

ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.833.6:534

Н.Н. ИШИН, д-р техн. наук, доц.
начальник НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: ishin@oim.by

А.М. ГОМАН, канд. техн. наук, доц.
начальник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: arcady.mih@tut.by

А.С. СКОРОХОДОВ, канд. техн. наук
ведущий научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: skanst@yandex.ru

В.В. ШПОРТЬКО, магистр физ.-мат. наук
научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: llii7pot@yandex.ru

А.В. КОВАЛЕНКО, канд. техн. наук, доц.
ученый секретарь¹
E-mail: a.v.kovalenko@mail.ru

Т.С. ЛОГВИНЕЦ, магистр техн. наук
научный сотрудник отдела динамического анализа и вибродиагностики машин НТЦ «Карьерная техника»¹
E-mail: tanka-tane4ka@mail.ru

¹Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 31.10.2023.

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СТЕНДА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ РЕДУКТОРА МОТОР-КОЛЕСА КАРЬЕРНЫХ САМОСВАЛОВ БЕЛАЗ

При проведении ускоренных испытаний трансмиссий и редукторов мобильных машин требуется исследование динамических свойств стэнда вместе с установленным на нем испытываемым объектом. Это необходимо для выявления возможных резонансов в колебательной системе и выбора соответствующих режимов испытаний, при которых исключается возникновение недопустимых уровней нагрузок, нарушающих соответствие между видом и характером повреждений в эксплуатации и при испытаниях. В работе предложен методический подход к расчетному определению динамических параметров (собственных частот и форм крутильных колебаний) стэнда с механически разомкнутым силовым контуром при ускоренных испытаниях двухрядных планетарных редукторов мотор-колес (РМК) карьерных самосвалов БЕЛАЗ, основанный на исследовании разработанной многомассовой динамической модели с сосредоточенными параметрами. Особенности расчета заключаются в учете наличия плоскости симметрии механической системы стэнда с установленными на нем двумя редукторами, а также присутствия в планетарных рядах симметричных разветвлений, образованных вращающимися относительно своих осей массами сателлитов и упругими связями, соединяющими их с солнечными и коронными шестернями. Предложенный подход позволяет существенно упростить расчеты и сократить время вычислений.

Ключевые слова: карьерный самосвал, редуктор мотор-колеса, ускоренные ресурсные испытания, испытательный стенд, планетарная зубчатая передача, динамическая модель, собственные частоты колебаний, собственные формы колебаний, резонансный режим

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2024-1-66-5-14>

Введение. Несмотря на впечатляющий прогресс, достигнутый в решении задач анализа и моделирования зубчатых передач и редукторов, в том числе компьютерного, экспериментальные исследования в значительной степени сохраняют свою актуальность. Показатели работоспособности и долговечности трансмиссий мобильной техники определяются в результате натурных либо стендовых испытаний, причем последние используются гораздо чаще в силу ряда их преимуществ. Ускоренные стендовые испытания играют важную роль в процессе создания и доводки конструкций новых машин.

Выбор нагрузочно-скоростных режимов ускоренных ресурсных испытаний редукторных систем необходимо осуществлять с учетом собственных частот колебаний стенда вместе с установленным на нем испытываемым объектом — в первую очередь для выявления возможных резонансов, которых следует избегать при проведении испытаний. Работа стенда на резонансных и околорезонансных режимах может приводить к недопустимому возрастанию нагрузок и нарушению соответствия вида и характера повреждений деталей при испытаниях эксплуатационным повреждениям.

Авторами [1, 2] предложена методика численного расчета собственных частот и форм колебаний двухрядных планетарных РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ на основе разработанной динамической модели с сосредоточенными параметрами, описывающей крутильные колебания элементов, и результаты оценки собственных частот редукторов экспериментальным методом с использованием вибрационных амплитудно-частотных спектров, полученных на различных режимах стендовых испытаний.

В статьях [3, 4] изложен метод повышения степени идентичности динамической нагруженности трансмиссий трактора и испытательного стенда при воспроизведении на нем нагрузок эксплуатационного характера (для повышения достоверности результатов испытаний) путем целенаправленного формирования на этапе проектирования совокупности динамических параметров (спектра собственных частот) испытательного стенда с целью сближения его динамических свойств со свойствами динамической системы трансмиссии реальной машины.

Работы зарубежных авторов [5–11] посвящены исследованиям динамических моделей стендов для испытаний коробок передач и редукторов автомобилей, авиационной техники и ветряных

турбин — определению их модальных параметров (собственных частот и форм колебаний, амплитудно-частотных характеристик) экспериментально-аналитическими методами и численным моделированием в различных прикладных компьютерных программах (AMESIM, Simscape, ANSYS, Abaqus/CAE).

Вместе с тем в открытом доступе практически отсутствуют работы, связанные с изучением аналитическими и численными методами динамических свойств испытательных стендов, а также их зависимости от инерционных и упругих характеристик отдельных элементов.

Постановка задачи. Целью данного исследования является разработка методического подхода к определению собственных частот и форм крутильных колебаний стенда при испытаниях планетарных РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ серий 7530/7531 грузоподъемностью 220–240 т, позволяющего существенно упростить расчеты и сократить время вычислений.

Описание стенда для проведения ускоренных ресурсных испытаний РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ. Ресурсные испытания РМК проводятся на стенде с механически разомкнутым силовым контуром в НТЦ ОАО «БЕЛАЗ» — управляющая компания холдинга «БЕЛАЗ–ХОЛДИНГ». Общая схема стенда представлена на рисунке 1.

Стенд представляет собой два опорных кронштейна 4, 8 идентичной конструкции, на которых размещаются одинаковые электродвигатели — приводной 1 и нагружающий 11 (ЭД1 и ЭД2). Каждый из двигателей размещается на опорной конструкции, связанной с соответствующим опорным кронштейном. Кроме двигателей на опорных кронштейнах размещаются испытываемые редукторы РМК1 и РМК2. Стыковка редукторов и опорных кронштейнов выполнена фланцами 5, 7. Стыковка приводного и нагружающего двигателей с входными (торсионными) валами испытываемых редукторов производится с использованием промежуточных валов 3, 9 с двумя шарнирами неравных угловых скоростей и комплекта оснастки. Выходные валы редукторов (колесные ступицы) соединяются между собой при помощи переходных фланцев и вала 6 с двумя шарнирами неравных угловых скоростей. Между каждым из двигателей и промежуточным валом устанавливается датчик крутящего момента (датчики 2 и 10).

На всех режимах испытаний половину времени один из двигателей (ЭД1 или ЭД2) является приводным, второй — нагружающим. При этом направ-

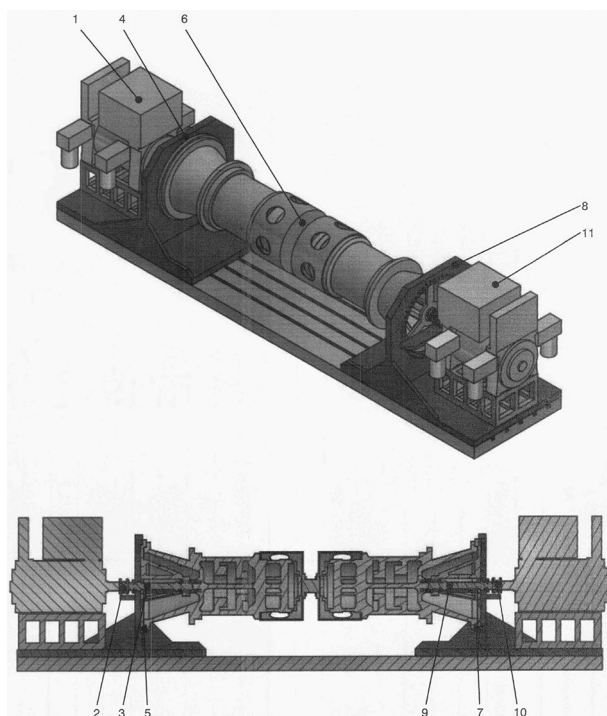


Рисунок 1 — Общая схема стенда для испытаний РМК самосвалов БЕЛАЗ: 1 — приводной электродвигатель (ЭД1); 2 — датчик момента приводного двигателя; 3 — промежуточный вал с оснасткой приводного двигателя (комплект); 4 — опорный кронштейн 1-го испытуемого редуктора (РМК1) с опорной конструкцией приводного двигателя; 5 — переходной фланец (комплект); 6 — соединительный вал с переходными фланцами (комплект); 7 — переходной фланец (комплект); 8 — опорный кронштейн 2-го испытуемого редуктора (РМК2) с опорной конструкцией нагружающего двигателя; 9 — промежуточный вал с оснасткой нагружающего двигателя; 10 — датчик момента нагружающего двигателя; 11 — нагружающий электродвигатель (ЭД2)

Figure 1 — General scheme of the bench for testing motor-wheel reducers of BELAZ dump trucks: 1 — drive electric motor; 2 — drive motor torque sensor; 3 — intermediate shaft with drive motor accessories (set); 4 — support bracket of the 1st reducer under test with the supporting structure of the drive motor; 5 — adapter flange (set); 6 — connecting shaft with adapter flanges (set); 7 — adapter flange (set); 8 — support bracket of the 2nd reducer under test with the supporting structure of the loading motor; 9 — intermediate shaft with loading motor accessories (set); 10 — loading motor torque sensor; 11 — loading electric motor

ление потока мощности и направление вращения меняются на противоположные, а испытываемые редукторы РМК1 и РМК2 поочередно работают в редукторном и мультипликаторном режимах.

Динамическая модель РМК при испытаниях на стенде. Поскольку редукторы РМК1 и РМК2 одинаковые, механическая система стенда при испытаниях является симметричной — имеет плоскость симметрии, проходящую через середину соединительного вала 6 (см. рисунок 1). Следовательно, собственные крутильные колебания системы происходят по симметричным и кососимметричным (антисимметричным) относительно данной плоскости формам [12, 13].

При колебаниях по симметричным формам связанные валом 6 массы поворачиваются в одну и ту же сторону с одинаковыми амплитудами (как жесткое целое), при этом вал не деформируется.

При колебаниях по кососимметричным формам указанные массы поворачиваются с одной и той же амплитудой в противоположные стороны, вал 6 периодически деформируется, причем его среднее поперечное сечение остается неподвижным — в нем находится узел колебаний.

Для сокращения времени и упрощения вычислений разделяем исходную систему на две одинаковые подсистемы плоскостью симметрии и по-отдельности рассматриваем колебания одной из подсистем, соответствующие симметричным и кососимметричным относительно данной плоскости формам всей системы. В качестве указанной подсистемы выберем участок стенда от приводного электродвигателя ЭД1 до срединного поперечного сечения соединительного вала 6 (см. рисунок 1). На рисунке 2 приведена механическая модель РМК самосвала БЕЛАЗ при стендовых испытаниях. Планетарные ряды содержат по 3 спутника — на рисунке 2 показано по одному спутнику (Z_2 1-го ряда, Z_5 2-го ряда).

Симметричным формам исходной системы соответствуют колебания подсистемы со свободно вращающимся участком вала между ступицей b и плоскостью симметрии (поскольку он не деформируется), жесткость которого можно принять равной нулю. Поэтому механическая модель на рисунке 2 не содержит связей с неподвижным звеном (стойкой), ограничивающих ее движение как жесткого целого (без деформаций). Она не имеет положения устойчивого статического равновесия, около которого могли бы происходить ее колебания. Для таких систем возможно лишь состояние безразличного равновесия. Низшая (первая) собственная частота колебаний в этом случае равна нулю (определяет равномерное вращение). Системы, обладающие таким свойством, называются полуопределенными [14].

Кососимметричным формам исходной системы соответствуют колебания подсистемы, содержащей половину разрезанного вала, зашпеленного в его поперечном сечении плоскостью симметрии (там находится узел колебаний). Такая подсистема будет содержать реактивную связь с неподвижным звеном (см. рисунок 2, штриховая линия), жесткость которой $c_{\text{соед.в.}}$ равна удвоенной жесткости разрезаемого вала.

Таким образом, вместо исходной механической системы рассматриваются две приведенные подсистемы, соответствующие симметричным и кососимметричным формам колебаний всей системы. Первая из них не содержит связей с неподвижным звеном и поэтому является полуопределенной, а вторая закреплена в плоскости симметрии (имеет реактивную связь).

Поскольку зубчатые передачи РМК тяжелонагруженные, принимается допущение, что зацепления пар взаимодействующих зубьев в процессе их пересопряжения не нарушаются при происхо-

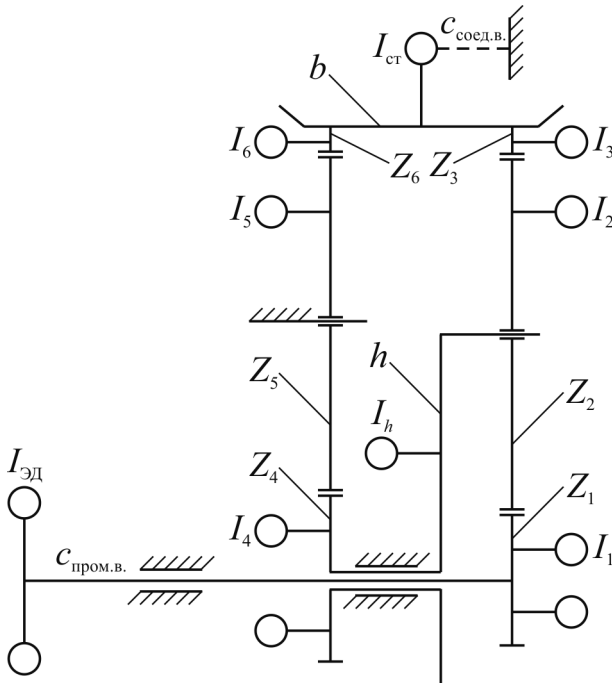


Рисунок 2 — Механическая модель планетарного РМК

карьерных самосвалов БЕЛАЗ при стендовых испытаниях:

Z_1 — солнечная шестерня 1-го ряда; Z_2 — спутник 1-го ряда; Z_3 — коронная шестерня 1-го ряда; h — водило 1-го ряда; Z_4 — солнечная шестерня 2-го ряда; Z_5 — спутник 2-го ряда; Z_6 — коронная шестерня 2-го ряда; b — ступица ведущего колеса карьерного самосвала; $I_{ЭД}$ — момент инерции ротора приводного электродвигателя, кг·м²; I_1, I_4 — моменты инерции относительно осей вращения солнечных шестерен Z_1, Z_4 , кг·м²; I_2, I_5 — моменты инерции относительно осей вращения спутников Z_2, Z_5 , кг·м²; I_3, I_6 — моменты инерции относительно осей вращения коронных шестерен Z_3, Z_6 , кг·м²; I_h — момент инерции относительно оси вращения водила h в сборе с спутниками, осями и подшипниками спутников, кг·м²; $I_{ст}$ — момент инерции относительно оси вращения ступицы ведущего колеса самосвала и жестко соединенных с ней деталей, кг·м²; $c_{пром.в.}$ — крутильная жесткость промежуточного и торсионного валов, Н·м/рад; $c_{соед.в.}$ — крутильная жесткость половины соединительного вала, Н·м/рад

Figure 2 — Mechanical model of the planetary motor-wheeler reducer of BELAZ mining dump trucks during bench tests:
 Z_1 — 1st row sun gear; Z_2 — 1st row satellite; Z_3 — 1st row crown gear; h — 1st row planet carrier; Z_4 — 2nd row sun gear; Z_5 — 2nd row satellite; Z_6 — 2nd row crown gear; b — drive wheel hub of a mining dump truck; $I_{ЭД}$ — moment of inertia of the drive electric motor rotor, kg·m²; I_1, I_4 — moments of inertia relative to the axes of rotation of the sun gears Z_1, Z_4 , kg·m²; I_2, I_5 — moments of inertia relative to the axes of rotation of the satellites Z_2, Z_5 , kg·m²; I_3, I_6 — moments of inertia relative to the axes of rotation of the crown gears Z_3, Z_6 , kg·m²; I_h — moment of inertia relative to the axis of rotation of the planet carrier h assembled with satellites, axes and bearings of satellites, kg·m²; $I_{ст}$ — moment of inertia relative to the axis of rotation of the drive wheel hub of a mining dump truck and parts rigidly connected to it, kg·m²; $c_{пром.в.}$ — torsional stiffness of the intermediate and torsion shafts, N·m/rad; $c_{соед.в.}$ — torsional stiffness of half of the connecting shaft, N·m/rad

дящих в РМК крутильных колебаниях (зубчатые профили работают без размыкания). Это позволяет представить РМК в виде динамической модели с сосредоточенными параметрами, состоящей из твердых тел и удерживающих упругих связей между ними.

Динамическая схема 1-го планетарного ряда РМК представлена на рисунке 3 а. Она состоит из жестких дисков 1, 2₁, 2₂, 2₃, моделирующих солнечную шестерню Z_1 и спутники Z_2 , совершающих соответственно вращательное и плос-

копараллельное движения, и жесткого обода 3, моделирующего коронную шестерню Z_3 , совершающего вращательное движение. При этом диски соединены между собой и с ободом упругими связями, моделирующими зубчатые зацепления и имеющими жесткости c_{12}, c_{23} . Динамическая схема 2-го ряда отличается от схемы 1-го ряда тем, что оси спутников Z_5 неподвижны и жесткие диски 5, их моделирующие, совершают вращательное движение (см. рисунок 3 б, показана часть схемы, включающая один спутник). Предполагается, что водило h 1-го ряда соединено с солнечной шестерней Z_4 2-го ряда упругим валом, работающим на кручение (на рисунке 3 не показан). Необходимость введения упругой связи обусловлена наличием в конструкции РМК зубчатой муфты, податливость которой сопоставима по величине с податливостями зацеплений зубчатых колес. На схемах не показан жесткий обод, моделирующий ступицу b ведущего колеса карьерного самосвала, соединенный с коронными шестернями Z_3 и Z_6 обоих планетарных рядов упругими связями, учитывающими податливости их креплений.

Динамическая модель РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ при стендовых испытаниях состоит из механической модели (см. рисунок 2), в которой планетарные ряды представлены динамическими схемами (см. рисунок 3). За обобщенные координаты, определяющие положение элементов динамической модели РМК, принимаются углы поворота масс: ротора приводного электродвигателя $\varphi_{ЭД}$; солнечных шестерен φ_1, φ_4 ; спутников 1-го ряда $\varphi_{21}, \varphi_{22}, \varphi_{23}$; водила h ; спутников 2-го ряда $\varphi_{51}, \varphi_{52}, \varphi_{53}$; коронных шестерен φ_3, φ_6 ; ступицы ведущего колеса карьерного самосвала $\varphi_{ст}$.

Дифференциальные уравнения движения элементов динамической модели РМК составляются на основе методов динамики твердого тела [15]:

$$\begin{aligned}
 I_{ЭД} \ddot{\varphi}_{ЭД} &= -c_{пром.в.} (\varphi_{ЭД} - \varphi_1); \\
 I_1 \ddot{\varphi}_1 &= c_{пром.в.} (\varphi_{ЭД} - \varphi_1) - \\
 &- c_{12} R_{b1} [3\varphi_1 R_{b1} - (\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - 3\varphi_h a_{w12}]; \\
 I_2 \ddot{\varphi}_{21} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{21} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\
 &- c_{23} [\varphi_{21} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_3 (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\
 I_2 \ddot{\varphi}_{22} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{22} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\
 &- c_{23} [\varphi_{22} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_3 (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\
 I_2 \ddot{\varphi}_{23} &= R_{b2} \{c_{12} (\varphi_1 R_{b1} - \varphi_{23} R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\
 &- c_{23} [\varphi_{23} R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_3 (a_{w12} + R_{b2})]\}; \\
 I_h \ddot{\varphi}_h &= a_{w12} \{c_{23} [(\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - \\
 &- 3\varphi_h a_{w12} - 3\varphi_3 (a_{w12} + R_{b2})] + \\
 &+ c_{12} [3\varphi_1 R_{b1} - (\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23}) R_{b2} - 3\varphi_h a_{w12}]\} - \\
 &- c_{h4} (\varphi_h - \varphi_4); \\
 I_4 \ddot{\varphi}_4 &= c_{h4} (\varphi_h - \varphi_4) - c_{45} R_{b4} [3\varphi_4 R_{b4} - \\
 &- (\varphi_{51} + \varphi_{52} + \varphi_{53}) R_{b5}];
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 I_5 \ddot{\varphi}_{51} &= R_{b5} \{c_{45}(\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{51} R_{b5}) - \\
 &\quad - c_{56}[\varphi_{51} R_{b5} - \varphi_6(a_{w45} + R_{b5})]\}; \\
 I_5 \ddot{\varphi}_{52} &= R_{b5} \{c_{45}(\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{52} R_{b5}) - \\
 &\quad - c_{56}[\varphi_{52} R_{b5} - \varphi_6(a_{w45} + R_{b5})]\}; \\
 I_5 \ddot{\varphi}_{53} &= R_{b5} \{c_{45}(\varphi_4 R_{b4} - \varphi_{53} R_{b5}) - \\
 &\quad - c_{56}[\varphi_{53} R_{b5} - \varphi_6(a_{w45} + R_{b5})]\}; \\
 I_3 \ddot{\varphi}_3 &= c_{23} \{(a_{w12} + R_{b2})[(\varphi_{21} + \varphi_{22} + \varphi_{23})R_{b2} - \\
 &\quad - 3\varphi_h a_{w12} - 3\varphi_3(a_{w12} + R_{b2})]\} - c_{3b}(\varphi_3 - \varphi_{ct}); \\
 I_6 \ddot{\varphi}_6 &= c_{56} \{(a_{w45} + R_{b5})[(\varphi_{51} + \varphi_{52} + \varphi_{53})R_{b5} - \\
 &\quad - 3\varphi_6(a_{w45} + R_{b5})]\} - c_{6b}(\varphi_6 - \varphi_{ct}); \\
 I_{ct} \ddot{\varphi}_{ct} &= c_{3b}(\varphi_3 - \varphi_{ct}) + c_{6b}(\varphi_6 - \varphi_{ct}) - c_{соед.в.} \varphi_{ct},
 \end{aligned}$$

где R_{b1}, \dots, R_{b5} — радиусы основных окружностей зубчатых колес 1, ..., 5; a_{w12}, a_{w45} — межосевые расстояния зубчатых пар (1, 2) и (4, 5) соответственно; $I_h = I'_h + 3m_2 a_{w12}^2$ (I'_h — момент инерции относительно оси вращения водила h 1-го ряда в сборе с осями и подшипниками сателлитов; m_2 — масса сателлита Z_2 1-го ряда); $c_{12}, c_{23}, c_{45}, c_{56}$ — жесткости зацеплений зубчатых пар (1, 2), (2, 3), (4, 5), (5, 6) соответственно, Н/м; c_{h4} — крутильная жесткость упругого вала, соединяющего водило h 1-го ряда с солнечной шестерней Z_4 2-го ряда РМК, Н·м/рад; c_{3b}, c_{6b} — крутильные жесткости упругих валов, соединяющих коронные шестерни Z_3 и Z_6 1-го и 2-го рядов со ступицей b ведущего колеса самосвала, Н·м/рад.

При колебаниях подсистемы, соответствующей симметричным формам исходной системы, жесткость $c_{соед.в.}$ в уравнениях (1) принимается равной 0.

Динамические схемы планетарных рядов содержат симметричные разветвления, образованные вращающимися относительно своих осей массами сателлитов и упругими связями, соеди-

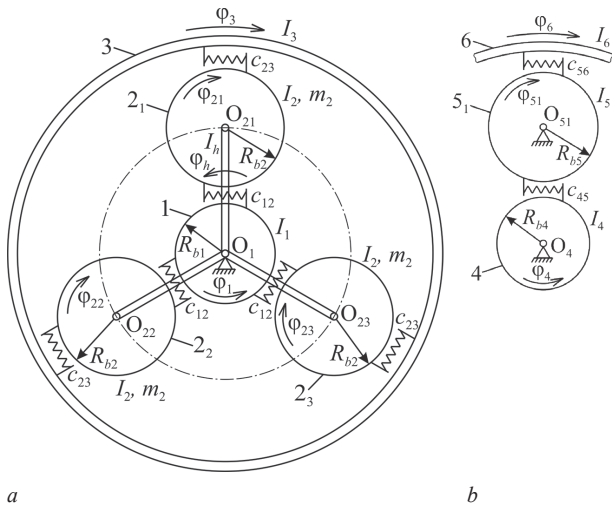


Рисунок 3 — Динамические схемы двухрядного планетарного РМК карьерных самосвалов БЕЛАЗ:
 а — 1-й ряд; б — 2-й ряд (часть схемы)
 Figure 3 — Dynamic schemes of the two-row planetary motor-wheel reducer of BELAZ mining dump trucks:
 а — 1st row; б — 2nd row (part of the scheme)

няющими их с солнечными и коронными шестернями. Поэтому собственные колебания в динамической системе РМК возможны в двух группах форм: с совпадающими направлениями движения масс в симметричных ветвях (все массы колеблются в фазе) и с несовпадающими направлениями движения этих масс (некоторые массы могут колебаться в фазе или в противофазе либо оставаться неподвижными).

При совпадении направлений движения масс в ветвях симметричного разветвления их можно объединить в один участок, моменты инерции масс и жесткости упругих связей которого получаются из соответствующих параметров симметричного ответвления умножением их на количество ветвей. Исходная динамическая модель при этом упростится (уменьшится число степеней свободы) и уравнения движения ее элементов примут вид:

$$\begin{aligned}
 I_{ЭД} \ddot{\varphi}_{ЭД} &= -c_{пр.в.}(\varphi_{ЭД} - \varphi_1); \\
 I_1 \ddot{\varphi}_1 &= c_{пр.в.}(\varphi_{ЭД} - \varphi_1) - \\
 &\quad - 3c_{12}R_{b1}(\varphi_1 R_{b1} - \varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12}); \\
 3I_2 \ddot{\varphi}_2 &= 3R_{b2} \{c_{12}(\varphi_1 R_{b1} - \varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) - \\
 &\quad - c_{23}[\varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_3(a_{w12} + R_{b2})]\}; \\
 I_h \ddot{\varphi}_h &= 3a_{w12} \{c_{12}(\varphi_1 R_{b1} - \varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12}) + \\
 &\quad + c_{23}[\varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \varphi_3(a_{w12} + R_{b2})]\} - c_{h4}(\varphi_h - \varphi_4); \\
 I_4 \ddot{\varphi}_4 &= c_{h4}(\varphi_h - \varphi_4) - 3c_{45}R_{b4}[\varphi_4 R_{b4} - \varphi_5 R_{b5}]; \\
 3I_5 \ddot{\varphi}_5 &= 3R_{b5} \{c_{45}(\varphi_4 R_{b4} - \varphi_5 R_{b5}) - \\
 &\quad - c_{56}[\varphi_5 R_{b5} - \varphi_6(a_{w45} + R_{b5})]\}; \\
 I_3 \ddot{\varphi}_3 &= 3c_{23}(a_{w12} + R_{b2})[\varphi_2 R_{b2} - \varphi_h a_{w12} - \\
 &\quad - \varphi_3(a_{w12} + R_{b2})] - c_{3b}(\varphi_3 - \varphi_{ct}); \\
 I_6 \ddot{\varphi}_6 &= 3c_{56}(a_{w45} + R_{b5})[\varphi_5 R_{b5} - \\
 &\quad - \varphi_6(a_{w45} + R_{b5})] - c_{6b}(\varphi_6 - \varphi_{ct}); \\
 I_{ct} \ddot{\varphi}_{ct} &= c_{3b}(\varphi_3 - \varphi_{ct}) + c_{6b}(\varphi_6 - \varphi_{ct}) - c_{соед.в.} \varphi_{ct},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где φ_2 — угол поворота объединенной массы сателлитов 1-го ряда; φ_5 — угол поворота объединенной массы сателлитов 2-го ряда; $3I_2, 3I_5$ — моменты инерции относительно осей вращения объединенных масс сателлитов, кг·м².

При несовпадении направлений движения масс в симметричных ветвях все остальные элементы динамической модели РМК остаются неподвижными. Поэтому соответствующие собственные частоты всей системы равны частотам колебаний каждого из симметричных ответвлений, заземленного на концах (масса сателлита колеблется на соединенных с ней упругих связях). Динамическая схема симметричного ответвления показана на рисунке 4.

Собственная частота сателлита равна:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{J}}. \tag{3}$$

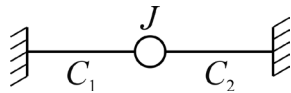


Рисунок 4 — Динамическая схема колебаний спутника на упругих связях
 Figure 4 — Dynamic scheme of satellite oscillations on elastic constraints

Формы колебаний, соответствующие собственной частоте симметричного отклонения, должны удовлетворять условию равенства нулю суммы амплитуд масс в симметричных ветвях (чтобы они были уравновешены и примыкающие массы оставались неподвижными).

Расчетные значения параметров динамической модели РМК при испытаниях на стенде (см. рисунки 2, 3), входящих в уравнения (1), (2), представлены в таблице 1.

Расчет частот и форм собственных крутильных колебаний РМК. Уравнения собственных колебаний для механических систем с сосредоточенными параметрами можно представить в матричной форме [16–18]:

$$A\ddot{q} + Cq = 0,$$

где q — вектор-столбец обобщенных перемещений; \ddot{q} — вектор-столбец обобщенных ускорений;

Таблица 1 — Параметры динамической модели РМК при испытаниях на стенде
 Table 1 — Parameters of the dynamic model of the motor-wheel reducer during bench tests

Параметр	Обозначение	Значение
Радиус основной окружности зубчатого колеса, м	R_{b1}	0,090211
	R_{b2}	0,165386
	R_{b4}	0,118401
	R_{b5}	0,169145
Межосевое расстояние зубчатой пары, м	a_{w12}	0,284384
	a_{w45}	0,320632
Момент инерции относительно оси вращения, кг·м ²	$I_{эд}$	97
	I_1	0,135
	I_2	1,017
	I_h	43,896
	I_4	1,104
	I_5	2,503
	I_3	17,9
	I_6	78,1
	$I_{ст}$	641,6
Крутильная жесткость упругого вала, Н·м/рад	$c_{пр.в.}$	$2 \cdot 10^5$
	c_{h4}	$8,32 \cdot 10^7$
	c_{3b}	$4,83 \cdot 10^9$
	c_{6b}	$4,716 \cdot 10^{10}$
	$c_{соед.в.}$	$1 \cdot 10^8$
Жесткость зацепления зубчатой пары, Н/м	c_{12}	$1,308 \cdot 10^9$
	c_{23}	$1,643 \cdot 10^9$
	c_{45}	$2,936 \cdot 10^9$
	c_{56}	$3,637 \cdot 10^9$

A — матрица инерции системы; C — матрица жесткости системы.

Для динамической модели планетарного РМК, приведенной на рисунках 2, 3, движение масс которой описывается уравнениями (2), матрицы инерции и жесткости имеют вид: $A = [A_{ij}]_{9 \times 9}$ и $C = [C_{ij}]_{9 \times 9}$. Ненулевые элементы матрицы инерции A : $A_{11} = I_{эд}$; $A_{22} = I_1$; $A_{33} = 3I_2$; $A_{44} = I_h$; $A_{55} = I_4$; $A_{66} = 3I_5$; $A_{77} = I_3$; $A_{88} = I_6$; $A_{99} = I_{ст}$. Ненулевые элементы матрицы жесткости C : $C_{11} = c_{пр.в.}$; $C_{12} = C_{21} = -c_{пр.в.}$; $C_{22} = c_{пр.в.} + 3c_{12}R_{b1}^2$; $C_{23} = C_{32} = -3c_{12}R_{b1}R_{b2}$; $C_{24} = C_{42} = -3c_{12}R_{b1}a_{w12}$; $C_{33} = 3(c_{12} + c_{23})R_{b2}^2$; $C_{34} = C_{43} = 3(c_{12} - c_{23})R_{b2}a_{w12}$; $C_{37} = C_{73} = -3c_{23}R_{b2}(a_{w12} + R_{b2})$; $C_{44} = 3(c_{12} + c_{23})a_{w12}^2 + c_{h4}$; $C_{45} = C_{54} = -c_{h4}$; $C_{47} = C_{74} = 3c_{23}a_{w12}(a_{w12} + R_{b2})$; $C_{55} = 3c_{45}R_{b4}^2 + c_{h4}$; $C_{56} = C_{65} = -3c_{45}R_{b4}R_{b5}$; $C_{66} = 3(c_{45} + c_{56})R_{b5}^2$; $C_{68} = C_{86} = -3c_{56}R_{b5}(a_{w45} + R_{b5})$; $C_{77} = 3c_{23}(a_{w12} + R_{b2})^2 + c_{3b}$; $C_{79} = C_{97} = -c_{3b}$; $C_{88} = 3c_{56}(a_{w45} + R_{b5})^2 + c_{6b}$; $C_{89} = C_{98} = -c_{6b}$; $C_{99} = c_{3b} + c_{6b} + c_{соед.в.}$. Для подсистемы, соответствующей симметричным формам колебаний исходной системы, жесткость $c_{соед.в.}$ принимается равной 0.

Расчет частот и форм собственных колебаний сводится к вычислению собственных значений и собственных векторов матрицы специального вида $A^{-1}C$ [17, 18], где A, C — действительные симметричные матрицы и A — положительно определенная. В работах [1, 18] изложен методический подход к нахождению собственных значений и собственных векторов несимметричной матрицы $A^{-1}C$ на основе применения итерационного численного метода вращений Якоби после ее предварительного преобразования к симметричному виду.

Для исследуемой динамической модели (см. рисунки 2, 3) симметричная матрица $H = A^{-1/2}CA^{-1/2}$, подобная матрице $A^{-1}C$, после подстановки числовых значений параметров модели из таблицы 1 принимает вид $H = [H_{ij}]_{9 \times 9}$ с ненулевыми элементами $H_{11} = 2061,86$; $H_{12} = H_{21} = -55\,268,4$; $H_{22} = 2,38027 \cdot 10^8$; $H_{23} = H_{32} = -9,12219 \cdot 10^7$; $H_{24} = H_{42} = -4,13537 \cdot 10^7$; $H_{33} = 7,93681 \cdot 10^7$; $H_{34} = H_{43} = -4,08448 \cdot 10^6$; $H_{37} = H_{73} = -4,96136 \cdot 10^7$; $H_{44} = 1,82062 \cdot 10^7$; $H_{45} = H_{54} = -1,19516 \cdot 10^7$; $H_{47} = H_{74} = 2,24913 \cdot 10^7$; $H_{55} = 1,87208 \cdot 10^8$; $H_{56} = H_{65} = -6,12655 \cdot 10^7$; $H_{66} = 7,51313 \cdot 10^7$; $H_{68} = H_{86} = -3,73255 \cdot 10^7$; $H_{77} = 3,25536 \cdot 10^8$; $H_{79} = H_{97} = -4,50701 \cdot 10^7$; $H_{88} = 6,37354 \cdot 10^8$; $H_{89} = H_{98} = -2,10677 \cdot 10^8$; $H_{99} = 8,10318 \cdot 10^7 / 8,11877 \cdot 10^7$ (для подсистемы, соответствующей симметричным / кососимметричным формам колебаний исходной системы).

Собственные значения матрицы H являются квадратами собственных частот динамической модели. Собственные векторы матрицы H после умножения их слева на матрицу $A^{-1/2}$ представляют собой собственные формы колебаний динамической модели.

После проведения вычислений находим значения собственных частот симметричной и ко-

Таблица 2 — Собственные частоты ω_i симметричной и кососимметричной подсистем исходной механической системы стэнда при испытаниях РМК
Table 2 — Natural frequencies ω_i of symmetric and antisymmetric subsystems of the initial mechanical system of the bench when testing the motor-wheel reducer

Частота (обозначение)	Значение частоты, рад/с (Гц)	
	симметричная подсистема	кососимметричная подсистема
ω_1	0	25,437 (4,04843)
ω_2	308,899 (49,1628)	384,074 (61,1273)
ω_3	1275,02 (202,926)	1303,58 (207,472)
ω_4	6289,35 (1000,98)	6289,4 (1000,99)
ω_5	7152,61 (1138,37)	7153,38 (1138,5)
ω_6	14641,6 (2330,28)	14641,6 (2330,28)
ω_7	16735,2 (2663,49)	16735,2 (2663,49)
ω_8	18555,8 (2953,25)	18555,9 (2953,26)
ω_9	26658,3 (4242,8)	26658,6 (4242,85)

сосимметричной подсистем исходной системы, которые приведены в таблице 2 (упорядоченные по возрастанию). Соответствующие формы колебаний даны в сводной таблице 3.

Как видно из таблицы 2, для симметричной и кососимметричной подсистем отличаются три низшие собственные частоты $\omega_1 - \omega_3$, а остальные практически одинаковые. Аналогичное справедливо для соответствующих форм колебаний.

Вычисленные значения собственных частот и форм колебаний найдены на основе уравнений (2), описывающих движение элементов динамической модели РМК при совпадающих направлениях движения масс в симметричных ветвях, образованных вращающимися относительно своих осей массами сателлитов.

При несовпадении направлений движения масс в симметричных ветвях все остальные массы

динамической модели РМК остаются неподвижными. Соответствующие собственные частоты всей системы равны частотам колебаний одного из симметричных ответвлений, заземленного на концах, динамическая схема которого показана на рисунке 4. Собственные частоты колебаний сателлитов 2 1-го ряда и 5 2-го ряда (см. рисунок 3) вычисляются по формуле (3) на основании числовых значений из таблицы 1:

$$\omega_{c2} = \sqrt{\frac{(c_{12} + c_{23})R_{b2}^2}{I_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(1,308 \cdot 10^9 + 1,643 \cdot 10^9) \cdot 0,165386^2}{1,017}} =$$

$$= 8908,88 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{c5} = \sqrt{\frac{(c_{45} + c_{56})R_{b5}^2}{I_5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(2,936 \cdot 10^9 + 3,637 \cdot 10^9) \cdot 0,169145^2}{2,503}} =$$

$$= 8667,83 \text{ рад/с}.$$

Поскольку в обоих рядах по три сателлита, найденные частоты ω_{c2} и ω_{c5} имеют кратность 2 каждая (с учетом наличия еще одной формы колебаний с совпадающими направлениями движения масс). Собственные формы, соответствующие одной и той же собственной частоте колебаний сателлитов, должны удовлетворять условию равенства нулю суммы амплитуд масс в симметричных ветвях и быть при этом линейно независимыми. Поэтому для каждой из частот ω_{c2} и ω_{c5} в качестве форм колебаний масс примем следующие значения амплитуд смещений масс $2_1, 2_2, 2_3$ и $5_1, 5_2, 5_3$ (см. рисунок 3): $(1, -1, 0)$ и $(1, 1, -2)$.

Таблица 3 — Частоты и формы собственных колебаний РМК на стэнде
Table 3 — Frequencies and modes of natural oscillations of the motor wheel reducer on the bench

Частота, рад/с (Гц)	Форма колебаний (относительные амплитуды смещений масс; см. рисунки 2, 3)												
	ЭД	1	2 ₁	2 ₂	2 ₃	h	4	5 ₁	5 ₂	5 ₃	3	6	b
0	1	1	0,3165	0,3165	0,3165	0,1332	0,1332	0,0932	0,0932	0,0932	0,0322	0,0322	0,0322
25,44 (4,05)	1	0,6862	0,2140	0,2140	0,2140	0,0926	0,0878	0,0592	0,0592	0,0592	0,0198	0,0198	0,0198
308,9 (49,2)	1	-45,278	-14,532	-14,532	-14,532	-5,9980	-6,2657	-4,5085	-4,5085	-4,5085	-1,5831	-1,5876	-1,5891
384,1 (61,1)	1	-70,544	-22,408	-22,408	-22,408	-9,4740	-9,5061	-6,6606	-6,6606	-6,6606	-2,2866	-2,2939	-2,2929
1275 (202,9)	1	-787,46	-158,46	-158,46	-158,46	-157,49	-5,0199	68,451	68,451	68,451	43,529	42,778	43,725
1304 (207,5)	1	-823,17	-159,53	-159,53	-159,53	-168,11	1,5231	81,061	81,061	81,061	50,012	49,152	50,187
6289 (1001)	1	-19184	-11514	-11514	-11514	1590,3	4592,4	3493,8	3493,8	3493,8	-956,40	136,32	67,987
7153 (1138)	1	-24812	-17681	-17681	-17681	4064,9	-36007	-32576	-32576	-32576	-712,54	539,62	1148,2
8668 (1380)	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
8668 (1380)	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-2	0	0	0
8909 (1418)	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8909 (1418)	0	0	1	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0
14642 (2330)	1	-1,04e5	9117,5	9117,5	9117,5	-8560,0	1,07e6	-1,77e5	-1,77e5	-1,77e5	7467,4	-3053,5	1261,6
16735 (2663)	1	-1,36e5	10862	10862	10862	1341,1	-1516,9	249,02	249,02	249,02	3376,5	-127,93	-80,465
18556 (2953)	1	-1,67e5	44595	44595	44595	-2130,7	2436,6	-1390,9	-1390,9	-1390,9	-71380	2634,9	1305,3
26658 (4243)	1	-3,45e5	4,49e5	4,49e5	4,49e5	-42872	-1,60e6	5,28e6	5,28e6	5,28e6	-2,30e6	-2,75e7	3,24e6

Результаты расчета всех частот и форм собственных колебаний РМК на стенде, полученные после упорядочивания значений собственных частот по возрастанию и нормирования собственных форм (первая ненулевая компонента равна 1), представлены в таблице 3.

Найденные значения собственных частот и форм колебаний РМК на стенде являются приближенными вследствие упрощений, принятых при схематизации, а также неточностей и неполноты имеющихся данных при определении параметров модели (в первую очередь жесткостей упругих связей). Для уточнения характеристик собственных колебаний необходимо выполнение их экспериментальных замеров на стенде во время проведения испытаний.

Заключение. Изложен методический подход к расчетному определению динамических параметров (собственных частот и форм крутильных колебаний) стенда с механически разомкнутым силовым контуром при ускоренных ресурсных испытаниях двухрядных планетарных редукторов мотор-колес карьерных самосвалов БЕЛАЗ серий 7530/7531 грузоподъемностью 220–240 т, основанный на исследовании разработанной многомассовой динамической модели с сосредоточенными параметрами. Особенности расчета заключаются в учете наличия плоскости симметрии механической системы стенда с установленными на нем двумя редукторами, а также присутствия в планетарных рядах симметричных разветвлений, образованных вращающимися относительно своих осей массами сателлитов и упругими связями, соединяющими их с солнечными и коронными шестернями. Предложенный подход дает возможность упростить исходную динамическую модель путем отдельного рассмотрения колебаний, соответствующих симметричным и кососимметричным относительно плоскости собственным формам всей системы, а также колебаний одного из симметричных ответвлений, защемленного на концах (масса сателлита колеблется на соединенных с ней упругих связях).

Разработанная динамическая модель стенда и рассчитанные на ее основе собственные частоты и формы крутильных колебаний позволяют анализировать возможность возникновения резонансных режимов его работы при проведении испытаний редукторов и оценивать уровни динамической нагруженности их элементов при вынужденных колебаниях с целью прогнозирования расхода ресурса зубчатых передач, основанного на периодическом вибромониторинге их технического состояния.

Работа выполнена в рамках договора № 600-01649 от 20.05.2022 «Разработать и апробировать методики ускоренных стендовых испытаний редукторов мотор-колес (РМК) самосвалов

БЕЛАЗ и вибромониторинга остаточного ресурса РМК в эксплуатации».

Список литературы

1. Методика оценки модальных параметров планетарных редукторов мотор-колес карьерных самосвалов при их эксплуатационной вибродиагностике / Н.Н. Ишин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2022. — № 3(60). — С. 24–34. — DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-3-60-24-34>.
2. Экспериментальная оценка собственных и вынужденных частот колебаний редуктора мотор-колеса самосвала БЕЛАЗ / Н.Н. Ишин [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: С.Н. Поддубко [и др.]. — Минск, 2022. — Вып. 11. — С. 139–143.
3. Ляшенко, М.В. Метод повышения достоверности стендовых испытаний трансмиссий / М.В. Ляшенко, В.В. Шевцов, Н.С. Соколов-Добрев // Изв. МГТУ «МАМИ». — 2015. — № 3(25), т. 1. — С. 66–76.
4. Формирование динамической системы стенда для испытания трансмиссий на этапе проектирования / З.А. Годжаев [и др.] // Тракторы и сельхозмашины. — 2021. — Т. 88, № 4. — С. 22–32. — DOI: <https://doi.org/10.31992/0321-4443-2021-4-22-32>.
5. Markowski, T. Numerical model of aviation gearbox test rig in a closed loop configuration / T. Markowski, S. Noga, S. Rudy // Aviation. — 2010. — Vol. 14, no. 1. — Pp. 3–11. — DOI: <https://doi.org/10.3846/aviation.2010.01>.
6. Modal analysis of a power-recirculating gear test rig / P.H. de Oliveira Teixeira [et al.] // 24th SAE Brasil International Congress and Display, São Paulo, September 22–24, 2015. — 2015. — 7 p. (SAE Technical Paper 2015-36-0448). — DOI: <https://doi.org/10.4271/2015-36-0448>.
7. Test bench characterisation and frequency domain torsional model validation of transmission systems and components / E. Galvagno [et al.] // Proc. TrC-IFTOMM Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, Izmir, June 14–17, 2015. — Pp. 1–9.
8. Galvagno, E. Experimental analysis and modeling of transmission torsional vibrations / E. Galvagno, G.R. Guercioni, M. Velardocchia // Proc. 6th International Conference on Automotive and Transportation Systems (ICAT'15), Salerno, June 27–29, 2015. — Pp. 227–233.
9. Galvagno, E. Torsional oscillations in automotive transmissions: Experimental analysis and modelling / E. Galvagno, M. Velardocchia, A. Vigliani // Shock and Vibration in Transportation Engineering. — 2016. — Vol. 2016. — DOI: <https://doi.org/10.1155/2016/5721960>.
10. Design of a mechanically closed-loop test rig for testing aviation industry's gearboxes / S. Mozafari [et al.] // Aviation. — 2017. — Vol. 21, no. 4. — Pp. 132–142. — DOI: <https://doi.org/10.3846/16487788.2017.1415225>.
11. Torque measurements from MW wind turbine gearboxes: a system identification approach / U. Gutierrez Santiago [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1618. — 10 p. — DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1618/2/022027>.
12. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний: учеб. для вузов / В.Л. Бидерман. — М.: Высш. шк., 1980. — 408 с.
13. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер; пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; под ред. Э.И. Григолока. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.
14. Тонг, К.Н. Теория механических колебаний / К.Н. Тонг; пер. с англ. О.В. Лузина; под ред. А.П. Синицына. — М.: Машиностроение, 1963. — 351 с.
15. Лойцянский, Л.Г. Курс теоретической механики: в 2 т. / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье. — 7-е изд., испр. и доп. — М.: Дрофа, 2006. — Т. 2. Динамика: учеб. пособие для вузов. — 720 с. — (Классики отечественной науки).
16. Вибрации в технике: справ.: в 6 т. / ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) [и др.]. — М.: Машиностроение, 1978–1981. — Т. 1. Колебания линейных систем / под ред. В.В. Болотина. — 1978. — 352 с.
17. Альгин, В.Б. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора / В.Б. Альгин, В.Я. Павловский, С.Н. Поддубко; под ред. И.С. Цитовича. — Минск: Наука и техника, 1986. — 214 с.
18. Методика расчета частот и форм собственных колебаний механических систем произвольной структуры со множеством возможных состояний / В.Б. Альгин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2018. — № 4(45). — С. 36–43.

ISHIN Nikolay N., D. Sc. in Eng., Assoc. Prof.

Chief of the R&D Center "Mining Machinery"¹

E-mail: ishin@oim.by

GOMAN Arkadiy M., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Head of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines of the R&D Center "Mining Machinery"¹

E-mail: arcady.mih@tut.by

SKOROKHODOV Andrey S., Ph. D. in Eng.

Leading Researcher of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines of the R&D Center "Mining Machinery"¹

E-mail: skanst@yandex.ru

SHPORTKO Vladimir V., M. Sc. in Phys. and Math.

Researcher of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines of the R&D Center "Mining Machinery"¹

E-mail: llii7pot@yandex.ru

KOVALENKO Alexander V., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Scientific Secretary¹

E-mail: a.v.kovalenko@mail.ru

LAHVINETS Tatsiana S., M. Sc. in Eng.

Researcher of the Department of Dynamic Analysis and Vibration-based Diagnostics of Machines of the R&D Center "Mining Machinery"¹

E-mail: tanka-tane4ka@mail.ru

¹Joint Institute of Mechanical Engineering of the NAS of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

Received 31 October 2023.

CALCULATION FEATURES OF THE BENCH DYNAMIC PARAMETERS DURING TESTING OF THE MOTOR-WHEEL REDUCER OF BELAZ MINING DUMP TRUCKS

When conducting accelerated tests of transmissions and reducers of mobile machines, it is required to study the dynamic properties of the bench together with the test object installed on it. This is necessary to identify possible resonances in the oscillatory system and to select appropriate test modes, which exclude the occurrence of unacceptable levels of loads that violate the correspondence between the type and nature of damage in operation and during testing. The paper proposes a methodical approach to the calculation-determination of the dynamic parameters (natural frequencies and natural modes of torsional vibrations) of the bench with a mechanically open loop during accelerated life tests of the two-row planetary motor-wheel reducers of BELAZ mining dump trucks, based on the study of the developed multi-mass dynamic model with lumped parameters. The calculation features consist in taking into account the existence of symmetry plane of the bench mechanical system with two reducers installed on it, as well as the presence of symmetrical branches in the planetary rows, formed by the masses of satellites rotating around their axes and elastic constraints connecting them with the sun and crown gears. The approach proposed makes it possible to significantly simplify calculations and to reduce the computation time.

Keywords: mining dump truck, motor-wheel reducer, accelerated life tests, test bench, planetary gear train, dynamic model, natural frequencies, natural modes, resonant mode

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2024-1-66-5-14>

References

- Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S., Shportko V.V., Panovko G.Ya., Shyshko S.A., Karpovich P.G. Metodika otsenki modalnykh parametrov planetarnykh reduktorov motor-koles karernykh samosvalov pri ikh ekspluatatsionnoy vibrodiagnostike [Method for assessing the modal parameters of planetary reducers of mining dump trucks motor wheels during their operational vibration diagnostics]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2022, no. 3(60), pp. 24–34. DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2022-3-60-24-34> (in Russ.).
- Ishin N.N., Goman A.M., Skorokhodov A.S., Shportko V.V., Shyshko S.A., Karpovich P.G. Eksperimentalnaya otsenka sobstvennykh i vyzhdenykh chastot kolebaniy reduktora motor-kolesa samosvala BELAZ [Experimental assessment of the natural and forced oscillation frequencies of the BELAZ dump truck motor-wheel reducer]. *Aktualnye voprosy mashinovedeniya*, 2022, iss. 11, pp. 139–143 (in Russ.).
- Lyashenko M.V., Shekhovtsov V.V., Sokolov-Dobrev N.S. Metod povysheniya dostovernosti stendovyykh ispytaniy transmissiy [Method for increasing the reliability of transmissions bench testing]. *Izvestiia MGTU "MAMI"*, 2015, no. 3(25), vol. 1, pp. 66–75 (in Russ.).
- Godzhayev Z.A., Shekhovtsov V.V., Lyashenko M.V., Merlyak V.K., Filippov N.V. Formirovaniye dinamicheskoy sistemy stenda dlya ispytaniya transmissiy na etape proektirovaniya [Formation of the dynamic system of the test bench for transmissions at the design stage]. *Tractors and agricultural machinery*, 2021, vol. 88, no. 4, pp. 22–32. DOI: <https://doi.org/10.31992/0321-4443-2021-4-22-32> (in Russ.).
- Markowski T., Noga S., Rudy S. Numerical model of aviation gearbox test rig in a closed loop configuration. *Aviation*, 2010, vol. 14, no. 1, pp. 3–11. DOI: <https://doi.org/10.3846/aviation.2010.01>.
- De Oliveira Teixeira P.H., Rego R.R., Borille A.V., Salzgeber J. *Modal analysis of a power-recirculating gear test rig*. SAE Technical Paper, no. 2015-36-0448, 2015. DOI: <https://doi.org/10.4271/2015-36-0448>.
- Galvagno E., Tota A., Velardocchia M., Vigliani A. Test bench characterisation and frequency domain torsional model validation of transmission systems and components. *Proc. TrC-IFTOMM symposium on theory of machines and mechanisms*. Izmir, 2015, pp. 1–9.
- Galvagno E., Guercioni G.R., Velardocchia M. Experimental analysis and modeling of transmission torsional vibrations. *Proc. 6th International conference on automotive and transportation systems (ICAT'15)*. Salerno, 2015, pp. 227–233.
- Galvagno E., Velardocchia M., Vigliani A. Torsional oscillations in automotive transmissions: Experimental analysis and modelling. *Shock and vibration in transportation engineering*, 2016, vol. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1155/2016/5721960>.
- Mozafari S., Rezazadeh M., Dolatkah Takloo S., Mardani M. Design of a mechanically closed-loop test rig for testing aviation industry's gearboxes. *Aviation*, 2017, vol. 21, no. 4, pp. 132–142. DOI: <https://doi.org/10.3846/16487788.2017.1415225>.
- Gutierrez Santiago U., van Wingerden J.W., Polinder H., Fernández Sisón A. Torque measurements from MW wind turbine gearboxes: a system identification approach. *Journal of physics: conference series*, 2020, vol. 1618. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1618/2/022027>.
- Biderman V.L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy* [Theory of mechanical vibrations]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1980. 408 p. (in Russ.).
- Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. *Vibration problems in engineering*. New York, Wiley, 1974. 521 p.
- Tong K.N. *Theory of mechanical vibration*. New York, Wiley, 1960. 348 p.
- Loityanskiy L.G., Lure A.I. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki. Tom 2: Dinamika* [Course of theoretical mechanics. Volume 2. Dynamics]. Moscow, Drofa Publ., 2006. 720 p. (in Russ.).
- Artobolevskiy I.I., et al. *Vibratsii v tekhnike. Tom 1. Kolebaniya lineynykh sistem* [Vibrations in engineering. Volume 1. Vibrations of linear systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 352 p. (in Russ.).
- Algin V.B., Pavlovskiy V.Ya., Podubko S.N. *Dinamika transmissii avtomobilya i traktora* [Car and tractor transmission dynamics]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1986. 214 p. (in Russ.).
- Algin V.B., Goman A.M., Shportko V.V., Logvinets T.S. Metodika rascheta chastot i form sobstvennykh kolebaniy mekhanicheskikh sistem proizvodnoy struktury so mnozhestvom vozmozhnykh sostoyaniy [Calculation methodology of the natural frequencies and modes of mechanical systems of an arbitrary structure with a plurality of possible states]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2018, no. 4(45), pp. 36–43 (in Russ.).