнения для сдвиговых компонент имеют следующие решения:

$$\sigma_{rz} = \frac{C_{rz}}{r}; \sigma_{r\varphi} = \frac{C_{r\varphi}}{r^2},$$

где  $C_{rz}$ ,  $C_{r\varphi}$  — определяемые из граничных условий константы.

Внутренний цилиндр трехфазной модели (полимерное волокно) включает точки с координатой  $r = 0$ . Для обеспечения ограниченности напряжений необходимо, чтобы для этой компоненты константы  $C_{rz}$  и  $C_{r\varphi}$  были равны нулю. На границе раздела волокно–матрица ( $r = a$ ) выполняется условие неразрывности радиальной и сдвиговых компонент тензора напряжений. Следовательно, с учетом принятых допущений во всем объеме покрытия сдвиговые компоненты тензора напряжений равны нулю.

Для каждой компоненты трехфазной модели (волокна, матрицы и композита) объемная плотность некомпенсированных электрических зарядов равна нулю. В пренебрежении действием магнитного поля уравнения Максвелла [14] примут вид:

$$\text{div} \vec{D} = \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( D_r + \frac{\partial D_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Осевая симметрия задачи и допущение о неизменности параметров напряженно-деформированного состояния по толщине покрытия позволяют переписать уравнение (4) для внутреннего цилиндра модели (волокна) в виде:

$$e_{113} \left( \frac{\partial \gamma_{rz}}{\partial r} + \frac{\gamma_{rz}}{r} \right) + \lambda_{11} \left( \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{E_r}{r} \right) = \left( \frac{e_{113}^2}{C_{1313}} + \lambda_{11} \right) \left( \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{E_r}{r} \right) = 0, \quad (5)$$

где учтено, что сдвиговая компонента напряжения  $\sigma_{rz}$  в объеме покрытия равна нулю.

Общим решением уравнения (5) является функция

$$E_r = \frac{C_f}{r},$$

где  $C_f$  — определяемая из граничных условий константа. Как отмечено выше, внутренний цилиндр модели включает точки с координатой  $r = 0$ . Следовательно, для обеспечения ограниченности индукции и напряженности электрического поля необходимо, чтобы  $C_f = 0$ .

Уравнение, аналогичное (5), для цилиндрической оболочки трехфазной модели (матрицы) имеет вид

$$\lambda_0 \left( \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{E_r}{r} \right) = 0,$$

и в диапазоне  $a < r < b$  для радиальной проекции напряженности электрического поля справедливо соотношение  $E_r = \frac{C_m}{r}$ . Для определения константы  $C_m$  используем условие неразрывности радиальной проекции индукции электрического поля на границе раздела  $r = a$ . В результате получим  $C_f = C_m = 0$  и  $E_r = 0$  как в волокне, так и в матрице.

Выполнение условий  $\sigma_{rz} = 0$  и  $E_r = 0$  ведет к тому, что в объеме покрытия равна нулю и сдвиговая компонента тензора деформаций:

$$\varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right),$$

где  $u_r, u_z$  — радиальная и осевая проекции упругого смещения соответственно.

Осевая симметрия решаемой задачи и принятое допущение о неизменности по толщине покрытия параметров напряженно-деформированного состояния позволяют утверждать, что обе производные в выражении сдвиговой деформации  $\varepsilon_{rz}$  равны нулю. Так как осевая компонента тензора деформаций полагается неизменной по толщине покрытия, то осевая проекция упругого смещения определяется соотношением  $u_z = \varepsilon_{zz} z$ . Независимость проекции  $u_z$  от координаты  $r$  и условие неразрывности данной проекции при  $r = a$  свидетельствуют о том, что осевая деформация  $\varepsilon_{zz}$

не зависит от координат и одинакова для волокна и матрицы.

Вектор напряженности связан с электрическим потенциалом  $\psi$ :  $\vec{E} = -grad\psi$ . Независимость осевой проекции  $E_z$  от координаты  $z$  позволяет составить следующее соотношение для электрического потенциала:  $\psi = -E_z z$ . Равенство нулю радиальной проекции напряженности означает, что потенциал  $\psi$  не зависит от координаты  $r$ . Следовательно, осевая проекция напряженности  $E_z$  также не зависит от  $r$ . Для выполнения условия неразрывности электрического потенциала на границе раздела  $r = a$  необходимо, чтобы в волокне и матрице значение  $E_z$  было одинаковым.

Подставим соотношения (1) для компонент тензора напряжений в первое уравнение системы (3). С учетом показанной независимости осевой деформации  $\varepsilon_{zz}$  и осевой проекции напряженности  $E_z$  от радиальной координаты  $r$  получим

$$C_{1111} \left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r \right) = 0.$$

Общее решение данного дифференциального уравнения для радиальной проекции упругого смещения имеет вид:

$$u_r = Ar + B \frac{a^2}{r},$$

где  $A, B$  — определяемые из граничных условий константы.

При использовании в первом уравнении системы (3) соотношений (2), описывающих свойства материала матрицы, форма уравнения и общий вид решения  $u_r(r)$  будут аналогичны приведенным для материала волокон. Таким образом, решения поставленной задачи электроупругости для компонент трехфазной модели можно записать следующим образом:

$$u_z^f = u_z^m = \varepsilon_{zz} z; \quad u_r^i = A^i r + B^i \frac{a^2}{r}; \quad \psi^f = \psi^m = E_z z, \quad (6)$$

где верхний индекс  $i = f, m$  означает, что величина относится к внутреннему цилиндру модели (полимерному волокну) или цилиндрической оболочке (оксиду алюминия).

Независящие от координат величины  $\varepsilon_{zz}, E_z, A^i, B^i$  в решении (6) определяются из граничных условий и условий неразрывности на границах раздела  $r = a, r = b$ . Для соблюдения ограниченности смещений при  $r = 0$  необходимо, чтобы  $B^i = 0$ . Равенство нулю макроскопического (усредненного по площади поперечного сечения составного цилиндра) значения индукции электрического поля на поверхности покрытия  $z = h$  позволяет составить уравнение:

$$(2e_{311} A^f + e_{333} \varepsilon_{zz}) V_f + E_z (\lambda_{33} V_f + \lambda_0 (1 - V_f)) = 0. \quad (7)$$

Заданное на той же поверхности макроскопическое давление  $p$  определяется соотношением:



$$\begin{aligned} & (2C_{1133}A^f + C_{3333}\varepsilon_{zz} - e_{333}E_z)V_f + \\ & + \frac{E_m(1-V_f)}{(1+v_m)(1-2v_m)}((1-v_m)\varepsilon_{zz} + 2v_mA^m) = -p. \end{aligned} \quad (8)$$

На границе раздела волокно–матрица ( $r = a$ ) имеет место неразрывность радиальной проекции смещения и радиальной компоненты тензора напряжений:

$$\begin{aligned} A^f &= A^m + B^m; (C_{1111} + C_{1122})A^f + C_{1133}\varepsilon_{zz} - e_{311}E_z = \\ &= \frac{E_m}{(1+v_m)(1-2v_m)}[A^m - (1-2v_m)B^m + v_m\varepsilon_{zz}]. \end{aligned} \quad (9)$$

Условие на границе раздела матрица–композит ( $r = b$ ) будет зависеть от связи покрытия с основанием. При адгезии покрытия макроскопическое значение радиального смещения на поверхности  $z = 0$  равно нулю. Но, как показано выше, радиальное смещение не зависит от координаты  $z$ . Следовательно, в деформируемом пространстве, которое в трехфазной модели соответствует макроскопически однородному композиту, радиальная проекция упругого смещения равна нулю. Тогда условие на границе раздела матрица–композит имеет вид:

$$A^m + B^mV_f = 0. \quad (10)$$

При отсутствии адгезии тонкого покрытия можно считать нулевым макроскопическое значение радиальной компоненты тензора напряжений [8, 9]. Тогда вместо равенства (10) используется условие:

$$\frac{E_m}{(1+v_m)(1-2v_m)}[A^m - (1-2v_m)B^mV_f + v_m\varepsilon_{zz}] = 0. \quad (11)$$

Система линейных алгебраических уравнений (7)–(10) или (7)–(9), (11) с учетом  $B^f = 0$  позволяет определить константы в общих решениях (6) для проекций упругого смещения и электрического потенциала.

**Результаты расчета.** Основным функциональным параметром рассматриваемого покрытия является пьезочувствительность, равная отношению разности потенциалов  $U$  между поверхностями покрытия к давлению  $p$ . Для удельной (отнесенной к толщине покрытия) чувствительности  $Q$  запишем:

$$Q = \frac{U}{ph} = \frac{1}{ph}(\Psi_{z=h} - \Psi_{z=0}) = \frac{E_z}{p}.$$

Определяемое в результате решения системы уравнений (7)–(10) или (7)–(9), (11) значение осевой проекции напряженности электрического поля прямо пропорционально давлению. Следовательно, удельная чувствительность  $Q$  не зависит от  $p$ . На рисунке 3 представлены результаты расчета удельной чувствительности в зависимости от объемного содержания пьезоактивного наполнителя. Можно отметить, что способ фиксации покрытия на основании оказывает существенное

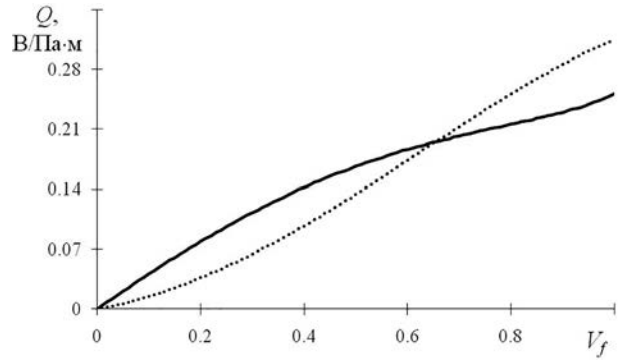


Рисунок 3 — Зависимость удельной пьезочувствительности от объемного содержания полимерного наполнителя в отсутствие адгезии покрытия к основанию (сплошная линия) и при наличии адгезии (пунктир)  
Figure 3 — Dependence of the specific piezoelectric sensitivity on the volume content of the polymer filler in the absence of coating adhesion to the base (solid line) and in the presence of adhesion (dashed line)

влияние на характер зависимости  $Q(V_f)$ . При малом содержании полимера ( $V_f < 0,3$ ) скорость роста удельной чувствительности с увеличением объемного содержания  $V_f$  для покрытия, свободно лежащего на основании, значительно выше, чем при наличии адгезионной связи покрытия с основанием.

Увеличение содержания полимера до 0,3 сопровождается увеличением чувствительности до 0,064 В/(Па·м) при адгезии покрытия к основанию и до 0,113 В/(Па·м) в отсутствие адгезии. При  $V_f > 0,3$  скорость роста чувствительности адгезионно связанного покрытия увеличивается, а при отсутствии адгезии — снижается. Расчетные оценки чувствительности для различных способов фиксации покрытия совпадают при  $V_f = 0,65$ .

При достижении предельного (по критерию текучести полимерного наполнителя) значения давления  $p_t$  в наполнителе возникают области пластического деформирования, в которых нарушается стабильность электроупругих характеристик наполнителя. Следовательно, использование рассматриваемого покрытия в качестве датчика давления для  $p > p_t$  невозможно. Для ПВДФ можно с приемлемой точностью использовать критерий текучести изотропного материала [13]

$$\sigma_u^f = \sigma_t,$$

где  $\sigma_u^f$  — максимальное по объему полимерной компоненты покрытия значение интенсивности тензора напряжений;  $\sigma_t = 55$  МПа — предел текучести ПВДФ [15].

При отсутствии сдвиговых компонент тензора напряжений величина  $\sigma_u$  в цилиндрической системе координат определяется соотношением [10]

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\varphi\varphi})^2}.$$

Используя решение (7) и равенства (1), для интенсивности тензора напряжений в наполнителе получим:

$$\sigma_u^f = A^f(C_{1111} + C_{1122} - 2C_{1133}) - \varepsilon_z(C_{3333} - 2C_{1133}) + E_z(e_{333} - e_{311}). \quad (12)$$

Значение интенсивности  $\sigma_u$  в наполнителе ( $0 \leq r \leq a$ ) не зависит от радиальной координаты  $r$ . Определяемые из системы уравнений (7)–(10) или (7)–(9), (11) константы  $A^f$ ,  $\varepsilon_z$ ,  $E_z$  прямо пропорциональны давлению  $p$ . Следовательно, величина  $\sigma_u^f$  также будет прямо пропорциональна  $p$ . Тогда предельное значение давления  $p_T$  можно определить следующим образом:

$$p_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_u^f|_{p=1}}. \quad (13)$$

В знаменателе правой части последнего равенства стоит значение интенсивности тензора напряжений, вычисленное по формуле (12) при давлении  $p = 1$  Па.

При некотором значении измеряемого давления  $p_{np}$  начинается локальное разрушение керамической матрицы, критерием которого является соотношение  $\sigma_{u\max}^m = \sigma_{np}$ , где  $\sigma_{u\max}^m$  — максимальное в объеме цилиндрической оболочки трехфазной модели значение интенсивности тензора напряжений;  $\sigma_{np} = 325$  МПа — предел прочности оксида алюминия [9].

Интенсивность  $\sigma_u^m$  в матричной компоненте модели ( $a \leq r \leq b$ ) зависит от радиальной координаты и принимает максимальное значение  $\sigma_{u\max}^m$  при  $r = a$ . Для величины  $\sigma_{u\max}^m$  было получено следующее выражение:

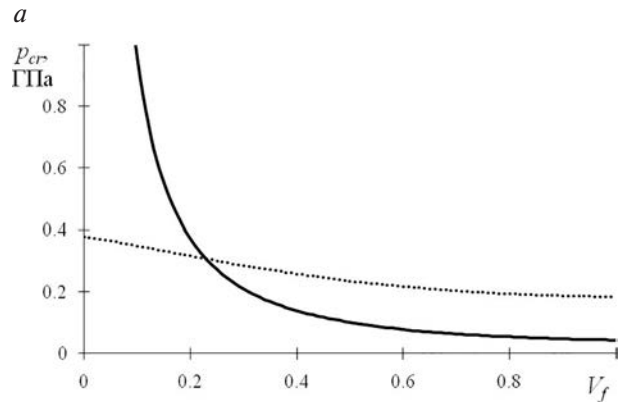
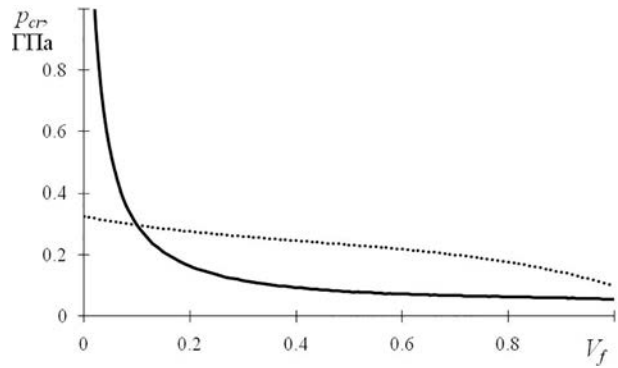
$$\sigma_{u\max}^m = \frac{E_m}{1 + \nu_m} \sqrt{(A^m - \varepsilon_z)^2 + 3(B^m)^2}. \quad (14)$$

Тогда предельное значение давления, при котором начинается разрушение матрицы из оксида алюминия, можно вычислить по формуле:

$$p_{np} = \frac{\sigma_{np}}{\sigma_{u\max}^m|_{p=1}}. \quad (15)$$

В знаменателе правой части (15) указано значение интенсивности тензора напряжений, вычисленное по формуле (14) при давлении  $p = 1$  Па.

На рисунке 4 приведены результаты расчета критических значений  $p_{cr}$  параметров  $p_T$  и  $p_{np}$  в зависимости от объемного содержания полимерного наполнителя. При малом содержании полимера разрушение покрытия обусловлено локальным повреждением матрицы ( $p_{np} < p_T$ ). С ростом содержания полимера значение  $p_{np}$  линейно уменьшается. Расчетные оценки критических давлений  $p_T$  и  $p_{np}$  при отсутствии адгезионной связи покрытия с основанием совпадают при  $V_f = 0,10$ , а при наличии адгезионной связи — при  $V_f = 0,23$ . При высоком уровне наполнения  $V_f$  переход полимера в пластическое состояние предшествует повреждению матрицы ( $p_{np} > p_T$ ). Характер уменьшения давления  $p_T$  с ростом содержания полимера близок к экспоненциальному. При  $V_f > 0,8$  величина  $p_T$  практически не изменяется.



b

Рисунок 4 — Зависимости критического давления  $p_{cr} = p_T$ , вызывающего пластическую деформацию полимерного наполнителя (сплошные линии), и критического давления  $p_{cr} = p_{np}$ , соответствующего повреждению керамической матрицы (пунктирные линии), от объемного содержания наполнителя в отсутствие (a) и при наличии адгезии покрытия к основанию (b)  
Figure 4 — Dependencies of critical pressure  $p_{cr} = p_T$ , causing plastic deformation of the polymer filler (solid lines) and critical pressure  $p_{cr} = p_{np}$ , corresponding to damage to the ceramic matrix (dashed lines), on the volume content of filler in the absence (a) and in the presence of the coating adhesion to the base (b)

**Закключение.** Разработана методика расчетного прогнозирования удельной тензочувствительности и предельного значения измеряемого давления пьезоэлектрического датчика в виде тонкого полимер-керамического покрытия на основе анодного оксида алюминия. При объемном содержании полимера менее 0,65 чувствительность выше при свободном опирании покрытия на основание, а для  $V_f > 0,65$  — при наличии адгезионной связи с основанием. При малом содержании полимера наполнителя разрушение покрытия начинается с локального разрушения керамической матрицы вблизи границы раздела компонент. При больших  $V_f$  разрушению матрицы предшествует переход полимерного наполнителя в пластическое состояние. Объемное содержание полимера, соответствующее отмеченному переходу, составляет 0,1 при свободном опирании покрытия и 0,23 — при наличии адгезионной связи с основанием. Полученные результаты могут использоваться для прогнозирования эффективности и надежности датчика. Экспериментальная апробация расчетных оценок затруднена технической сложностью

создания датчика и будет являться предметом дальнейших исследований.

*Исследование выполнено по заданию 6.09 ГПНИ «Полимерные материалы и технологии» при частичной поддержке БРФФИ (проект T20P-223 (№ Бел\_а 20-58-00032) «Создание бионически адекватного полимер-полимерного эндопротеза» сустава).*

#### Список литературы

1. Плиговка, А.Н. Получение и свойства наноструктурных металлооксидных пленок на основе анодированных композиций на основе Al/Ti / А.Н. Плиговка, А.М. Мозалев // Докл. БГУИР. — 2008. — Т. 38, № 8. — С. 50–57.
2. Estimation of the Friction Coefficient of a Nanostructured Composite Coating / S.V. Shil'ko [et al.] // Mechanics of Composite Materials. — 2017. — Vol. 53, No. 5. — Pp. 579–588.
3. Goldade, V. Smart Materials Taxonomy / V. Goldade, S. Shil'ko, A. Neverov // CRC Press, Taylor & Francis Group, 2015. — 277 p.
4. Расчетная оценка прочности тонкопленочных полимер-керамических датчиков давления / С.В. Шилько [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: С.Н. Поддубко [и др.]. — 2018. — Вып. 7. — С. 212–214.
5. Шилько, С.В. Расчет чувствительности пьезоэлектрического датчика давления на основе импрегнированного полимером анодного оксида алюминия / С.В. Шилько, Д.А. Черноус, Т.В. Рябенко // Вестн. Брянского гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 80, № 7. — С. 76–83.
6. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов: плоские контактные задачи / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. — Минск: Наука и техника, 1988. — 271 с.
7. Кристенсен, Р. Введение в механику композитов / Р. Кристенсен. — М.: Мир, 1982. — 334 с.
8. Паньков, А.А. Пьезоактивные однонаправленно волокнистые полидисперсные композиты / А.А. Паньков // Механика композитных материалов. — 2012. — Т. 48, № 6. — С. 873–886.
9. Ring Gyroscope Sensitive Element Based on Nanoporous Alumina / G. Gorokh [et al.] // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. — 2018. — Vol. 90, Iss. 1. — Pp. 43–50. — DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-01-2015-0026>.
10. Шляхин, Д.А. Динамическая осесимметричная задача прямого пьезоэффекта для круглой биморфной пластины / Д.А. Шляхин // Вестн. Пермского национ. исследоват. политех. ун-та. Механика. — 2017. — № 1. — С. 164–180.
11. Aleksandrov, V.M. Asymptotic Solution of the Contact Problem for a Thin Elastic Layer / V.M. Aleksandrov // J. Appl. Math. Mech. — 1969. — Vol. 33. — Pp. 49–63.
12. Jaffar, M.J. Asymptotic Behaviour of Thin Elastic Layer Bonded and Unbonded to a Rigid Foundation / M.J. Jaffar // Int. J. Mech. Sci. — 1989. — Vol. 31. — Pp. 229–235.
13. Старовойтов, Э.И. Основы теории упругости, пластичности и вязкоупругости / Э.И. Старовойтов. — Гомель: БелГУТ, 2001. — 344 с.
14. Савельев, И.В. Основы теоретической физики: в 2 т. Т. 1. Механика и электродинамика / И.В. Савельев. — 2-е изд., испр. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 496 с.
15. Справочник по электротехническим материалам: в 3 т. Т. 1 / под ред. Ю.В. Корицкого, В.В. Пасынкова, Б.М. Тареева. — 3-е изд., перераб. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 367 с.

SHIL'KO Sergey V., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Head of the Laboratory “Mechanics of Composites and Biopolymers”<sup>1</sup>

E-mail: shilko\_mpri@mail.ru

CHERNOUS Dmitriy A., Ph. D. in Eng.

Leading Researcher<sup>1</sup>

E-mail: charnavus74@gmail.com

PLIGOVKA Andrey, Ph. D. in Eng.

Senior Researcher<sup>2</sup>

E-mail: pligovka@bsuir.by

<sup>1</sup>V.A. Belyi Metal-Polymer Research Institute of the NAS of Belarus, Gomel, Republic of Belarus

<sup>2</sup>Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Received 06 July 2020.

## PREDICTION OF FUNCTIONAL PARAMETERS FOR A NANOSTRUCTURED POLYMER-CERAMIC COATING ON THE BASIS OF ANODIC OXIDES OF METALS

*Strength and strain sensitivity of a thin polymer-ceramic coating in the form of a nanoporous anodic aluminum oxide impregnated with a piezoelectric polymer are studied. The coating is considered as a unidirectionally reinforced composite containing cylindrical polymer fibers oriented perpendicular to the coating surface. A three-phase micromechanical model of the specified material is proposed and the stress-strain state of the coating under the influence of uniformly distributed pressure is analyzed. As a result of solving the related problem of electroelasticity, calculated estimates of the specific piezoelectric sensitivity of the coating used as a pressure sensor and the maximum allowable pressure were obtained according to the strength criteria of the ceramic matrix and the plastic flow of the polymer filler. The article shows dependences of the indicated parameters on the volumetric content of the polymer for the coating, adhesively bonded to a non-deformable foundation and freely (without friction) lying on the foundation. At low volume content of polymer, the strength loss of coating is caused by local failure of matrix. At high filler content*

the transition of polymer into plastic state precedes to the beginning of matrix failure. After increasing the filler content above 80 % the value of maximal pressure according to yield criteria for polymer filler scarcely changes.

**Keywords:** composite coatings, anodic aluminum oxide, piezoelectric polymers, electroelasticity, strength, micromechanical modeling

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-35-42>

## References

1. Pligovka A.N., Mozalev A.M. Poluchenie i svoystva nanostrukturnykh metalloksidnykh plenok na osnove anodirovannykh kompozitsiy na osnove Al/Ti [Preparation and properties of nanostructured metal oxide films based on anodized Al/Ti compositions]. *Doklady BGUIR*, 2008, vol. 38, no. 8, pp. 50–57 (in Russ.).
2. Shil'ko S.V., Chernous D.A., Ryabchenko T.V., Hat'ko V.V. Estimation of the friction coefficient of a nanostructured composite coating. *Mechanics of composite materials*, 2017, vol. 53, no. 5, pp. 579–588.
3. Goldade V., Shil'ko S., Neverov A. *Smart materials taxonomy*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2015. 277 p.
4. Shil'ko S.V., Ryabchenko T.V., Chernous D.A., Pleskachevsky Yu.M. Raschetnaya otsenka prochnosti tonkoplennochnykh polimer-keramicheskikh datchikov davleniya [Calculation of strength of thin-film polymer-ceramic pressure sensors]. *Aktualnye voprosy mashinovedeniya*, 2018, iss. 7, pp. 212–214 (in Russ.).
5. Shil'ko S.V., Chernous D.A., Ryabchenko T.V. Raschet chuvstvitelnosti pezoelektricheskogo datchika davleniya na osnove impregirovannogo polimerom anodnogo oksida alyuminiya [Sensitivity calculation of piezoelectric pressure sensor based on aluminum anodic oxide impregnated with polymer]. *Vestnik BSTU*, 2019, vol. 80, no. 7, pp. 76–83 (in Russ.).
6. Mozharovskiy V.V., Starzhinskiy V.E. *Prikladnaya mekhanika sloistykh tel iz kompozitov: ploskie kontaktnye zadachi* [Applied mechanics of layered bodies from composites: plane contact problems]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1988. 271 p. (in Russ.).
7. Christensen R.M. *Mechanics of composite materials*. New York, Wiley-Interscience, 1979. 348 p.
8. Pankov A.A. Piezoaktivnye odnonapravlenno voloknistye poli-dispersnye kompozity [Piezoelectric unidirectionally fibrous polydisperse composites]. *Mekhanika kompozitnykh materialov*, 2012, vol. 48, no. 6, pp. 873–886 (in Russ.).
9. Gorokh G., Belahuray Ya., Zakhlebayeva A., Taratyn I., Khatko V. Ring gyroscope sensitive element based on nanoporous alumina. *Aircraft engineering and aerospace technology*, 2018, vol. 90, iss. 1, pp. 43–50. DOI: <https://doi.org/10.1108/AEAT-01-2015-0026>.
10. Shlyakhin D.A. Dinamicheskaya osesimmetrichnaya zadacha pryamogo pezo effekta dlya krugloy bimorfnoy plastiny [Dynamic axisymmetric problem of a direct piezoeffect for a round bimorph plate]. *PNRPU mechanics bulletin*, 2017, no. 1, pp. 164–180 (in Russ.).
11. Aleksandrov V.M. Asymptotic solution of the contact problem for a thin elastic layer. *Journal of applied mathematics and mechanics*, 1969, vol. 33, pp. 49–63.
12. Jaffar M.J. Asymptotic behaviour of thin elastic layer bonded and unbonded to a rigid foundation. *International journal of mechanical sciences*, 1989, vol. 31, pp. 229–235.
13. Starovoytov E.I. *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i vyazkoupругosti* [Fundamentals of the theory of elasticity, plasticity and viscoelasticity]. Gomel, Belorusskiy gosudarstvennyy universitet transporta Publ., 2001. 344 p. (in Russ.).
14. Savelev I.V. *Osnovy teoreticheskoy fiziki. T. 1. Mekhanika i elektrodinamika* [Fundamentals of theoretical physics. Vol. 1. Mechanics and electrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 496 p. (in Russ.).
15. *Spravochnik po elektrotekhnicheskim materialam. T. 1* [Handbook of electrical materials. Vol. 1]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986. 367 p. (in Russ.).