

УДК 621.926

Г.М. ХВЕСЬКО, канд. техн. наук
доцент кафедры механики и конструирования¹
E-mail: hveskog@belstu.by

П.Е. ВАЙТЕХОВИЧ, д-р техн. наук, проф.
профессор кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств¹
E-mail: vpe51@mail.ru

Д.Н. БОРОВСКИЙ, канд. техн. наук
доцент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств¹
E-mail: dzianis23@rambler.ru

¹Белорусский государственный технологический университет, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 01.03.2022.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Рассмотрены вопросы, связанные с определением динамических нагрузок, возникающих в подвижных узлах планетарной мельницы. Для составления динамической модели была выбрана горизонтальная планетарная мельница, так как она обладает большим потенциалом для организации замкнутого цикла измельчения при непрерывной загрузке и выгрузке материала. Были составлены расчетные схемы в подвижных узлах в момент начала ее работы и установившегося движения помольных барабанов. С использованием принципа Даламбера и учетом геометрических параметров помольного агрегата определены приведенные моменты инерции и моменты сил, а также время разгона от состояния покоя до достижения водилом установившейся угловой скорости. Из условия равенства мощностей приведенного момента сил, действующего на звено приведения, и мощностей всех сил и моментов, приложенных к звеньям планетарной мельницы, был определен начальный крутящий момент, необходимый в дальнейшем для расчета затрачиваемой мощности как в момент пуска мельницы, так и на протяжении ее устойчивой работы. Показано, что начальный крутящий момент зависит от величины начального углового ускорения, которое в свою очередь может быть различным в зависимости от принятого закона его изменения и времени разгона до требуемой угловой скорости установившегося движения. Также указано, что в период пуска подводимая к мельнице энергия расходуется на ускоренное вращение ведущего звена и преодоление различных сопротивлений в виде сил трения в узлах водила и размольных барабанов.

Ключевые слова: планетарная мельница, частота вращения, момент инерции, момент сил, время разгона, установившееся движение, угловая скорость, динамические нагрузки, реакция опоры

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-2-59-31-38>

Введение. Несмотря на свою внешнюю простоту, процесс измельчения является довольно сложным и не до конца изученным. Именно поэтому создание новых образцов помольной техники, ее совершенствование базируется на эмпирическом подходе. Среди агрегатов тонкого и сверхтонкого помола, характеризующегося размером частиц измельченного материала менее 50 мкм, преобладают шаровые. Традиционно это барабанные шаровые мельницы, относящиеся к классу тихоходных, линейная скорость рабочего органа которых не превышает 1 м/с.

Основными недостатками таких агрегатов являются значительная металлоемкость и высокие удельные энергозатраты на проведение процесса

измельчения. Проблемы, обусловленные указанными недостатками, решаются в последнее время переходом от тихоходных к быстроходным шаровым мельницам [1]. В них за счет более интенсивного воздействия шаров на материал повышается эффективность измельчения и требуемая производительность достигается в меньшем объеме рабочей зоны.

К таким мельницам относятся и планетарная, которая представляет собой один или несколько размольных барабанов, заполненных измельчающими телами (шарами) и материал. В отличие от обычных шаровых мельниц здесь оси барабанов соединены с приводным валом через водило, образуя таким образом планетарный механизм (рисунки 1).

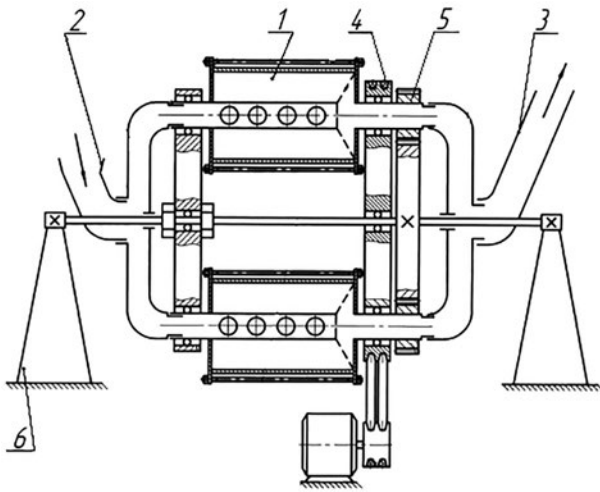


Рисунок 1 — Горизонтальная планетарная мельница с внешней обкаткой: 1 — помольный барабан; 2 — загрузочная воронка; 3 — разгрузочный патрубок; 4 — ременной привод; 5 — водило; 6 — опора

Figure 1 — Horizontal planetary mill with external running-in: 1 — grinding drum; 2 — charging hopper; 3 — discharge sleeve; 4 — belt drive; 5 — carrier; 6 — support

Барабаны, а соответственно шары и измельчаемый материал, вовлечены в сложное движение с высокими скоростями и ускорениями. При этом основным силовым фактором процесса разрушения материала становятся инерционные силы, в десятки и сотни раз превышающие силу тяжести. Более того, в планетарных мельницах реализуется комплексное воздействие измельчающих тел на материал: раздавливание, истирание и удар [2]. Высокая эффективность измельчения материалов в планетарных мельницах доказана как отечественными, так и зарубежными специалистами [3–6], в том числе и авторами данной работы [7].

Перед началом исследований авторский коллектив провел глубокий анализ работ других специалистов. Было установлено, что эти исследования проводились в двух направлениях. Первое из них связано с решением чисто прикладных задач по повышению дисперсности различных материалов для соответствующих технологических процессов [8]. В работах второго направления, наоборот, планетарная мельница рассматривается как механическая система. С помощью аналитических и графо-аналитических методов изучалось движение размольных барабанов и элементов загрузки (шаров и измельчаемого материала) [9, 10]. Но это никак не связывалось с эффективностью измельчения.

Отличительной особенностью нашей работы являлось то, что через механику движения измельчающих тел мы попытались оценить ее влияние на процесс измельчения материалов. Причем для аналитического описания кинематики и динамики движения элементов загрузки в размольных барабанах нами использовались методы классической механики [11, 12]. Именно эти методы дают воз-

можность получить уравнения и аналитические зависимости для расчета реальных промышленных объектов.

В процессе аналитических исследований изучено движение одиночного измельчающего тела и загрузки в целом [13, 14]. Установлено, что, несмотря на взаимное перемещение шаров, загрузка в размольном барабане сохраняется в виде сегмента, отстающего от водила на определенный угол. Проведена оценка разрушающего воздействия шаров на материал [2] и определено влияние параметров привода на динамику планетарных мельниц [15–17]. Весь комплекс работ, проведенных ранее, позволил составить алгоритм расчета планетарных мельниц и приступить к созданию промышленного агрегата.

Известен тот факт, что габариты и масса планетарных мельниц при одинаковой производительности значительно меньше, чем обычных шаровых [1]. Но вместе с тем процесс их запуска и доведения до высоких скоростей сопряжен с большими динамическими нагрузками.

В этой связи целью данной работы является составление динамической модели планетарной мельницы с возможностью определения нагрузок на элементы ее конструкции во время разгона и времени достижения установившегося режима движения

Основная часть. Для реализации поставленной цели необходимо составить модели планетарной мельницы в момент начала движения и при движении в установившемся режиме.

В качестве объекта исследования была выбрана горизонтальная планетарная мельница с внешней обкаткой (см. рисунок 1) как наиболее перспективная с точки зрения организации замкнутого цикла измельчения при непрерывной загрузке и выгрузке материала [1, 7]. Ее помольные барабаны приводятся в движение общим водилом B_1B_2 (рисунок 2). Примем, что объем загрузки составляет 50 % от объема барабана [7].

Динамическая модель планетарной мельницы представляет собой вращающееся звено (водило), обладающее приведенным моментом инерции $J_{пр}$ относительно оси вращения A , и на которое действует приведенный момент сил $M_{пр}$.

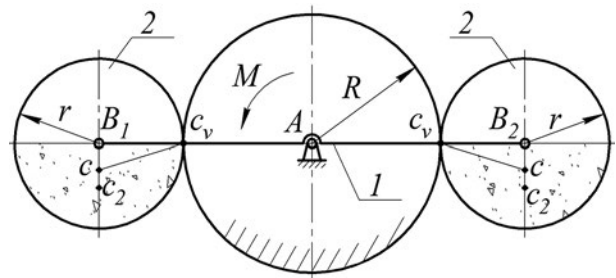


Рисунок 2 — Схема планетарной мельницы в момент начала движения: 1 — водило; 2 — помольный барабан

Figure 2 — Scheme of the planetary mill at the beginning of movement: 1 — carrier; 2 — grinding drum

На этапе разгона мельницы из состояния покоя до достижения водилом установившейся угловой скорости ω_y характеристики динамической модели J_{np} и M_{np} изменяются.

Запишем выражение J_{np} для начала движения мельницы:

$$J_{np} = 2 \left(J_1 + m_{\text{б3}} \frac{v_c^2}{\omega_1^2} + J_c \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \right), \quad (1)$$

где J_1 — момент инерции водила B_1B_2 относительно оси A , кг·м²; $m_{\text{б3}}$ — масса барабана с загрузкой, кг; v_c — скорость центра масс загруженного барабана, м/с; ω_1, ω_2 — угловые скорости водила и барабана соответственно, рад/с; J_c — момент инерции загруженного барабана относительно оси, проходящей через центр масс параллельно оси вращения барабана, кг·м².

Момент инерции водила B_1B_2 относительно оси A определяется по следующей формуле:

$$J_1 = \frac{m_1 (2(R+r))^2}{12} = \frac{m_1 (R+r)^2}{3}, \quad (2)$$

где m_1 — масса водила B_1B_2 , кг; R — радиус обкатки барабанов, м; r — радиус помольного барабана, м.

Массу барабана с загрузкой можно определить с учетом его геометрических размеров по следующей формуле:

$$m_{\text{б3}} = \rho \cdot V = \rho_6 (2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot l) \delta + \rho_3 \frac{\pi \cdot r^2}{2} l, \quad (3)$$

где l — длина барабана, м; δ — толщина стенки и днища барабана, м; ρ_6 — плотность стенки и днища барабана, кг/м³; ρ_3 — плотность загрузки в барабане, кг/м³.

Угловая скорость барабана определяется по формуле (4), а скорость центра масс загруженного барабана — по формуле (5):

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 (R+r)}{r}; \quad (4)$$

$$v_c = \omega_2 \cdot c_v c = \frac{\omega_1 (R+r)}{r} \sqrt{r^2 + (B_2 c)^2}. \quad (5)$$

Расстояния $B_2 c$ и $B_2 c_2$ при этом равны:

$$B_2 c = \frac{m_7 \cdot B_2 c_2}{m_{\text{б3}}}; \quad B_2 c_2 = \frac{4 \cdot r}{3 \cdot \pi}. \quad (6)$$

Момент инерции загруженного барабана относительно оси, проходящей через центр масс параллельно оси вращения барабана, определяется по формуле (7) с учетом выражений (8)–(12):

$$J_c = J_c^{(6)} + J_c^{(3)}; \quad (7)$$

$$J_c^{(6)} = J_{B_2}^{(6)} + m_1 (B_2 c)^2; \quad (8)$$

$$J_{B_2}^{(6)} = 2 \left(\frac{m_d \cdot r^2}{2} \right) + m_{\text{ст}} \cdot r^2; \quad (9)$$

$$J_c^{(3)} = J_{c_2}^{(3)} + m_3 (c c_2)^2; \quad (10)$$

$$J_{c_2}^{(3)} = J_{B_2}^{(3)} - m_3 (B_2 c_2)^2; \quad (11)$$

$$J_c^{(3)} = J_{B_2}^{(3)} - m_3 \left((B_2 c_2)^2 - (c c_2)^2 \right); \quad (12)$$

$$J_{B_2}^{(3)} = \frac{m_3 \cdot r^2}{2}. \quad (13)$$

где m_d — масса днища барабана, кг; $m_{\text{ст}}$ — масса стенки барабана, кг.

В период пуска подводимая к мельнице энергия расходуется на ускорение вращения ведущего звена — водила — и преодоление сопротивления движению сил трения в узлах водила и размольных барабанов.

Момент M_{np} определяется по формуле (14) из условия равенства мощностей приведенного момента сил, действующего на звено приведения, и мощностей всех сил и моментов, приложенных к звеньям планетарной мельницы:

$$M_{np} \cdot \omega_1 = M_0 \cdot \omega_1 - M_{\text{тр.}A} \cdot \omega_1 - M_{\text{тр.}B_1} \cdot \omega_r - M_{\text{тр.}B_2} \cdot \omega_r, \quad (14)$$

где M_0 — крутящий момент, приложенный к водилу в начальный момент движения, Н·м; $M_{\text{тр.}A}$ — момент сил трения на валу водила, Н·м; $M_{\text{тр.}B_1}, M_{\text{тр.}B_2}$ — моменты сил трения на валах помольных барабанов, Н·м; ω_r — относительная угловая скорость барабана, Н·м:

$$\omega_r = \omega_2 - \omega_1 = \omega_1 \frac{R+r}{r} - \omega_1 = \omega_1 \frac{R}{r}. \quad (15)$$

Для определения M_{np} на осях A и B нужно знать нагрузку на эти оси. Ее найдем, используя принцип Даламбера согласно рисунку 3. Так как в начальный момент движения мельницы $\omega_0 = 0$, то на движущиеся точки механической системы центробежные силы не действуют. Учитываем только касательную составляющую главного вектора сил инерции.

Рассмотрим равновесие каждой части мельницы по отдельности — водила (рисунок 4), левого барабана (рисунок 5 а) и правого барабана (см. рисунок 5 б).

Согласно расчетной схеме для водила (см. рисунок 4) запишем систему уравнений:

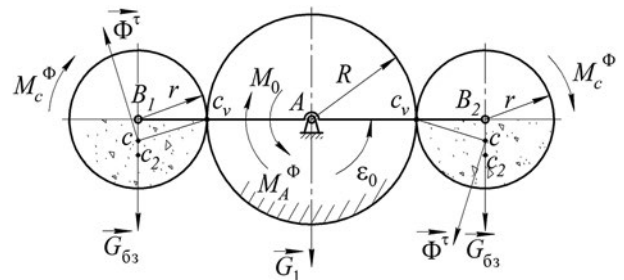


Рисунок 3 — Схема нагружения планетарной мельницы в начальный момент движения
Figure 3 — Scheme of loading the planetary mill at the initial moment of movement

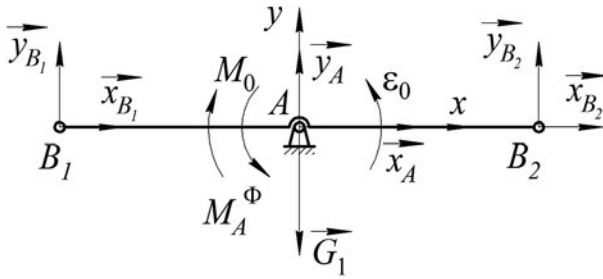


Рисунок 4 — Расчетная схема водила
Figure 4 — Carrier calculation scheme

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & X_{B_1} + X_A + X_{B_2} = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & Y_{B_1} + Y_A + Y_{B_2} - G_1 = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_A(\vec{F}_k) = 0 & M + Y_{B_2}(R+r) - M_A^\Phi - Y_{B_1}(R+r) = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Запишем системы уравнений для левого (17) и правого (18) помольных барабанов согласно расчетным схемам (см. рисунок 5):

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & -X_{B_1} - N_1 - \Phi^\tau \cdot \sin \beta = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & F_1 + \Phi^\tau \cdot \cos \beta - Y_{B_1} - G_{\sigma_3} = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_{B_1}(\vec{F}_k) = 0 & F_1 \cdot r - M_C^\Phi - \Phi^\tau \cdot \sin \beta \cdot B_1 C = 0; \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & N_2 - X_{B_2} - \Phi^\tau \cdot \sin \beta = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & -F_2 - Y_{B_2} - G_{\sigma_3} - \Phi^\tau \cdot \cos \beta = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_{B_2}(\vec{F}_k) = 0 & F_2 \cdot r - M_C^\Phi - \Phi^\tau \cdot \sin \beta \cdot B_2 C = 0. \end{cases} \quad (18)$$

При решении систем уравнений (16)–(18) следует учесть следующие дополнительные соотношения:

$$\begin{aligned} N_1 &= F_1 \cdot \operatorname{tg} 20; N_2 = F_2 \cdot \operatorname{tg} 20; \Phi^\tau = m_{\sigma_3} \cdot a_c^\tau; \\ a_c^\tau &= \varepsilon_2 \cdot c_v \cdot c = \varepsilon_0 \cdot \frac{R+r}{r} \cdot \sqrt{r^2 + (Bc)^2}; \\ M_A^\Phi &= J_1 \cdot \varepsilon_0; M_c^\Phi = J_c \cdot \varepsilon_2 = J_c \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{R+r}{r}. \end{aligned} \quad (19)$$

После определения реакций и моментов трения найдем крутящий момент M на валу водила в начале пуска барабанной мельницы по формуле:

$$M = M_{\text{пр}} + M_{\text{тр.А}} + M_{\text{тр.В}_1} \frac{R}{r} + M_{\text{тр.В}_2} \frac{R}{r}. \quad (20)$$

При этом приведенный момент сил $M_{\text{пр}}$ и моменты сил трения $M_{\text{тр}}$ в пунктах A , B_1 и B_2 определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} M_{\text{пр}} &= J_{\text{пр}} \cdot \varepsilon_0; M_{\text{тр.А}} = 2R_A \cdot f \cdot \frac{d_A}{2} = R_A \cdot f \cdot d_A; \\ M_{\text{тр.В}_1} &= R_{B_1} \cdot f \cdot \frac{d_{B_1}}{2}; M_{\text{тр.В}_2} = R_{B_2} \cdot f \cdot \frac{d_{B_2}}{2}. \end{aligned} \quad (21)$$

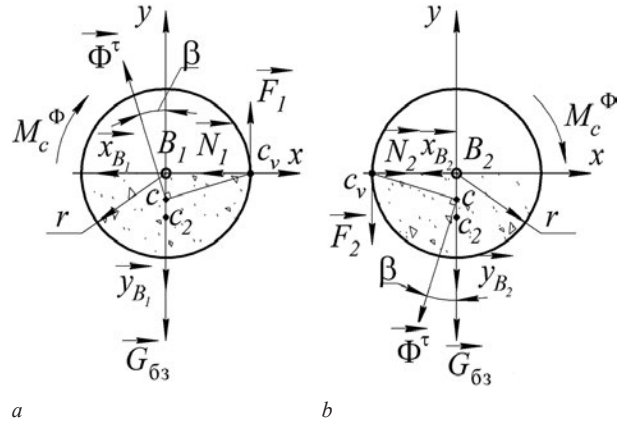


Рисунок 5 — Расчетная схема для левого и правого барабанов:
a — левый помольный барабан; b — правый помольный барабан
Figure 5 — Calculation scheme for the left and right drums:
a — left grinding drum; b — right grinding drum

Получили зависимость начального крутящего момента M от величины начального углового ускорения ε_0 , которое может быть различным в зависимости от времени разгона t_p до требуемой угловой скорости ω_y установившегося движения и от принятого закона изменения ε .

Примем, что угловое ускорение изменяется на этапе пуска по закону [11, 15]:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot e^{-t}.$$

Тогда

$$\omega = \varepsilon_0 \int_0^t e^{-t} dt = \varepsilon_0 (1 - e^{-t}).$$

Будем считать, что угловая скорость достигает значения ω_y , когда угловое ускорение $\varepsilon = 0,01 \cdot \varepsilon_0$, то есть практически приближается к нулю. В этом случае $0,01 \cdot \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \cdot e^{-t}$ и время разгона составит $t_p = 4,6$ с, что подтверждается графическими зависимостями (рисунок 6).

При работе мельницы в установившемся режиме подводимая мощность расходуется только на преодоление сил трения. Симметрично расположенные относительно горизонтальной оси

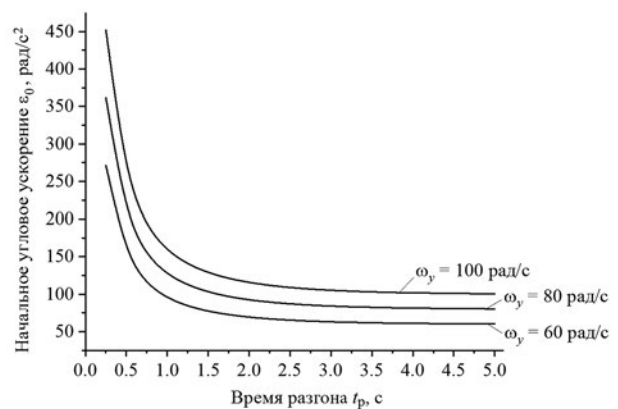


Рисунок 6 — Зависимость начального углового ускорения ε_0 от времени разгона t_p при различных угловых скоростях ω_y
Figure 6 — Dependence of the initial angular acceleration ε_0 on the acceleration time t_p at different angular velocities ω_y

вращения водила развольные барабаны не создают дополнительных трудностей при их движении (рисунок 7). Их силы тяжести (с загрузкой) создают только нагрузки на оси вращения, что учитывается через силы трения в цапфах.

Приведенный момент инерции звена привода (водила) определяем как и в случае начала движения мельницы, учитывая только изменившееся расстояние $c_v c$:

$$V_c = \omega_2 \cdot c_v \cdot c = \omega_1 \frac{R+r}{r} \sqrt{r^2 + (B_2 c)^2 - 2r \cdot B_2 c \cdot \cos(90^\circ + \alpha)}; \quad (22)$$

$$J_{np} = 2 \left(J_1 + m_{\text{б3}} \frac{V_c^2}{\omega_y^2} + J_c \frac{\omega_2^2}{\omega_y^2} \right). \quad (23)$$

При вычислении приведенного момента сил учитываем, что угловое ускорение ε при установившемся движении практически отсутствует и им можно пренебречь. Поэтому на барабанах с загрузкой показано действие только центробежной составляющей главного вектора сил инерции (см. рисунок 7).

Ранее приняли, что угловое ускорение ε составляет 1 % от начального ε_0 , поэтому приведенный момент сил будет равен:

$$M_{np} = J_{np} \cdot 0,01 \cdot \varepsilon_0 = 0,793 \cdot J_{np}. \quad (24)$$

Центробежную силу, приложенную в центре масс барабана с загрузкой, представляем в виде двух составляющих: переносной Φ_e^n и относительной Φ_r^n .

$$\Phi_e^n = m_{\text{б3}} \cdot \omega_2^2 \cdot (R+r); \quad \Phi_r^n = m_{\text{б3}} \cdot \omega_2^2 \cdot B_1 C. \quad (25)$$

Для определения моментов сил трения в цапфах A и B вычисляем нагрузки на оси валов водила и барабанов согласно расчетным схемам, приведенным на рисунках 8 и 9.

Согласно расчетной схеме для водила (см. рисунок 8) запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & X_{B_1} + X_A + X_{B_2} - G_1 \cdot \sin \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & Y_{B_1} + Y_A + Y_{B_2} - G_1 \cdot \cos \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_A(\vec{F}_k) = 0 & M + Y_{B_2} \cdot (R+r) - Y_{B_1} \cdot (R+r) = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Запишем системы уравнений в установившемся режиме работы мельницы для левого (27) и правого (28) помольных барабанов согласно расчетным схемам (см. рисунок 9):

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & X_{B_1} + N_1 + \Phi_e^n + \Phi_r^n \cdot \sin \alpha + G_{\text{б3}} \cdot \sin \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & F_1 - Y_{B_1} + \Phi_r^n \cdot \cos \alpha - G_{\text{б3}} \cdot \cos \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_{B_1}(\vec{F}_k) = 0 & F_1 \cdot r + G_{\text{б3}} \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot c_{B_1} + \Phi_e^n \cdot c_{B_1} \cdot \cos \alpha = 0; \end{cases} \quad (27)$$

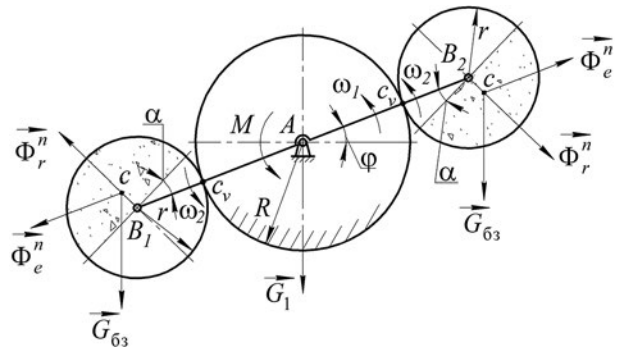


Рисунок 7 — Схема нагружения планетарной мельницы в установившемся режиме
Figure 7 — Scheme of loading the planetary mill in steady-state mode

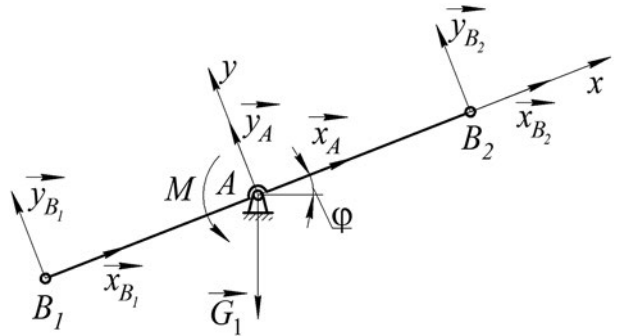


Рисунок 8 — Расчетная схема водила в установившемся режиме движения
Figure 8 — Carrier calculation scheme at the steady-state mode of movement

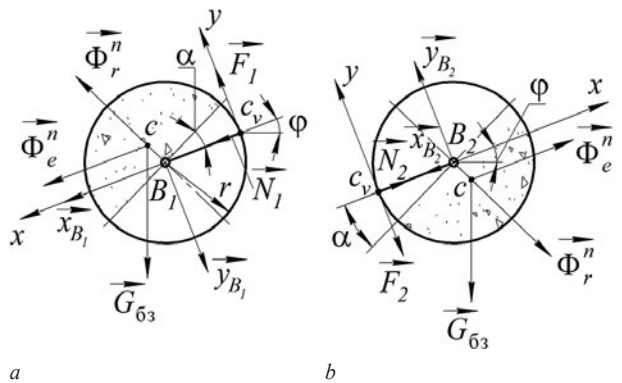


Рисунок 9 — Расчетная схема для левого и правого барабанов в установившемся режиме работы: а — левый помольный барабан; б — правый помольный барабан
Figure 9 — Calculation scheme for the left and right drums in the steady-state operation: а — left grinding drum; б — right grinding drum

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & N_2 - X_{B_2} + \Phi_e^n + \Phi_r^n \cdot \sin \alpha - G_{\text{б3}} \cdot \sin \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & -F_2 + Y_{B_2} - \Phi_r^n \cdot \cos \alpha - G_{\text{б3}} \cdot \cos \varphi = 0, \\ \sum_{k=1}^n m_{B_2}(\vec{F}_k) = 0 & F_2 \cdot r - G_{\text{б3}} \cdot B_2 c \cdot \sin(\alpha + \varphi) + \Phi_e^n \cdot B_2 c \cdot \cos \alpha = 0. \end{cases} \quad (28)$$

Руководствуясь зависимостями (19)–(21), аналогично можно получить выражение для расчета крутящего момента M .

На рисунке 10 представлена зависимость крутящего момента M от времени разгона t_p при

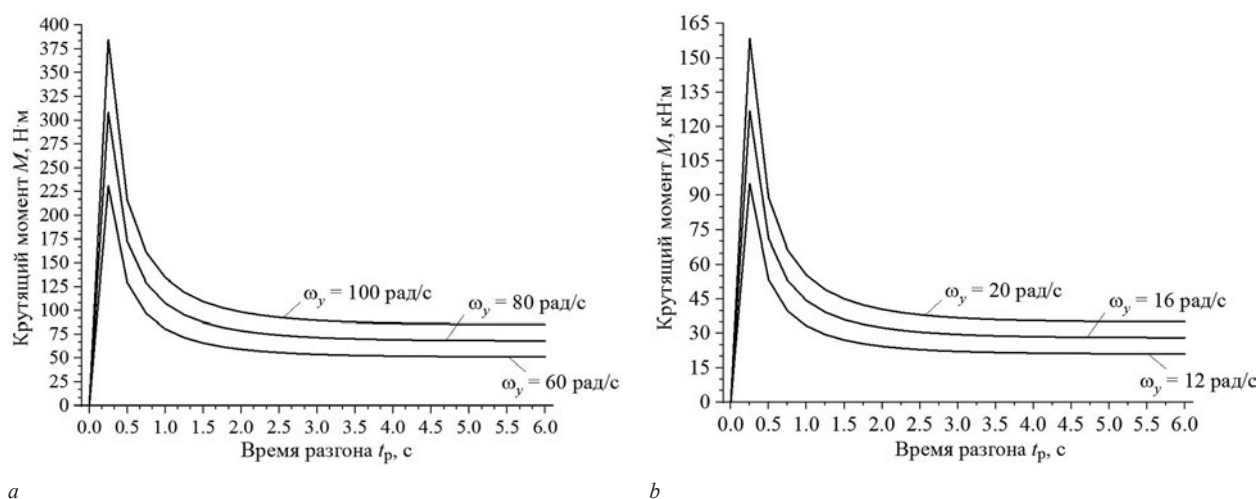


Рисунок 10 — Зависимость крутящего момента M от времени разгона t_p при различных угловых скоростях ω_y :

a — размер помольного барабана 100×200 мм; b — 500×1000 мм

Figure 10 — Dependence of the torque M on the acceleration time t_p at different angular velocities ω_y ; a — size of the grinding drum is 100×200 mm; b — 500×1000 mm

различных угловых скоростях ω_y , которая рассчитана по представленной выше методике для двух различных планетарных мельниц с размерами помольного барабана $D \times L$ — 100×200 и 500×1000 мм. При построении графиков принималось, что степень заполнения барабана составляла 50%. Также при масштабировании учитывалось постоянство центробежного фактора для планетарных мельниц [17], который выражается в пропорциональном уменьшении линейной скорости водила с увеличением геометрических размеров помольных барабанов.

Расчетные зависимости (см. рисунок 10) дают реальную картину изменения крутящего момента, а значит, и мощности во время разгона планетарной мельницы. Видно, что 5-кратное увеличение диаметра помольных барабанов при сохранении соотношения L/D приводит к значительному повышению крутящего момента. Вместе с тем характер его изменения в пусковой период при динамическом подобии (постоянстве центробежного фактора) идентичен для обоих вариантов. Пиковые нагрузки в начале разгона примерно в 4 раза выше, чем в установившемся режиме и пропорциональны угловой скорости стабильного режима. Они возникают в период 0,3–0,4 с от начала запуска двигателя. Стабильный режим движения независимо от размеров и массы планетарной мельницы достигается примерно через 3 с от начала движения. Значения пиковых нагрузок и времени разгона свидетельствует о том, что расчет мощности приводного двигателя и его подбор для планетарной мельницы можно производить по крутящему моменту и угловой скорости для установившегося режима.

Заключение. В работе проведен анализ изменения динамических нагрузок в узлах горизонтальной планетарной мельницы с внешней обкаткой, основанный на решении уравнений

кинетостатики, для начала ее работы и установившегося движения помольных барабанов. Основными факторами, влияющими на эти нагрузки, являются частота вращения и геометрические параметры мельницы. Апробация динамической модели позволила установить, что характер изменения крутящего момента во время разгона при динамическом подобии не зависит от геометрических размеров планетарной мельницы. При этом стабильный режим движения наступает в среднем через 3 с, а пиковые нагрузки в этот период возрастают не более чем в 4 раза, что указывает на возможность использования в приводе планетарных мельниц типовых механических передач.

Список литературы

1. Вайтехович, П.Е. Интенсификация и моделирование процессов диспергирования в поле инерционных сил / П.Е. Вайтехович. — Минск: БГТУ, 2008. — 218 с.
2. Вайтехович, П.Е. Эффективность разрушающего воздействия мелющих тел в горизонтальной планетарной мельнице / П.Е. Вайтехович, Г.М. Хвесько, П.С. Козлов // Труды БГТУ. № 3. Химия и технология неорганических веществ. — 2013. — С. 182–187.
3. Biocompatible polymer composites based on ultrahigh molecular weight polyethylene perspective for cartilage defects replacement / F.S. Sanatov [et al.] // Journal of alloys and compounds. — 2014. — Vol. 586. — Pp. 544–547. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2012.10.014>
4. Ядыкина, В.В. Влияние активности наполнителей из техногенного кремнеземсодержащего сырья на прочность цементных систем / В.В. Ядыкина, А.И. Траутвин // Фундаментальные исследования. — 2015. — № 5, ч. 1. — С. 174–179.
5. Sundararajan, T. Spark plasma sintering of microwave processed nanocrystalline barium titanate and their characterizations / T. Sundararajan, B.S. Prabu // Materials chemistry and physics. — 2013. — No. 139. — Pp. 465–470.
6. Структурно-морфологические изменения в системе гидроксид титана — кремнезем-натриевая щелочь в условиях ультраизмельчения / Л.Г. Герасимова [и др.] // Перспективные материалы. — 2014. — № 10. — С. 72–78.
7. Семенов, Д.В. Эффективность процесса помола в планетарных мельницах с горизонтальным расположением барабанов при водопадном режиме / Д.В. Семенов, П.Е. Вайтехович, Д.В. Юхевич // Научни дни – 2008. Технология:

- материалы МНТК. София, 1–15 апр. 2008 г. / ООД «Бял-ГРАД-БГ»; редкол.: М.Т. Петков [и др.]. — София, 2008. — Т. 16. — С. 59–63.
8. Кочнев, В.Г. Планетарные мельницы для тонкого и сверхтонкого помола / В.Г. Кочнев, С.А. Симанкин // Горный журнал. — 1997. — № 3. — С. 47–48.
 9. Бушуев, Л.П. О движении загрузки в барабанах планетарной центробежной мельницы / Л.П. Бушуев // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. — 1961. — № 1. — С. 167–169.
 10. Даброборский, Г.А. Определение основных режимов движения загрузки в барабанах многобарабанной планетарно-центробежной мельницы с вертикальными осями / Г.А. Даброборский, Л.М. Лянсберг, А.Н. Рабин // Изв. вузов. Горный журнал. — 1993. — № 1. — С. 85–89.
 11. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов / С.М. Тарг. — 20-е изд., стер. — М.: Высш. шк., 2010. — 416 с.
 12. Вайтехович, П.Е. Особенности движения загрузки в планетарных мельницах с внутренней обкаткой / П.Е. Вайтехович, Д.В. Семенов // Теоретические основы хим. технологии. — 2005. — Т. 39, № 5. — С. 568–572.
 13. Вайтехович, П.Е. Влияние взаимодействия между мелющими телами на характер их движения в планетарной мельнице / П.Е. Вайтехович, Д.В. Семенов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. — 2010. — № 9. — С. 13–15.
 14. Вайтехович, П.Е. Влияние геометрических параметров привода на динамику планетарных мельниц с внутренней обкаткой / П.Е. Вайтехович, Д.В. Семенов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. — 2004. — № 7. — С. 6–8.
 15. Вайтехович, П.Е. Определение динамических нагрузок на опорные узлы при ременном приводе планетарной мельницы / П.Е. Вайтехович, Г.М. Хвесько, Д.Н. Боровский // Труды БГТУ. Серия III. Химия и технология неорганических веществ. — 2016. — № 3(185). — С. 122–126.
 16. Влияние конструктивных и технологических параметров на динамические нагрузки в элементах планетарной мельницы с ременным приводом / П.Е. Вайтехович [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2017. — № 4(41). — С. 43–50.
 17. Вайтехович, П.Е. Критерии оценки силового инерционного воздействия в средне- и быстроходных измельчающих агрегатах / П.Е. Вайтехович // Химическое и нефтегазовое машиностроение. — 2011. — № 4. — С. 25–28.

KHVES'KO Gennadiy M., Ph. D. in Eng.

Associate Professor of the Department of Mechanics and Engineering¹
E-mail: hveskog@belstu.by

VAITEKHOVICH Petr E., D. Sc. in Eng., Prof.

Professor of the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Production¹
E-mail: vpe51@mail.ru

BOROVSKIY Denis N., Ph. D. in Eng.

Associate Professor of the Department of Machines and Apparatus for Chemical and Silicate Production¹
E-mail: dzianis23@rambler.ru

¹Belarusian State Technological University, Minsk, Republic of Belarus

Received 01 March 2022.

DYNAMIC MODEL OF A HORIZONTAL PLANETARY MILL

Issues are considered that are associated with the determination of dynamic loads encountered in moving units of the planetary mill. A horizontal planetary mill was chosen for compiling a dynamic model, as it has a great potential for organizing a closed grinding cycle with continuous loading and unloading of material. Calculation schemes were drawn up in moving units at the moments of the beginning of its operation and the steady movement of the grinding drums. Using the d'Alembert principle, taking into account the geometric parameters of the grinding unit, the reduced moments of inertia and moments of forces, as well as the acceleration time from a state of rest until the carrier reached a steady angular velocity, were determined. From the condition of equality of the power of the reduced moment of forces acting on the link of reduction, and the power of all forces and moments applied to the links of the planetary mill, the initial torque applied to the carrier was determined, which is necessary in the future to determine the power expended both at the moment of starting the mill, and at the time of its stable operation. It is shown that the initial torque depends on the value of the initial angular acceleration, which, in turn, can be different depending on the accepted law for changing the angular acceleration and the acceleration time to the required angular velocity of steady motion. It is also indicated that during the start-up period, the power supplied to the mill is spent on accelerating the rotation of the leading link and on overcoming various resistances such as friction forces in the units of the carrier and grinding drums.

Keywords: planetary mill, rotation frequency, moment of inertia, moment of forces, acceleration time, steady movements, angular velocity, dynamic loads, support reaction

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-2-59-31-38>

References

- Vaytekhovich P.E. *Intensifikatsiya i modelirovanie protsessov dispergirovaniya v pole inertsionnykh sil* [Intensification and modeling of dispersion processes in the field of inertial forces]. Minsk, Belorusskiy gosudarstvennyy tekhnologicheskiy universitet Publ., 2008. 220 p. (in Russ.).
- Vaytekhovich P.E., Khvesko G.M., Kozlov P.S. Effektivnost razrushayushchego vozdeystviya melyushchikh tel v gorizontальной planetarnoy melnitse [Destructive efficiency of grinding media in horizontal planetary mill]. *Proceedings of BSTU. No. 3. Chemistry and technology of inorganic substances*, 2013, pp. 182–187 (in Russ.).
- Senatov F.S., Gorshenkov M.V., Kaloshkin S.D., Tcherdyn-tsev V.V., Anisimova N.Yu., Kopylov A.N., Kiselevsky M.V. Biocompatible polymer composites based on ultrahigh molecular weight polyethylene perspective for cartilage defects replacement. *Journal of alloys and compounds*, 2014, vol. 586, sup. 1, pp. 544–547. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2012.10.014>.
- Yadykina V.V., Trautvain A.I. Vliyanie aktivnosti napolnitateley iz tekhnogennoy kremnezemsoderzhashchego syrnya na prochnost tsementnykh sistem [The influence of the active filler based on the technogenic siliceous raw materials on the strength cement systems]. *Fundamental research*, 2015, no. 5, part 1, pp. 174–179 (in Russ.).
- Sundararajan T., Prabu S.B. Spark plasma sintering of microwave processed nanocrystalline barium titanate and their characterizations. *Materials chemistry and physics*, 2013, vol. 139, iss. 2–3, pp. 465–470. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2013.01.026>.
- Gerasimova L.G., Kuzmich Yu.V., Shchukina E.S., Semushin V.V. Strukturno-morfologicheskie izmeneniya v sisteme gidrooksid titana — kremnezem-natrievaya shcheloch v usloviyakh ultraizmelcheniya [Structural and morphological changes in titanium hydroxide – silica – sodium alkali system under ultramilling conditions]. *Perspektivnye materialy*, 2014, no. 10, pp. 72–78 (in Russ.).
- Semenenko D.V., Vaytekhovich P.E., Yuhnevich D.V. Effektivnost protsessa pomola v planetarnykh melnitsakh s gorizontальnym raspolozheniem barabanov pri vodopadnom rezhime [The effectiveness of the grinding process in planetary mills with horizontal drums with waterfall mode]. *Materialy MNTK "Nauchnye dni – 2008. Tekhnologiya"* [Proc. International scientific and technical conference "Scientific days – 2008. Technology"]. Sofia, 2008, pp. 59–63 (in Russ.).
- Kochnev V.G., Simankin S.A. Planetarnye melnitsy dlya tonkogo i sverkh-tonkogo pomola [Planetary mills for fine and extra fine grinding]. *Gornyy zhurnal*, 1997, no. 3, pp. 47–48 (in Russ.).
- Bushuev L.P. O dvizhenii zagruzki v barabanakh planetarnoy tsentrobeznoy melnitsy [On the movement of the load in the drums of a planetary centrifugal mill]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk. Mekhanika i mashinostroenie*, 1961, no. 1, pp. 167–169 (in Russ.).
- Dabroborskiy G.A., Lyansberg L.M., Rabin A.N. Opredelenie osnovnykh rezhimov dvizheniya zagruzki v barabanakh mnogobarabannoy planetarno-tsentrobeznoy melnitsy s vertikalnymi osyami [Determination of the main modes of movement of the load in the drums of a multi-drum planetary centrifugal mill with vertical axes]. *Izvestiya vuzov. Gornyy zhurnal*, 1993, no. 1, pp. 85–89 (in Russ.).
- Targ S.M. *Kratkiy kurs teoreticheskoy mekhaniki* [Short course in theoretical mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2010. 416 p. (in Russ.).
- Vaytekhovich P.E., Semenenko D.V. Osobennosti dvizheniya zagruzki v planetarnykh melnitsakh s vnutrenney obkatkoy [Specific features of the motion of the charge in inner-rolling planetary mills]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2005, vol. 39, no. 5, pp. 568–572 (in Russ.).
- Vaytekhovich P.Ye., Semenenko D.V. Vliyanie vzaimodeystviya mezhdru melyushchimi telami na kharakter ikh dvizheniya v planetarnoy melnitse [Influence of grinding bodies interaction to the character of movement in triple motion agitator]. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2010, no. 9, pp. 13–15 (in Russ.).
- Vaytekhovich P.E., Semenenko D.V. Vliyanie geometricheskikh parametrov privoda na dinamiku planetarnykh melnits s vnutrenney obkatkoy [Influence of driver's geometrical parameters to the dynamics of planetary drillers with inner break-in]. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2004, no. 7, pp. 6–8 (in Russ.).
- Vaytekhovich P.Ye., Khves'ko G.M., Borovskiy D.N. Opredelenie dinamicheskikh nagruzok na opornye uzly pri remennom privode planetarnoy melnitsy [Determination dynamic loads on the support assemblies when belt drive planetary mill]. *Proceedings of BSTU. No. 3. Chemistry and technology of inorganic substances*, 2016, no. 3(185), pp. 122–126 (in Russ.).
- Vaytekhovich P.E., Khves'ko G.M., Borovskiy D.N., Ilyashenko E.O. Vliyanie konstruktivnykh i tekhnologicheskikh parametrov na dinamicheskie nagruzki v elementakh planetarnoy melnitsy s remennym privodom [The influence of constructive and technological parameters on dynamic loads in elements of a planetary mill with a belt drive]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2017, no. 4(41), pp. 43–50 (in Russ.).
- Vaytekhovich P.E. Kriterii otsenki silovogo inertsionnogo vozdeystviya v sredne- i bystrokhodnykh izmelchayushchikh agregatakh [Criteria for evaluating the force inertial impact in medium- and high-speed grinding units]. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2011, no. 4, pp. 25–28 (in Russ.).