



МЕХАНИКА МОБИЛЬНЫХ МАШИН

УДК 621.833.65:534

Н.Н. ИШИН, д-р техн. наук, доц.
начальник НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: ishin@oim.by

А.М. ГОМАН, канд. техн. наук, доц.
начальник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин¹
E-mail: ark.goman@gmail.com

А.С. СКОРОХОДОВ, канд. техн. наук
ведущий научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин¹
E-mail: skanst@yandex.ru

В.В. ШПОРТЬКО
научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин¹
E-mail: llii7pot@yandex.ru

Г.Я. ПАНОВКО, д-р. техн. наук, проф.
главный научный сотрудник²
E-mail: gpanovko@imash.ru

С.А. ШИШКО
заместитель главного конструктора³
E-mail: kbst@belaz.minsk.by

П.Г. КАРПОВИЧ
начальник конструкторского бюро³
E-mail: ogk@belaz.minsk.by

¹Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск, Республика Беларусь

²Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Российская Федерация

³ОАО «БЕЛАЗ» — управляющая компания холдинга «БЕЛАЗ-ХОЛДИНГ», г. Жодино, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 20.04.2022.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ МОДАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАНЕТАРНЫХ РЕДУКТОРОВ МОТОР-КОЛЕС КАРЬЕРНЫХ САМОСВАЛОВ ПРИ ИХ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ ВИБРОДИАГНОСТИКЕ

Диагностика технического состояния планетарных редукторов мотор-колес электромеханических силовых установок карьерных самосвалов требует исследования динамических процессов, вызываемых ударными импульсами в зубчатых зацеплениях при пересопряжении зубьев. Уровни возникающих вибраций определяются собственными частотами и формами колебаний редуктора. В статье изложена методика расчета, базирующаяся на исследовании разработанной динамической модели двухрядного планетарного редуктора мотор-колеса, описывающей крутильные колебания его элементов и отличающейся от известных учетом сложного движения сателлитов планетарного ряда, оси которых совершают вращение вместе с водилом. Расчет собственных частот и форм колебаний сводится к вычислению собственных значений и векторов матрицы специального вида на основе применения итерационного численного метода вращений Якоби. В качестве примера приведен расчет для зубчатых колес редуктора мотор-колеса карьерных самосвалов БЕЛАЗ серий 7530 и 7531 грузоподъемностью 220 и 240 тонн соответственно. Выполненный расчет собственных ча-

стот редуктора позволяет определить те гармонические составляющие возбуждающих вибрации возмущений в виде ударных импульсов, которые вызывают в механизме резонансные явления, способствующие значительному повышению уровней динамических нагрузок и ускоряющие процессы расходования ресурса зубчатых передач. Кроме того, анализ параметров собственных форм дает возможность установить элементы редуктора с наибольшей виброактивностью и отслеживать в процессе вибромониторинга техническое состояние зубчатых передач, лимитирующих надежность механизма.

Ключевые слова: карьерный самосвал, редуктор мотор-колеса, планетарная зубчатая передача, динамическая модель, собственные частоты и формы колебаний, диагностика технического состояния

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-3-60-24-34>

Введение. Основной тенденцией развития технической диагностики в настоящее время является превращение диагностических средств в информационно-диагностические системы, интегрируемые в информационно-управляющие комплексы. При этом оценка технического состояния и остаточного ресурса технически сложных изделий и их наиболее ответственных узлов, осуществляемая в автоматическом режиме, является непременной составляющей создаваемых цифровых моделей транспортных средств — так называемых «цифровых теней» и «цифровых двойников» [1, 2]. Связано это с тем, что основной задачей таких «цифровых двойников» является непрерывное прогнозирование состояния технически сложных изделий, оставшегося срока полезного использования и вероятности безаварийной и безопасной работы.

Анализ литературных источников показывает, что при обработке сигналов вибрации, применяемых для выявления и локализации дефектов зубчатых приводов, имеет место использование теории вибрационного поля и свойств виброакустического канала, являющихся одними из базовых понятий в вибродиагностике [3, 4].

При этом, с точки зрения виброакустической диагностики зубчатых передач, их «цифровым двойником» является динамическая модель редукторного узла. Для исследования динамических процессов в планетарных редукторах обычно применяются два типа динамических моделей: модели с сосредоточенными параметрами, в которых зубчатое зацепление представляется в виде жестких дисков, соединенных упругодемпфирующей связью, и модели, основанные на использовании метода конечных элементов (МКЭ). Недостатком способа моделирования планетарного редуктора с помощью МКЭ в динамической постановке для большого числа контактных пар являются значительные временные затраты и высокие требования к вычислительной технике. Поэтому чаще рассматривают динамическую модель планетарного редуктора, сочетающую преимущества моделирования зацепления зубчатых колес и решения задач динамики аналитическими методами. Для такой

модели исследуются параметрические колебания системы с кинематическим возбуждением за счет переменной жесткости зацепления и нелинейными эффектами, определяемыми моделированием условия потери контакта зубьев.

Динамическая модель пары зубчатых колес, позволяющая одновременно учитывать крутильные колебания и поперечные колебания вдоль линии зацепления, рассмотрена в работах [5–7]. Вынужденные колебания в принятой схеме описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Динамическое возбуждающее воздействие в зубчатом зацеплении представлялось в виде периодически повторяющихся ударных импульсов. В первом приближении форма импульса динамического воздействия зубьев принималась прямоугольной. При этом амплитуда и время действия импульсов задавались априори по приближенным зависимостям, не учитывающим погрешности изготовления зубчатых колес, скорости соударения зубьев, геометрию зубчатого зацепления.

Динамическая модель механизмов многоступенчатых зубчатых передач с неподвижными осями при представлении зубчатых колес в виде твердых тел сводится к многомассовой системе, расчет которой с применением персонального компьютера не представляет особых затруднений. Результаты теоретических и экспериментальных исследований динамических процессов, происходящих в редукторных системах, численные методы расчета вынужденных колебаний и собственных частот содержатся в сборниках статей [8, 9].

Динамические процессы планетарных редукторов описываются с помощью модели, состоящей из элементов с сосредоточенными параметрами, в которой водило и зубчатые передачи рассматриваются как твердые тела, совершающие колебания на упругих связях (зубчатых зацеплениях, опорах), так и элементов с распределенными инерционными и жесткостными параметрами в случае, если коронная шестерня является достаточно гибким элементом [6, 8, 9]. В указанных работах проведено исследование свободных и вынужден-

ных колебаний планетарных редукторов методом динамических податливостей, предполагающее разбиение системы на простые подсистемы, связанные условиями совместности деформаций. Динамическое состояние каждой из подсистем описывается соответствующими дифференциальными уравнениями. МКЭ, позволяющий учитывать податливость всех элементов, использован для исследования динамических процессов в планетарных механизмах в работах [10–12]. В статьях [13, 14] разработана гибридная динамическая модель планетарного редуктора привода вентилятора газотурбинного двигателя, основанная на моделировании зацепления зубчатых колес с помощью МКЭ и решении задач динамики аналитическими методами. В работе [15] проведено моделирование переходных процессов при трогании и разгоне карьерного самосвала БЕЛАЗ-75131 с электромотор-колесами на основе представления планетарного двухрядного редуктора мотор-колеса (РМК) в виде динамической модели с сосредоточенными параметрами, теоретически и экспериментально определены собственные частоты редуктора.

В ряде работ [16–19] исследуются вибрации элементов зубчатых механизмов, вызванные импульсами сил, возникающими при внезапном изменении жесткости зубчатого зацепления или внезапном изменении жесткости контакта из-за наличия дефекта в зацеплении.

Характерной особенностью зубчатых механизмов является то, что их функционирование всегда сопровождается ударным взаимодействием зубьев [20]. Параметры импульсных вибраций тесно связаны с динамической нагруженностью зубчатых сопряжений, дефектами зацепления и поэтому могут служить достоверными диагностическими признаками технического состояния зубчатых передач.

В свою очередь, возмущающие импульсные силы приводят к вибрации деталей машин, распространяющейся от точки приложения сил в элементы соседствующих конструкций или непосредственно в воздушную среду. Таким образом, структурные параметры технического состояния машин проявляются в виде динамических воздействий, возбуждающих вибрацию в зонах контакта деталей [21], и далее вибрация в виде волн распространяется по конструкциям, достигает поверхности корпуса узла и измеряется при диагностировании.

Для эффективного диагностирования сложных технических систем на ранних стадиях зарождения повреждений также нередко прибегают к численному моделированию. Так, в [22] на примере пятиступенчатой механической синхронизированной коробки передач описана методика исследования в программной среде COMSOL Multiphysics, включающего прочностной анализ механического контакта зубчатого зацепления, анализ динамики

многомассовой системы редуктора в сборе и виброакустический анализ работающей коробки передач.

Постановка задачи. Цель данной работы состоит в разработке методики расчета собственных частот и форм крутильных колебаний элементов двухрядного планетарного РМК самосвала БЕЛАЗ, позволяющей определить амплитуды гармонических составляющих ударных импульсов, вызывающих в механизме резонансные явления, которые способствуют существенному повышению уровней динамических нагрузок и ускоряют процессы расходования ресурса зубчатых передач.

Методический подход к исследованию вибрационных процессов в зубчатых приводных механизмах. Разработка динамической модели проводится на основе методического подхода, изложенного в [20]. Суть его заключается в том, что при исследовании виброактивности приводных зубчатых механизмов устанавливается область рабочего диапазона частот главных возбуждающих вибрации возмущений. В зубчатом зацеплении динамическое возмущающее воздействие представляется в виде периодически повторяющихся ударных импульсов с зубцовой и кратными ей частотами. Далее проводится динамический анализ зубчатого механизма и определяются его собственные частоты. Спектральный анализ ударных импульсов позволяет выделить те гармонические составляющие, которые производят в приводном механизме возмущающее воздействие на собственных частотах.

Обоснование предложенного подхода может быть дано на основе представления упругой системы механизма в виде набора гармонических осцилляторов [23], интерпретирующих рассматриваемый в теории колебаний процесс разложения колебаний по собственным формам. В этом случае снимаемый с корпуса механизма виброакустический сигнал является результатом колебаний осцилляторов, возбужденных на собственных частотах механизма одновременно одним или несколькими ударными импульсами [4, 24].

Износ и контактное выкрашивание зубчатых профилей изменяют условия взаимодействия зубьев, что приводит к изменению амплитуды и формы ударного импульса, а, следовательно, динамической составляющей нагрузки в зубчатом зацеплении. В свою очередь величина динамической нагруженности определяет уровень виброакустической активности зубчатой передачи. Это дает возможность использовать параметры вибраций, в частности амплитуды колебаний на зубцовых частотах и их гармониках, для оценки технического состояния механизма в процессе эксплуатации.

Задача установления связи между параметрами ударного импульса в зацеплении зубчатых колес и параметрами вибрационного сигнала, вос-

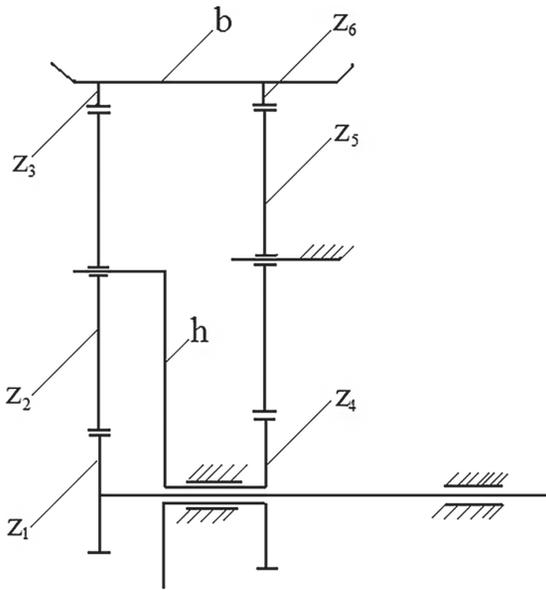


Рисунок 1 — Кинематическая схема планетарного РМК самосвалов БЕЛАЗ
 Figure 1 — Kinematic diagram of the planetary motor wheel reducer of BELAZ mining dump trucks

принимаемого вибродатчиком, решается исследованием динамического процесса распространения упругих колебаний механизма. Это позволяет по результатам замеров виброимпульсов оценить уровень нагруженности и контактные напряжения в зубчатом зацеплении, по которым прогнозируется остаточный ресурс зубчатых механизмов в процессе эксплуатации.

Динамическая схема и дифференциальные уравнения собственных (крутильных) колебаний зубчатых колес РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ. На рисунке 1 приведена кинематическая схема планетарного РМК карьерных самосвалов

БЕЛАЗ серий 7530 и 7531 грузоподъемностью 220 и 240 тонн соответственно. Обзор разработанных различными исследователями моделей и методов расчета свободных и вынужденных колебаний планетарных редукторов показал, что в их работах не учитывается сложное движение сателлитов планетарных рядов, оси которых совершают вращение вместе с водилом. Вследствие этого недостаточно точно учитываются усилия и деформации в зацеплениях центральных и коронных зубчатых колес с сателлитами, что приводит к некоторому искажению результатов моделирования происходящих в редукторе динамических процессов. Поэтому разработка динамической модели и составление уравнений движения двухрядного планетарного РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ проводятся с учетом подвижности осей вращения сателлитов.

Поскольку РМК состоит из тяжело нагруженных зубчатых передач, принимается допущение, что зацепления пар взаимодействующих зубьев в процессе их пересопряжения не нарушаются при происходящих в РМК крутильных колебаниях. Это позволяет представить РМК в виде динамической модели с сосредоточенными параметрами, состоящей из твердых тел и удерживающих упругих связей между ними.

Динамическая схема 1-го планетарного ряда РМК представлена на рисунке 2 а. Она состоит из жестких дисков 1, 2₁, 2₂, 2₃, моделирующих центральную шестерню Z₁ и сателлиты Z₂, совершающих соответственно вращательное и плоскопараллельное движения, и жесткого обода, моделирующего ступицу b ведущего колеса карьерного самосвала вместе с коронными шестернями Z₃ и Z₆ планетарных рядов, совершающего вращательное

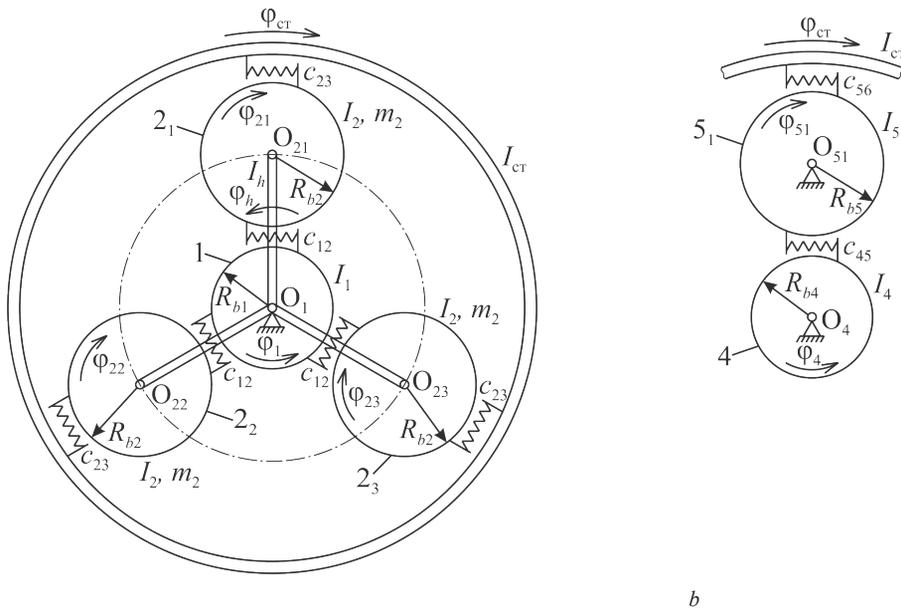


Рисунок 2 — Динамические схемы двухрядного планетарного РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ:
 а — 1-й ряд; б — 2-й ряд (часть схемы)
 Figure 2 — Dynamic schemes of the two-row planetary motor wheel reducer of BELAZ mining dump trucks:
 а — 1st row; б — 2nd row (part of the scheme)

движение. При этом диски соединены упругими связями, моделирующими зубчатые зацепления и имеющими жесткости c_{12}, c_{23} . Динамическая схема 2-го ряда отличается от схемы 1-го ряда тем, что оси сателлитов Z_5 неподвижны и жесткие диски 5, их моделирующие, совершают вращательное движение (см. рисунок 2 б; показана часть схемы, включающая один сателлит). Предполагается, что водило h 1-го ряда соединено с центральной шестерней Z_4 2-го ряда упругим валом, работающим на кручение (на рисунке 2 не показан). Необходимость введения упругой связи обусловлена наличием в конструкции РМК зубчатой муфты, податливость которой сопоставима по величине с податливостями зацеплений зубчатых колес.

За обобщенные координаты, определяющие положение элементов РМК, принимаются углы поворота центральных зубчатых колес φ_1, φ_4 , водила φ_h , ступицы ведущего колеса карьерного самосвала φ_{cr} , сателлитов 1-го ряда $\varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}$, сателлитов 2-го ряда $\varphi_{51}, \varphi_{52}, \varphi_{53}$.

Дифференциальные уравнения движения элементов РМК составляются на основе методов динамики твердого тела [25]:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 &= -c_{12} R_{b1} [3\varphi_1 R_{b1} - (\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - 3\varphi_h a_{w12}]; \\ I_2 \ddot{\varphi}_{21} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{21} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\ &\quad - c_{23} [\varphi_{21} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_{cr} (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\ I_2 \ddot{\varphi}_{22} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{22} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\ &\quad - c_{23} [\varphi_{22} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_{cr} (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\ I_2 \ddot{\varphi}_{23} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{23} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\ &\quad - c_{23} [\varphi_{23} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_{cr} (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\ I_h \ddot{\varphi}_h &= a_{w12} \{c_{23} [(\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - 3\varphi_h a_{w12} - \\ &\quad - 3\varphi_{cr} (a_{w12} + R_{b2})] + c_{12} [3\varphi_1 R_{b1} - \\ &\quad - (\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - 3\varphi_h a_{w12}]\} - c_{h4} (\varphi_h - \varphi_4); \\ I_4 \ddot{\varphi}_4 &= -c_{45} R_{b4} [3\varphi_4 R_{b4} - (\varphi_{51} + \varphi_{52} + \varphi_{53}) R_{b5}] + \\ &\quad + c_{h4} (\varphi_h - \varphi_4); \\ I_5 \ddot{\varphi}_{51} &= R_{b5} \{c_{45} (\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{51} R_{b5}) - \\ &\quad - c_{56} [\varphi_{51} R_{b5} - \varphi_{cr} (a_{w45} + R_{b5})]\}; \\ I_5 \ddot{\varphi}_{52} &= R_{b5} \{c_{45} (\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{52} R_{b5}) - \\ &\quad - c_{56} [\varphi_{52} R_{b5} - \varphi_{cr} (a_{w45} + R_{b5})]\}; \\ I_5 \ddot{\varphi}_{53} &= R_{b5} \{c_{45} (\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{53} R_{b5}) - \\ &\quad - c_{56} [\varphi_{53} R_{b5} - \varphi_{cr} (a_{w45} + R_{b5})]\}; \\ I_{cr} \ddot{\varphi}_{cr} &= \{c_{23} (a_{w12} + R_{b2}) [(\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - \\ &\quad - 3\varphi_h a_{w12} - 3\varphi_{cr} (a_{w12} + R_{b2})]\} + c_{56} \{(a_{w45} + R_{b5}) \times \\ &\quad \times [(\varphi_{51} + \varphi_{52} + \varphi_{53}) R_{b5} - 3\varphi_{cr} (a_{w45} + R_{b5})]\}. \end{aligned} \quad (1)$$

где R_{b1}, \dots, R_{b5} — радиусы основных окружностей зубчатых колес 1, ..., 5; a_{w12}, a_{w45} — межосевые расстояния зубчатых пар (1, 2) и (4, 5); I_1, I_4 — моменты инерции относительно осей вращения центральных шестерен 1, 4; I_2, I_5 — моменты инерции относительно осей вращения сателлитов 2, 5; $I_h = I'_h + 3m_2 a_{w12}^2$ — момент инерции относительно оси вращения водила 1-го ряда РМК в сборе с сателлитами, осями и подшипниками сателлитов; I'_h — момент инерции относительно оси вращения водила 1-го ряда в сборе с осями и подшипниками сателлитов; m_2 — масса сателлита 1-го ряда; I_{cr} — момент инерции относительно оси вращения ступицы ведущего колеса и жестко соединенных с ней деталей; $c_{12}, c_{23}, c_{45}, c_{56}$ — жесткости зацеплений зубчатых пар (1, 2), (2, 3), (4, 5), (5, 6), Н/м; c_{h4} — коэффициент крутильной жесткости вала, соединяющего водило 1-го ряда с центральной шестерней 2-го ряда РМК, Н·м/рад.

При составлении уравнений (1) учтено условие равенства углов поворота коронных шестерен и ступицы колеса (см. рисунок 1): $\varphi_{z3} = \varphi_{z6} = \varphi_{cr}$.

Расчет параметров динамической схемы РМК. В таблице 1 приведены параметры зубчатых колес РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ серий 7530 и 7531. Передаточное отношение РМК находится по формуле

$$\begin{aligned} U &= -\left(\frac{z_3}{z_1} + \frac{z_6}{z_4} + \frac{z_3}{z_1} \frac{z_6}{z_4}\right) = \\ &= -\left(\frac{117}{24} + \frac{84}{21} + \frac{117}{24} \frac{84}{21}\right) = -28,375. \end{aligned}$$

Межосевые расстояния зубчатых пар «центральное колесо — сателлит» и радиусы основных окружностей зубчатых колес вычисляются с учетом их смещений в соответствии с ГОСТ 16532-70 [26]: $a_{w12} = 284,384$ мм; $a_{w45} = 320,632$ мм; $R_{b1} = 90,211$ мм; $R_{b2} = 165,386$ мм; $R_{b4} = 118,401$ мм; $R_{b5} = 169,145$ мм.

Моменты инерции движущихся масс РМК представлены в таблице 2.

Жесткости зацеплений зубчатых передач определяются через значения удельных нормальных

Таблица 1 — Параметры зубчатых колес РМК БЕЛАЗ серий 7530 и 7531

Table 1 — Parameters of gears of the BELAZ motor wheel reducers of the 7530 and 7531 series

Зубчатое колесо редуктора	Модуль, мм	Число зубьев, z
Центральное колесо Z_1	8	24
Сателлиты Z_2	8	44
Коронная шестерня Z_3	8	117
Центральное колесо Z_4	12	21
Сателлиты Z_5	12	30
Коронная шестерня Z_6	12	84

Таблица 2 — Моменты инерции вращающихся элементов РМК
Table 2 — Inertia moments of the motor wheel reducer rotating elements

Элемент РМК	Численное значение момента инерции, кг·м ²	Момент инерции массы динамической схемы (см. рисунок 2)
Центральная шестерня 1-го ряда	0,135	I_1
Сателлит 1-го ряда	1,017	I_2
Водило 1-го ряда в сборе с сателлитами, осями и подшипниками сателлитов	43,5	I_h
Зубчатая муфта	0,517	$I_h; I_4$
Центральная шестерня 2-го ряда	0,983	I_4
Сателлит 2-го ряда	2,503	I_5
Крышка ведущая	82,3	$I_{ст}$
Коронная шестерня 1-го ряда	17,9	$I_{ст}$
Ступица заднего колеса	502,5	$I_{ст}$
Коронная шестерня 2-го ряда	78,1	$I_{ст}$
Крышка внутренняя (корпус манжет)	27,2	$I_{ст}$
Кольца подшипников ступицы наружные	29,6	$I_{ст}$

жесткостей пар зубьев c' и c'' для передач с внешним и внутренним зацеплением соответственно.

Удельная жесткость c' пары зубьев для передач с внешним зацеплением рассчитывается по выражению ГОСТ 21354-87 [27]:

$$\frac{1}{c'} = 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{v1}} + \frac{0,1860}{z_{v2}} - 0,01x_1 - \frac{0,1027x_1}{z_{v1}} + 0,00455x_2 + \frac{0,3762x_2}{z_{v2}} + 0,00734x_1^2 - 0,00054x_2^2, \quad (2)$$

где z_{v1}, z_{v2} — эквивалентные числа зубьев шестерни и колеса, равные для прямозубых цилиндрических колес их числам зубьев: $z_{v1} = z_1, z_{v2} = z_2$; x_1, x_2 — коэффициенты смещения шестерни и колеса.

Удельная жесткость пары зубьев c'' для передач с внутренним зацеплением согласно рекомендациям руководства Р.007-2004 [28] рассчитывается по выражению (2), в котором принимается $z_{v2} = \infty$:

$$\frac{1}{c''} = 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{v1}} - 0,01x_1 - \frac{0,1027x_1}{z_{v1}} + 0,00455x_2 + 0,00734x_1^2 - 0,00054x_2^2. \quad (3)$$

Вычисленные по формулам (2), (3) величины удельных жесткостей приведены в таблице 3.

Жесткости зацеплений c выражаются через удельные жесткости c' и c'' для внешнего и вну-

треннего зацеплений соответственно по формулам:

$$c = c'b_w; c = c''b_w, \quad (4)$$

где c — жесткость зацепления, Н/мкм; c' и c'' — удельные жесткости для внешнего и внутреннего зацеплений соответственно, Н/(мм·мкм); b_w — рабочая ширина венца зубчатой передачи, мм.

Для планетарного РМК имеем: $b_{w12} = 92$ мм; $b_{w23} = 85$ мм; $b_{w45} = 205$ мм; $b_{w56} = 190$ мм. Определяем жесткости зацеплений зубчатых пар по формуле (4):

$$\begin{aligned} c_{12} &= c'_{12}b_{w12} = 14,217 \cdot 92 = 1308 \text{ Н/мкм} = 1,308 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \\ c_{23} &= c''_{23}b_{w23} = 19,324 \cdot 85 = 1643 \text{ Н/мкм} = 1,643 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \\ c_{45} &= c'_{45}b_{w45} = 14,32 \cdot 205 = 2936 \text{ Н/мкм} = 2,936 \cdot 10^9 \text{ Н/м}; \\ c_{56} &= c''_{56}b_{w56} = 19,144 \cdot 190 = 3637 \text{ Н/мкм} = 3,637 \cdot 10^9 \text{ Н/м}. \end{aligned}$$

Зубчатая муфта РМК через эвольвентные шлицы соединена с водилом 1-го ряда и центральной шестерней 2-го ряда. Податливость шлицевых соединений определяется по формуле [29]:

$$e_{ш} = k_{ш} / d_{cp}^2 l h z, \quad (5)$$

где $e_{ш}$ — податливость шлицевых соединений, рад/(Н·м); $k_{ш} = 4,2 \cdot 10^{-12}$ м³/Н; d_{cp} — средний диаметр соединения, м; l — длина соединения, м; h — активная высота шлица, м; z — число шлицев.

Таблица 3 — Удельные нормальные жесткости зубчатых пар
Table 3 — Single stiffnesses of tooth pairs

Зубчатая пара	Удельная нормальная жесткость	
	Обозначение	Значение, Н/(мм·мкм)
«Центральная шестерня — сателлит 1-го ряда»	c'_{12}	14,217
«Центральная шестерня — сателлит 2-го ряда»	c'_{45}	14,320
«Сателлит — коронная шестерня 1-го ряда»	c''_{23}	19,324
«Сателлит — коронная шестерня 2-го ряда»	c''_{56}	19,144

Для эвольвентного профиля приближенно $d_{cp} = D - 1,1m$; $h = 0,8m$ [30]. Вследствие наличия зазоров, погрешностей изготовления и сборки, неравномерности распределения нагрузки между шлицами при расчетах условно принимаем, что нагрузка передается только половиной шлицев.

Вычисляем податливость шлицевого соединения «зубчатая муфта — водило» по формуле (5):

$$m = 5 \text{ мм}; z = 50; D = 260 \text{ мм}; l = 56 \text{ мм};$$

$$d_{cp} = 260 - 1,1 \cdot 5 = 254,5 \text{ мм}; h = 0,8 \cdot 5 = 4 \text{ мм};$$

$$e_{ш(мв)} = 4,2 \cdot 10^{-12} / (0,2545^2 \cdot 0,056 \cdot 0,004 \cdot 50/2) =$$

$$= 1,158 \cdot 10^{-8} \text{ рад}/(\text{Н} \cdot \text{м}).$$

Вычисляем податливость шлицевого соединения «зубчатая муфта — центральная шестерня» по формуле (5):

$$m = 12 \text{ мм}; z = 21; D = 278 \text{ мм}; l = 40 \text{ мм};$$

$$d_{cp} = 278 - 1,1 \cdot 12 = 264,8 \text{ мм}; h = 0,8 \cdot 12 = 9,6 \text{ мм};$$

$$e_{ш(мц)} = 4,2 \cdot 10^{-12} / (0,2648^2 \cdot 0,04 \cdot 0,0096 \cdot 21/2) =$$

$$= 1,486 \cdot 10^{-8} \text{ рад}/(\text{Н} \cdot \text{м}).$$

По методу парциальных систем [29] выполняем преобразование подсистемы, состоящей из массы зубчатой муфты и примыкающих к ней упругих валов с податливостями $e_{ш(мв)}$ и $e_{ш(мц)}$, путем разделения массы на две и объединения их с соседними, а также объединения упругих валов.

Моменты инерции частей массы зубчатой муфты, добавляемых к массам водила и центральной шестерни соответственно, вычисляются по формулам [29]:

$$I_{мв} = I_{м} e_{ш(мц)} / (e_{ш(мв)} + e_{ш(мц)});$$

$$I_{мц} = I_{м} e_{ш(мв)} / (e_{ш(мв)} + e_{ш(мц)}), \quad (6)$$

где $I_{м}$ — момент инерции зубчатой муфты.

После подстановки в выражения (6) значения $I_{м} = 0,517 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (см. таблицу 2), находим:

$$I_{мв} = 0,517 \cdot 1,486 \cdot 10^{-8} / (1,158 \cdot 10^{-8} + 1,486 \cdot 10^{-8}) =$$

$$= 0,291 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{мц} = 0,517 \cdot 1,158 \cdot 10^{-8} / (1,158 \cdot 10^{-8} + 1,486 \cdot 10^{-8}) =$$

$$= 0,226 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Податливость упругого вала, полученного объединением валов с податливостями $e_{ш(мв)}$ и $e_{ш(мц)}$, соединяющего водило 1-го ряда с центральной шестерней 2-го ряда РМК,

$$e_{h4} = e_{ш(мв)} + e_{ш(мц)} = 1,158 \cdot 10^{-8} + 1,486 \cdot 10^{-8} =$$

$$= 2,644 \cdot 10^{-8} \text{ рад}/(\text{Н} \cdot \text{м}).$$

Коэффициент крутильной жесткости упругого вала

$$c_{h4} = 1/e_{h4} = (2,644 \cdot 10^{-8})^{-1} = 3,782 \cdot 10^7 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{рад}.$$

На основании проведенных расчетов окончательно находим значения параметров динамической схемы на рисунке 2, входящих в уравнения (1), которые представлены в таблице 4.

Расчет частот и форм собственных колебаний РМК. Уравнения собственных колебаний для механических систем с сосредоточенными параметрами можно представить в матричной форме [31–33]:

$$A\ddot{\mathbf{q}} + C\mathbf{q} = 0,$$

где \mathbf{q} — вектор-столбец обобщенных перемещений; $\ddot{\mathbf{q}}$ — вектор-столбец обобщенных ускорений; \mathbf{A} — матрица инерции системы; \mathbf{C} — матрица жесткости системы.

Для динамической схемы планетарного РМК, приведенной на рисунке 2, движение элементов которой описывается уравнениями (1), матрицы инерции и жесткости соответственно имеют вид: $\mathbf{A} = [A_{ij}]_{10 \times 10}$ и $\mathbf{C} = [C_{ij}]_{10 \times 10}$. Ненулевые элементы матрицы инерции \mathbf{A} : $A_{11} = I_1$; $A_{22} = A_{33} = A_{44} = I_2$; $A_{55} = I_h$; $A_{66} = I_4$; $A_{77} = A_{88} = A_{99} = I_5$; $A_{10,10} = I_{ст}$. Ненулевые элементы матрицы жесткости \mathbf{C} : $C_{11} = 3c_{12}R_{b1}^2$; $C_{12} = C_{13} = C_{14} = C_{21} = C_{31} = C_{41} = -c_{12}R_{b1}R_{b2}$; $C_{15} = C_{51} = -3c_{12}R_{b1}a_{w12}$; $C_{22} = C_{33} = C_{44} = (c_{12} + c_{23})R_{b2}^2$; $C_{25} = C_{35} = C_{45} = C_{52} = C_{53} = C_{54} = (c_{12} - c_{23})R_{b2}a_{w12}$; $C_{2,10} = C_{3,10} = C_{4,10} = C_{10,2} = C_{10,3} = C_{10,4} = -c_{23}R_{b2}(a_{w12} + R_{b2})$; $C_{55} = 3(c_{12} + c_{23})a_{w12}^2 + c_{h4}$; $C_{56} = C_{65} = -c_{h4}$; $C_{5,10} = C_{10,5} = 3c_{23}a_{w12}(a_{w12} + R_{b2})$; $C_{66} = 3c_{45}R_{b4}^2 + c_{h4}$; $C_{67} = C_{68} = C_{69} = C_{76} = C_{86} = C_{96} = -c_{45}R_{b4}R_{b5}$; $C_{77} = C_{88} = C_{99} = (c_{45} + c_{56})R_{b5}^2$; $C_{7,10} = C_{8,10} = C_{9,10} = C_{10,7} = C_{10,8} = C_{10,9} = -c_{56}R_{b5}(a_{w45} + R_{b5})$; $C_{10,10} = 3c_{23}(a_{w12} + R_{b2})^2 + 3c_{56}(a_{w45} + R_{b5})^2$.

Расчет частот и форм собственных колебаний сводится к вычислению собственных значений и собственных векторов матрицы специального

Таблица 4 — Параметры динамической схемы РМК (см. рисунок 2)

Table 4 — Parameters of the dynamic scheme of the motor wheel reducer (see Figure 2)

Параметр	Обозначение	Значение
Радиус основной окружности зубчатого колеса, м	R_{b1}	0,090211
	R_{b2}	0,165386
	R_{b4}	0,118401
	R_{b5}	0,169145
Межосевое расстояние зубчатой пары, м	a_{w12}	0,284384
	a_{w45}	0,320632
Момент инерции относительно оси вращения, кг·м ²	I_1	0,135
	I_2	1,017
	I_h	43,791
	I_4	1,209
	I_5	2,503
	$I_{ст}$	737,6
Жесткость зацепления зубчатой пары, Н/м	c_{12}	$1,308 \cdot 10^9$
	c_{23}	$1,643 \cdot 10^9$
	c_{45}	$2,936 \cdot 10^9$
	c_{56}	$3,637 \cdot 10^9$
Коэффициент крутильной жесткости вала, Н·м/рад	c_{h4}	$3,782 \cdot 10^7$

вида $A^{-1}C$ [32, 33], где A, C — действительные симметричные матрицы и A — положительно определенная.

Для определения собственных значений и собственных векторов матрицы $A^{-1}C$ используется подход, основанный на применении итерационного численного метода вращений Якоби [31, 33, 34]. Данный метод позволяет находить все собственные значения и собственные векторы вещественной симметричной матрицы с очень высокой точностью. Поскольку матрица $A^{-1}C$ несимметричная, выполняется ее предварительное преобразование к симметричному виду.

В работе [33] показано, что если матрица инерции A является диагональной, то несимметричная матрица $A^{-1}C$ подобна симметричной матрице $A^{-1/2}CA^{-1/2}$ с преобразующей матрицей $A^{-1/2}$. На основании свойств подобных матриц [34] собственные значения матриц $A^{-1}C$ и $A^{-1/2}CA^{-1/2}$ совпадают, а собственные векторы матрицы $A^{-1}C$ получаются из собственных векторов матрицы $A^{-1/2}CA^{-1/2}$ путем умножения их слева на матрицу $A^{-1/2}$.

Для исследуемой динамической схемы (см. рисунок 2) симметричная матрица $H = A^{-1/2}CA^{-1/2}$, подобная матрице $A^{-1}C$, после подстановки числовых значений параметров схемы из таблицы 4 принимает вид $H = [H_{ij}]_{10 \times 10}$ с ненулевыми элементами $H_{11} = 2,36545 \cdot 10^8$; $H_{12} = H_{13} = H_{14} = H_{21} = H_{31} = H_{41} = -5,2667 \cdot 10^7$; $H_{15} = H_{51} = -4,14032 \cdot 10^7$; $H_{22} = H_{33} = H_{44} = 7,93681 \cdot 10^7$; $H_{25} = H_{35} = H_{45} = H_{52} = H_{53} = H_{54} = -2,361 \cdot 10^6$; $H_{2,10} = H_{3,10} = H_{4,10} = H_{10,2} = H_{10,3} = H_{10,4} = -4,46227 \cdot 10^6$; $H_{55} = 1,72136 \cdot 10^7$; $H_{56} = H_{65} = -5,19776 \cdot 10^6$; $H_{5,10} = H_{10,5} = 3,50794 \cdot 10^6$; $H_{66} = 1,33414 \cdot 10^8$; $H_{67} = H_{68} = H_{69} = H_{76} = H_{86} = H_{96} = -3,38008 \cdot 10^7$; $H_{77} = H_{88} = H_{99} = 7,51313 \cdot 10^7$; $H_{7,10} = H_{8,10} = H_{9,10} = H_{10,7} = H_{10,8} = H_{10,9} = -7,01229 \cdot 10^6$; $H_{10,10} = 4,90028 \cdot 10^6$.

Собственные значения матрицы H являются квадратами собственных частот динамической схемы. Собственные векторы матрицы H после умножения их слева на матрицу $A^{-1/2}$ представляют собой собственные формы колебаний динамической схемы.

Результаты расчета, полученные после упорядочивания значений собственных частот по возрастанию и нормирования собственных форм колебаний (первая ненулевая компонента равна 1), представлены в таблице 5.

Заключение. Изложена методика расчета собственных частот и форм колебаний, базирующаяся на исследовании разработанной динамической модели двухрядного планетарного редуктора мотор-колеса, описывающей крутильные колебания его элементов, отличающейся от известных учетом сложного движения сателлитов планетарного ряда, оси которых совершают вращение вместе с водилом. Расчет собственных частот и форм колебаний сводится к вычислению собственных значений и векторов матрицы специального вида на основе применения итерационного численного метода вращений Якоби, обладающего высокой точностью.

Выполненный расчет собственных частот редуктора позволяет определить гармонические составляющие возбуждающих вибрации возмущений в виде ударных импульсов, которые вызывают в механизме резонансные явления, способствующие значительному повышению уровней динамических нагрузок и ускоряющие процессы расходования ресурса зубчатых передач. Кроме того, анализ параметров собственных форм дает возможность установить элементы редуктора с наибольшей виброактивностью и отслеживать в процессе вибромониторинга техническое состояние зубчатых передач, лимитирующих надежность механизма.

В качестве примера приведен расчет для зубчатых колес редуктора мотор-колеса карьерных самосвалов БЕЛАЗ серий 7530 и 7531 грузоподъемностью 220 и 240 тонн соответственно.

Использование изложенной выше методики дает возможность выбора вибрационных диагностических критериев, по изменению которых оценивается техническое состояние элементов редуктора мотор-колеса в процессе эксплуатации карьерных самосвалов.

Таблица 5 — Частоты и формы собственных колебаний РМК
Table 5 — Natural frequencies and modes of the motor wheel reducer

Частота, рад/с (Гц)	Форма колебаний									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0,3165	0,3165	0,3165	0,1332	0,1332	0,0932	0,0932	0,0932	0,0322
1013 (161,3)	1	0,1943	0,1943	0,1943	0,2028	-0,0890	-0,1243	-0,1243	-0,1243	-0,0591
6378 (1015)	1	0,5454	0,5454	0,5454	-0,0545	-1,4799	-0,9290	-0,9290	-0,9290	0,0229
7181 (1143)	1	0,5892	0,5892	0,5892	-0,0946	0,1773	0,1197	0,1197	0,1197	-0,0112
8668 (1380)	0	0	0	0	0	0	1	-1,0097	0,0097	0
8668 (1380)	0	0	0	0	0	0	1	0,9715	-1,9715	0
8909 (1418)	0	1	-1,0028	0,0028	0	0	0	0	0	0
8909 (1418)	0	1	0,9916	-1,9916	0	0	0	0	0	0
13040 (2075)	1	-0,1571	-0,1571	-0,1571	0,1806	-35,4932	8,8680	8,8680	8,8680	-0,0644
16831 (2679)	1	-0,0936	-0,0936	-0,0936	-0,0083	0,0020	-0,0003	-0,0003	-0,0003	0,0001

Список литературы

- Keuthen, M. REXS — standardized gear unit model / M. Keuthen // Proc. International Conference on Gears 2019, Garching/Munich, 18–20 September 2019. — 2019. — Pp. 701–712. — DOI: <https://doi.org/10.51202/9783181023556-701>.
- Development of digital twins for gears and transmissions based on lifetime mechanics and composites mechanics / V.B. Algin [et al.] // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: С.Н. Поддубко [и др.]. — Минск, 2019. — Вып. 8. — С. 172–184.
- Гриб, В.В. Диагностические модели изменения технического состояния механических систем: в 2 ч. / В.В. Гриб [и др.]; под общ. ред. Б.В. Гриба. — М.: МАДИ (ГТУ), 2007–2008. — Ч. 2: Вибродиагностика. Модальный анализ. Конечнo-элементные технологии оценки технического состояния механических систем. — 2008. — 262 с.
- Костюков, В.Н. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин: учеб. пособие / В.Н. Костюков, А.П. Науменко. — Омск: ОмГТУ, 2011. — 360 с.
- Айрапетов, Э.Л. Анализ вынужденных параметрических колебаний косозубой передачи на АВМ / Э.Л. Айрапетов [и др.] // Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами: сб. науч. ст. / Гос. науч.-исслед. ин-т машиноведения: отв. ред. М.Д. Генкин, Э.Л. Айрапетов. — М., 1976. — С. 111–125.
- Вибрации в технике: справ.: в 6 т. / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) [и др.]. — М.: Машиностроение, 1978–1981. — Т. 3: Колебания машин, конструкций и их элементов / Э.Л. Айрапетов [и др.]; под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. — 1980. — 544 с.
- Берестнев, О.В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О.В. Берестнев, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин. — Минск: Наука и техника, 1992. — 237 с.
- Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами: сб. науч. ст. / Гос. науч.-исслед. ин-т машиноведения: под ред. М.Д. Генкина, Э.Л. Айрапетова. — М.: Наука, 1976. — 154 с.
- Колебания механизмов с зубчатыми передачами: сб. науч. ст. / Гос. науч.-исслед. ин-т машиноведения им. акад. А.А. Благодрава: под ред. М.Д. Генкина, Э.Л. Айрапетова. — М.: Наука, 1977. — 149 с.
- Parker, R.G. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons / R.G. Parker, S.M. Vijayakar, T. Imajo // Journal of Sound and Vibration. — 2000. — Vol. 237, iss. 3. — Pp. 435–455. — DOI: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3067>.
- Kahraman, A. A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims / A. Kahraman, A.A. Kharazi, M. Umrani // Journal of Sound and Vibration. — 2003. — Vol. 262, iss. 3. — Pp. 752–768. — DOI: [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00122-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00122-6).
- Kahraman, A. A methodology to predict surface wear of planetary gears under dynamic conditions / A. Kahraman, H. Ding // Mechanics Based Design of Structures and Machines. — 2010. — Vol. 38, iss. 4. — Pp. 493–515. — DOI: <https://doi.org/10.1080/15397734.2010.501312>.
- Калинин, Д.В. Нелинейные колебания в планетарных редукторах с податливыми опорами центральных колес [Электронный ресурс] / Д.В. Калинин // Наука и образование. — 2016. — № 10. — С. 69–84. — Режим доступа: <http://engineering-science.ru/doc/848171.html>. — Дата доступа: 14.09.2021.
- Калинин, Д.В. Динамическая модель планетарного редуктора турбореактивных двухконтурных двигателей / Д.В. Калинин, Ю.М. Темис // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2017. — № 3(684). — С. 66–75. — DOI: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2017-3-66-75>.
- Моделирование динамических процессов в планетарных редукторах мотор-колес карьерного самосвала при трогании и разгоне / В.В. Михайлов [и др.] // Наука и техника. — 2012. — № 4. — С. 64–68.
- Костюков, В.Н. Обобщенная диагностическая модель виброакустического сигнала объектов периодического действия / В.Н. Костюков // Омский науч. вестн. — 1999. — Вып. 6. — С. 37–41.
- Ognjanović, M. Gear vibrations in supercritical mesh-frequency range caused by teeth impacts / M. Ognjanović, A. Fathi // Strojniški vestnik. — 2010. — Vol. 56, iss. 10. — Pp. 653–662.
- Yang, J. Random vibration analysis of planetary gear trains / J. Yang, P. Yang // Journal of Vibration and Acoustics. — 2013. — Vol. 135(2). — 7 p. — DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4023053>.
- Вибрационные процессы при работе коробок передач тракторов / А.В. Мачнев [и др.] // Нива Поволжья. — 2014. — № 4(33). — С. 91–94.
- Ишин, Н.Н. Динамика и вибромониторинг зубчатых передач / Н.Н. Ишин. — Минск: Беларус. навука, 2013. — 432 с.
- Кучубина, Н.В. Теория виброзащиты и акустической динамики машин: учеб. пособие / Н.В. Кучубина, А.А. Санников. — Екатеринбург: УГЛТУ, 2014. — 167 с.
- Soami, P. Modeling vibration and noise in a gearbox [Electronic resource] / P. Soami. — Mode of access: https://www.comsol.ru/model/download/903281/models.aco.gearbox_vibration_noise.pdf. — Date of access: 17.09.2021.
- Павлов, Б.В. Акустическая диагностика механизмов / Б.В. Павлов. — М.: Машиностроение, 1971. — 223 с.
- Оценка периодичности ударных импульсов вибрационного сигнала / Д.А. Кечик [и др.] // Информационные радиосистемы и радиотехнологии 2020: мат. Республ. науч.-практ. конф., Минск, 28–29 окт. 2020 г. / Белорус. гос. ун-т информатики и радиоэлектроники; редкол.: В.А. Богуш [и др.]. — Минск, 2020. — С. 229–233.
- Лойцянский, Л.Г. Курс теоретической механики: учеб. пособие: в 2 т. / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. — 7-е изд. — М.: Дрофа, 2006. — Т. 2: Динамика. — 719 с.
- Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии: ГОСТ 16532-70. — Введ. 01.01.1972. — М.: Изд-во стандартов, 1983. — 43 с.
- Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность: ГОСТ 21354-87 (СТ СЭВ 5744-86). — Введ. 01.01.89. — М.: Изд-во стандартов, 1988. — 129 с.
- Расчет зубчатых передач на прочность: рук-во Р.007-2004. — Введ. 07.02.05. — М.: Российский Речной Регистр, 2004. — 90 с.
- Автомобили: Конструкция, конструирование и расчет. Трансмиссия: учеб. пособие / А.И. Гришкевич [и др.]; под ред. А.И. Гришкевича. — Минск: Выш. шк., 1985. — 240 с.
- Детали машин: учеб. для вузов / Л.А. Андриенко [и др.]; под ред. О.А. Ряховского. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 544 с.
- Вибрации в технике: справ.: в 6 т. / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) [и др.]. — М.: Машиностроение, 1978–1981. — Т. 1: Колебания линейных систем / И.И. Артоболевский [и др.]; под ред. В.В. Болотина. — 1978. — 352 с.
- Альгин, В.Б. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора / В.Б. Альгин, В.Я. Павловский, С.Н. Поддубко; под ред. И.С. Цитовича. — Минск: Наука и техника, 1986. — 213 с.
- Методика расчета частот и форм собственных колебаний механических систем произвольной структуры со множеством возможных состояний / В.Б. Альгин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2018. — № 4(45). — С. 36–43.
- Вержицкий, В.М. Вычислительная линейная алгебра: учеб. пособие / В.М. Вержицкий. — М.: Высш. шк., 2009. — 350 с.

ISHIN Nikolay N., D. Sc. in Eng., Assoc. Prof.

Chief of the R&D Center “Mining Machinery”¹

E-mail: ishin@oim.by

GOMAN Arkadiy M., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Head of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines¹

E-mail: ark.goman@gmail.com

SKOROKHODOV Andrey S., Ph. D. in Eng.

Leading Researcher of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines¹

E-mail: skanst@yandex.ru

SHPORTKO Vladimir V.

Researcher of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines¹

E-mail: llii7pot@yandex.ru

PANOVKO Grigory Ya., D. Sc. in Eng., Prof.

Chief Researcher²

E-mail: gpanovko@imash.ru

SHYSHKO Sergei A.

Deputy Designer General³

E-mail: kbst@belaz.minsk.by

KARPOVICH Peter G.

Head of the Design-Engineering Department³

E-mail: ogk@belaz.minsk.by

¹Joint Institute of Mechanical Engineering of the NAS of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

²Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

³OJSC “BELAZ” – Management Company of Holding “BELAZ-HOLDING”, Zhodino, Republic of Belarus

Received 20 April 2022.

METHOD FOR ASSESSING THE MODAL PARAMETERS OF PLANETARY REDUCERS OF MINING DUMP TRUCKS MOTOR WHEELS DURING THEIR OPERATIONAL VIBRATION DIAGNOSTICS

Technical condition diagnostics of the planetary reducers of motor wheels in mining dump trucks electro-mechanical power units requires the study of dynamic processes caused by shock pulses in gearings when tooth remating. The levels of the occurring vibrations are determined by the natural frequencies and natural modes of reducer. The article describes calculation method based on the study of the developed dynamic model of a two-row planetary reducer of a motor wheel, describing the torsional vibrations of its elements and differing from the known ones by taking into account the compound motion of the planetary row satellites, the axes of which rotate together with the carrier. The calculation of natural frequencies and modes of vibrations is reduced to the computation of eigenvalues and eigenvectors of a matrix of special form based on the application of the iterative numerical method of Jacobi rotations. As an example, the calculation is given for gears of the motor wheel reducer of BELAZ mining dump trucks of the 7530 and 7531 series with a load capacity of 220 and 240 tons, respectively. The calculation of the natural frequencies of reducer performed makes it possible to determine those harmonic components of vibration-inducing disturbances in the form of shock pulses which cause resonance phenomena in the mechanism contributing to a significant increase of dynamic loads levels and accelerating the processes of lifetime expense of gear trains. In addition, the analysis of natural modes parameters makes it possible to determine the reducer elements with the highest vibration activity and monitor during vibration monitoring the technical condition of gear trains that limit the reliability of the mechanism.

Keywords: mining dump truck, motor wheel reducer, planetary gear train, dynamic model, natural frequencies and modes, technical condition diagnostics

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-3-60-24-34>

References

- Keuthen M. REXS – standardized gear unit model. *Proc. International conference on gears*. Garching, Munich, 2019, pp. 701–712. DOI: <https://doi.org/10.51202/9783181023556-701>.
- Algin V.B., Ishin N.N., Starzhinsky V.E., Shil'ko S.V., Ruckov M., Čavić M. Development of digital twins for gears and transmissions based on lifetime mechanics and composites mechanics. *Aktualnye voprosy mashinovedeniya*, 2019, iss. 8, pp. 172–184.
- Grib V.V., Zhukov R.V., Perminov M.D., Koltsov V.I., Krasnokutskiy A.N., Efros D.G. *Diagnostichekские модели izmeneniya tekhnicheskogo sostoyaniya mekhanicheskikh sistem. Chast 2. Vibrodiagnostika. Modalnyy analiz. Konechno-elementnye tekhnologii otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya mekhanicheskikh sistem* [Diagnostic models of the technical condition change of mechanical systems. Part 2. Vibration diagnostics. Modal analysis. Finite element technologies for assessing the technical condition of mechanical systems]. Moscow, Moskovskiy avtomobilno-dorozhnyy institut [gosudarstvennyy tekhnicheskyy universitet] Publ., 2008. 263 p. (in Russ.).
- Kostyukov V.N., Naumenko A.P. *Osnovy vibroakusticheskoy diagnostiki i monitoringa mashin* [Fundamentals of vibroacoustic diagnostics and monitoring of machines]. Omsk, Omskiy gosudarstvennyy tekhnicheskyy universitet Publ., 2011. 360 p. (in Russ.).
- Ayrapetov E.L., Aparxov V.I., Zhirmov A.A., Kosarev O.I., Chernyavskiy I.T. Analiz vyzhuzhdennykh parametricheskikh kolebaniy kosozuboy peredachi na AVM [Analysis of forced parametric vibrations of a helical gearing on an analog computer]. *Dinamicheskie protsessy v mekhanizmakh s zubchatymi peredachami*, 1976, pp. 111–125 (in Russ.).
- Ayrapetov E.L., et al. *Vibratsii v tekhnike. Tom 3: Kolebaniya mashin, konstruktivnyy i ikh elementov* [Vibrations in engineering. Volume 3: Vibrations of machines, structures and their elements]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980. 544 p. (in Russ.).
- Berestnev O.V., Goman A.M., Ishin N.N. *Analiticheskie metody mekhaniki v dinamike privodov* [Analytical methods of mechanics in drives dynamics]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1992. 238 p. (in Russ.).
- Dinamicheskie protsessy v mekhanizmakh s zubchatymi peredachami* [Dynamic processes in mechanisms with gear trains]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 155 p. (in Russ.).
- Kolebaniya mekhanizmov s zubchatymi peredachami* [Vibrations of mechanisms with gear trains]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 150 p. (in Russ.).
- Parker R.G., Vijayaraj S.M., Imajo T. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons. *Journal of sound and vibration*, 2000, vol. 237, iss. 3, pp. 435–455. DOI: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3067>.
- Kahraman A., Kharazi A.A., Umrani M. A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims. *Journal of sound and vibration*, 2003, vol. 262, iss. 3, pp. 752–768. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(03\)00122-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00122-6).
- Kahraman A., Ding N. A methodology to predict surface wear of planetary gears under dynamic conditions. *Mechanics based design of structures and machines*, 2010, vol. 38, iss. 4, pp. 493–515. DOI: <https://doi.org/10.1080/15397734.2010.501312>.
- Kalinin D.V. Nelineynye kolebaniya v planetarnykh reduktorakh s podatlivymi oporami tsentralnykh koles [Nonlinear vibrations in planetary reducers with compliant central wheels supports]. *Science & education*, 2016, no. 10, pp. 69–84. Available at: <http://engineering-science.ru/doc/848171.html> (accessed 14 September 2021) (in Russ.).
- Kalinin D.V., Temis Yu.M. Dinamicheskaya model planetarnogo reduktora turboreaktivnykh dvukhkonturnykh dvigateley [Dynamic model of the planetary reducer of turbojet two-circuit engines]. *BMSTU journal of mechanical engineering*, 2017, no. 3, pp. 66–75. DOI: <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2017-3-66-75> (in Russ.).
- Mikhaylov V.V., Ishin N.N., Dyko G.A., Gavrilov S.A., Trukhnov L.I. Modelirovaniye dinamicheskikh protsessov v planetarnykh reduktorakh motor-koles karernogo samosvala pri troganii i razgone [Simulation of dynamic processes in planetary reducers of a mining dump truck motor wheels during starting and accelerating]. *Science & education*, 2012, no. 4, pp. 64–68 (in Russ.).
- Kostyukov V.N. Obobshchennaya diagnosticheskaya model vibroakusticheskogo signala obekta periodicheskogo deystviya [Generalized diagnostic model of vibroacoustic signal of objects with periodic action]. *Omsk scientific bulletin*, 1999, iss. 6, pp. 37–41 (in Russ.).
- Ognjanović M., Fathi A. Gear vibrations in supercritical mesh-frequency range caused by teeth impacts. *Strojniški vestnik*, 2010, vol. 56, iss. 10, pp. 653–662.
- Yang J., Yang P. Random vibration analysis of planetary gear trains. *Journal of vibration and acoustics*, 2013, vol. 135, iss. 2. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4023053>.
- Machnev A.V., Machnev V.A., Komarov V.A., Zyabirov I.M. Vibratsionnye protsessy pri rabote korobok peredach traktorov [Vibration processes during operation of tractors gearboxes]. *Niva Povolzhya*, 2014, no. 4(33), pp. 91–94 (in Russ.).
- Ishin N.N. *Dinamika i vibromonitoring zubchatykh peredach* [Dynamics and vibration monitoring of gear trains]. Minsk, Belorusskaya nauka Publ., 2013. 432 p. (in Russ.).
- Kutsubina N.V., Sannikov A.A. *Teoriya vibrozashchity i akusticheskoy dinamiki mashin* [Theory of vibroprotection and acoustic dynamics of machines]. Ekaterinburg, Uralskiy gosudarstvennyy lesotekhnicheskyy universitet Publ., 2014. 167 p. (in Russ.).
- Soami P. *Modeling vibration and noise in a gearbox*. Available at: https://www.comsol.ru/model/download/903281/models.aco.gearbox_vibration_noise.pdf (accessed 17 September 2021).
- Pavlov V.B. *Akusticheskaya diagnostika mekhanizmov* [Acoustic diagnostics of mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1971. 224 p. (in Russ.).
- Kechik D.A., Aslamov Yu.P., Davydov I.G., Loshchinin I.V. Otsenka periodichnosti udarnykh impulsov vibratsionnogo signala [Estimation of the periodicity of shock pulses of a vibration signal]. *Trudy Respublikansko nauchno-prakticheskoy konferentsii "Informatsionnye radiosistemy i radiotekhnologii 2020"* [Proc. Republican scientific and practical conference "Information radio systems and radio technologies 2020"]. Minsk, 2020, pp. 229–233 (in Russ.).
- Loytsyanskiy L.G., Lure A.I. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki. Tom 2: Dinamika* [Course of theoretical mechanics. Volume 2: Dynamics]. Moscow, Drofa Publ., 2006. 720 p. (in Russ.).
- State Standard 16532-70. *Peredachi zubchatye tsilindricheskie evolventnye vneshnego zatsepleniya. Raschet geometrii* [Cylindrical involute external gear pairs. Calculation of geometry]. Moscow, Standartov Publ., 1983. 43 p. (in Russ.).
- State Standard 21354-87 (ST SEV 5744-86). *Peredachi zubchatye tsilindricheskie evolventnye vneshnego zatsepleniya. Raschet na prochnost* [Cylindrical evolver gears of external engagement. Strength calculation]. Moscow, Standartov Publ., 1988. 129 p. (in Russ.).
- Instruction R.007-2004. *Raschet zubchatykh peredach na prochnost* [Strength calculation of gears]. Moscow, Rossiyskiy rechnoy reestr Publ., 2004. 91 p. (in Russ.).
- Grishkevich A.I., Vavulo V.A., Karpov A.V., Moliboshko L.A., Ruktshel O.S. *Avtomobili: Konstruktsiya, konstruirovaniye i raschet. Transmissiya* [Cars: Construction, design and calculation. Transmission]. Minsk, Vysshaya shkola Publ., 1985. 240 p. (in Russ.).
- Andrienko L.A., et al. *Detali mashin* [Machine elements]. Moscow, Moskovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskyy universitet im. N.E. Bauman Publ., 2002. 544 p. (in Russ.).
- Artobolevskiy I.I., et al. *Vibratsii v tekhnike. Tom 1: Kolebaniya lineynykh sistem* [Vibrations in engineering. Volume 1: Vibrations of linear systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 352 p. (in Russ.).
- Algin V.B., Pavlovskiy V.Ya., Poddubko S.N. *Dinamika transmissii avtomobilya i traktora* [Car and tractor transmission dynamics]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1986. 214 p. (in Russ.).
- Algin V.B., Goman A.M., Shportko V.V., Logvinets T.S. Metodika rascheta chastot i form sobstvennykh kolebaniy mekhanicheskikh sistem proizvolnoy struktury so mnozhestvom vozmozhnykh sostoyaniy [Calculation methodology of the natural frequencies and modes of mechanical systems of an arbitrary structure with a plurality of possible states]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2018, no. 4(45), pp. 36–43 (in Russ.).
- Verzhbitskiy V.M. *Vychislitel'naya lineynaya algebra* [Computational linear algebra]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2009. 351 p. (in Russ.).