

УДК 621.522.4, 004.942

И.А. ПОПОВ, чл.-корр. АН Республики Татарстан, д-р техн. наукпрофессор кафедры теплотехники и энергетического машиностроения, руководитель лаборатории моделирования физико-технических процессов¹

E-mail: popov-igor-alex@yandex.ru

Ю.В. ЖУКОВА, канд. физ.-мат. наук, доц.ведущий научный сотрудник лаборатории турбулентности²

E-mail: julia_zhukova@rambler.ru

А.Д. ЧОРНЫЙ, канд. физ.-мат. наук, доц.заведующий лабораторией турбулентности²

E-mail: anchor@hmti.ac.by

Т.А. БАРАНОВАстарший научный сотрудник лаборатории турбулентности²

E-mail: bartat@tut.by

И.Г. КУХАРЧУКнаучный сотрудник лаборатории турбулентности²

E-mail: doomer1979@mail.ru

В.М. МЕДВЕДЕВ, канд. техн. наук, доц.директор Института механизации и технического сервиса³

E-mail: mvm-mail@mail.ru

И.А. ПОПОВ-младшийстудент Института механизации и технического сервиса³лаборант лаборатории моделирования физико-технических процессов¹

E-mail: iaropov-2004@yandex.ru

¹Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ, г. Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация²Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова НАН Беларуси, г. Минск, Республика Беларусь³Казанский государственный аграрный университет, г. Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация*Поступила в редакцию 17.07.2024.*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГЕРОТОРНОМ НАСОСЕ СИСТЕМЫ СМАЗКИ ДИЗЕЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В статье представлены результаты, служащие методической основой при создании цифрового двойника системы смазки дизельного двигателя. На первом этапе созданы математическая и компьютерная модели масляного насоса системы смазки двигателя. На втором этапе проведено численное моделирование гидродинамических процессов при работе насоса с целью верификации и валидации моделей на основе экспериментальных данных. Далее предложен метод реверс-инжиниринга рабочих характеристик насоса и построена его рабочая характеристика. На основе проведенных расчетов выработаны рекомендации по повышению точности построения математической и компьютерной моделей цифровых двойников героторного масляного насоса. Проведены расчеты насоса с измененной конструкцией.

Ключевые слова: система смазки, масляный насос, рабочая характеристика насоса, потери давления, цифровой двойник, математическая модель, достоверная компьютерная модель, численное моделирование

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2024-4-69-28-38>

Введение. Численное моделирование гидродинамических процессов в системах смазки является актуальной задачей при проектировании новых образцов поршневых двигателей. Бесперебойная циркуляция масла является не-

отъемлемой частью надежной работы двигателей. Масляный насос играет главную роль в функционировании систем смазки, обеспечивая постоянное и равномерное снабжение двигателя необходимым количеством масла, тем самым

гарантируя эффективную и стабильную работу всей системы [1].

В основе представленной работы лежит необходимость создания цифровых двойников изделий, а также разработка методической основы (математических и достоверных компьютерных моделей) для создания цифровых двойников узлов, агрегатов и систем при декомпозиции исходного изделия. Применение на практике цифрового двойника помогает обнаруживать проблемы функционирования как отдельных узлов, так и выпускаемого изделия в целом, что позволяет повышать его качество [2–5].

Цифровой двойник — цифровая копия объекта, в которой воплощены все физические (теплообменные, термодинамические, кинематические, гидравлические) процессы в объекте и вокруг него [6–9]. Согласно [10], цифровой двойник должен иметь двустороннюю связь с объектом. Цифровой двойник строится для реального изделия [11–13]. Переход с натурального образца на цифровой аналог позволяет выявлять проблемы работы объекта без дорогостоящих и длительных натуральных испытаний и производить его доводку для повышения эффективности, проверки технических решений, повышения надежности эксплуатации и разработки технологии создания.

В рассматриваемом случае цифровой двойник насоса как изделия состоит из верифицированной компьютерной модели насоса, математической модели, описывающей гидродинамические процессы, происходящие в нем, набора режимных параметров и условий эксплуатации, критериев оптимальной эксплуатации [2, 14], что позволяет достаточно точно воспроизводить его работу.

Перед началом применения компьютерной и математической моделей проводятся обязательная их верификация и валидация на примере изделия в базовой комплектации, функционирующего на номинальных режимах. При достижении точности не ниже 90–95 % достоверная компьютерная и математическая модели цифрового двойника используются для моделирования различных режимов эксплуатации, модификации конструкции и проверки технико-экономической адекватности принимаемых решений.

Объектом настоящего исследования является героторный масляный насос системы смазки рядного шестицилиндрового дизельного двигателя с рабочим объемом 8,9 литров.

Цель работы — описание методической основы создания цифрового двойника масляного героторного насоса системы смазки дизельного двигателя для последующего расчетного восстановления его рабочих характеристик, анализа процессов в нем, модификации конструкции.

Объект исследования. Современные дизельные двигатели оснащаются шестеренчатыми насосами для масляных систем. Разновид-

ностью подобных насосов являются героторные насосы. Героторный насос — это разновидность объемного шестеренного насоса с внутренним зацеплением (рисунок 1 *a, b*) [15, 16]. Внутренний подвижный приводной зубчатый ротор (см. рисунок 1 *c*) планетарно вращается во внешнем подвижном зубчатом роторе (см. рисунок 1 *d*). Внутренний ротор установлен во внешнем роторе с эксцентриситетом. В рассматриваемом случае число зубьев на внешнем роторе составляло 6, а на внутреннем роторе — на один меньше — 5. При движении внутреннего ротора в насосе образуются замкнутые камеры, объем которых изменяется во времени. Область, в которой объем рабочей камеры увеличивается, соединена с линией всасывания. В момент увеличения объема рабочей камеры жидкость заполняет полость героторного насоса. Построение геометрии профилей роторов насоса и определение основных размеров насоса представлены в [25, 28, 34]. Область, в которой объем камеры уменьшается, соединена с линией нагнетания, где жидкость вытесняется в напорный

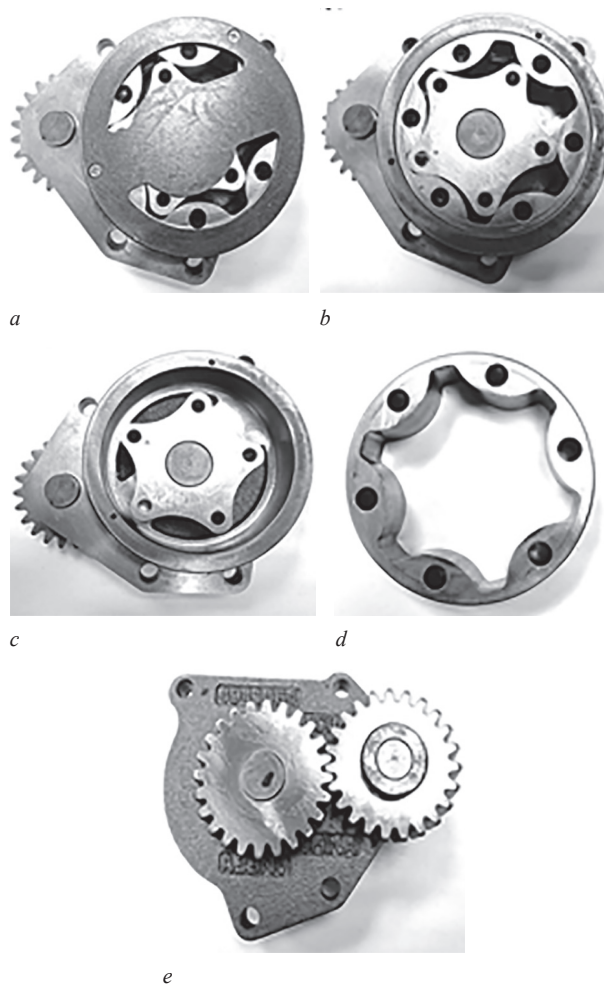


Рисунок 1 — Героторный масляный насос в сборке (*a*), со снятой крышкой с окнами подвода и отвода масла (*b*), приводной ротор (*c*), внешний подвижный ротор (*d*), система приводных шестерен насоса (*e*)
 Figure 1 — Gerotor oil pump assembly (*a*), with removed cover with oil inlet and outlet holes (*b*), drive rotor (*c*), external movable rotor (*d*), pump drive gear system (*e*)

трубопровод. Работа насоса осуществляется от коленчатого вала двигателя через систему шестерней с передаточным числом 1,75 (см. рисунок 1 е).

Построение компьютерной модели героторного насоса. Исследования характеристик героторных насосов расчетными методами [17–26], в том числе с использованием методов вычислительной гидрогазодинамики (CFD) в настоящее время востребованы и актуальны [27–29]. При этом CFD-методы выступают инструментом прогнозирования характеристик насосов данного типа и дают возможность проводить оптимизацию их конструкции.

Компьютерная модель для моделирования гидродинамических процессов в насосе включает трехмерную САД-модель насоса, подготовленную расчетную область и расчетную сетку.

Для разработки САД-модели базовой конструкции героторного масляного насоса первоначально производилось трехмерное (3D) сканирование ведомого внутреннего и ведущего внешнего роторов на оптической координатно-измерительной топометрической системе, что позволило получить поверхности, сформированные облаком точек. Далее, используя облако точек, формировалась твердотельная 3D-модель в специализированном программном обеспечении (ПО) Geomagic Design X. Затем на основе 3D-сканирования создавалось 3D-облако точек изделия. После этого строились эскизы и профили для построения поверхностей и твердых тел. В определенных сече-

ниях 3D-облака точек создавались эскизы сечений ведущего и ведомого роторов. Твердотельные 3D-модели роторов получены вытягиванием через цепь эскизов сечения роторов (рисунок 2). Далее проводилась валидация параметрической модели и эскизов на основе исходных данных сканирования. Установлено, что практически по всей поверхности роторов насоса отклонение не превышает 0,005 мм. В результате обработки геометрии в ПО Siemens NX производилась виртуальная сборка изделия — ведомого и ведущего роторов, вала ведущего ротора, корпуса и крышки героторного масляного насоса (см. рисунок 2), проверялось сопряжение конструкции, точность сборки изделия и его виртуальная работоспособность, а также сопоставление по размерам с конструкторской документацией (рисунок 3).

Вследствие особенностей работы объемных насосов такого типа при моделировании гидродинамических процессов в них применяется широко используемый подход моделирования вращающихся систем (интерфейсная поверхность между внутренним и внешним роторами) — Multiple Frames of Reference (MFR), реализуемый, например, в ПО ANSYS Fluent. Однако, как показали тестовые расчеты, для данного типа насоса такой подход очень трудоемок и требует значительного расчетного времени. В связи с этим был предложен и применен подход погруженного твердого тела — Immersed Solid, реализуемый в ПО ANSYS CFX. В этом случае вращающаяся твердотельная область (внутренний ротор) погружена в жидкую область (масляная среда) (рисунок 4). В процессе взаимного вращения двух областей при каждом расчетном временном шаге при пересечении ячеек сетки жидкой области ячейками сетки твердого тела назначается условие стенки. Для каждого расчетного временного шага формируется соответствующая расчетная область. Перекрытые элементы жидкости исключаются из расчета.

Для создания конечно-объемной модели расчетной области насоса использовался сеточный генератор ANSYS Meshing. Конечно-объемная сетка покрывала стационарные патрубки (высокого и низкого давления) и две вращающиеся расчетные области (твердую и жидкую) (рисунок 5). Так

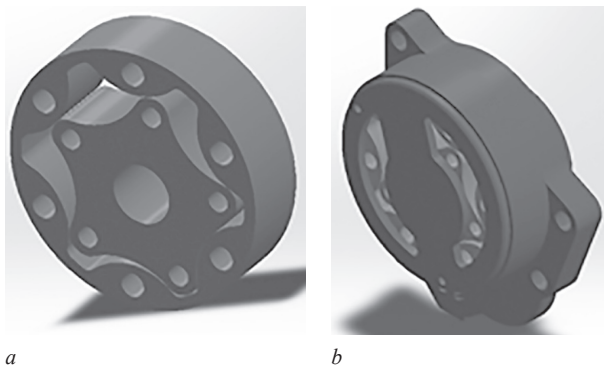


Рисунок 2 — Формирование твердотельных 3D-моделей ведущего и ведомого роторов (а), виртуальная сборка героторного масляного насоса (б)

Figure 2 — Formation of 3D solid models of driving and driven rotors (a), virtual assembly of gerotor oil pump (b)

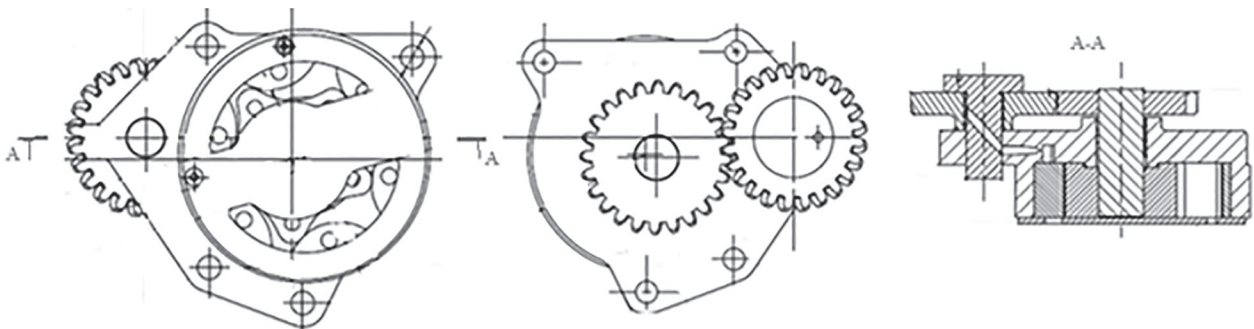


Рисунок 3 — Фрагмент конструкторской документации героторного масляного насоса
Figure 3 — Fragment of gerotor oil pump design documentation

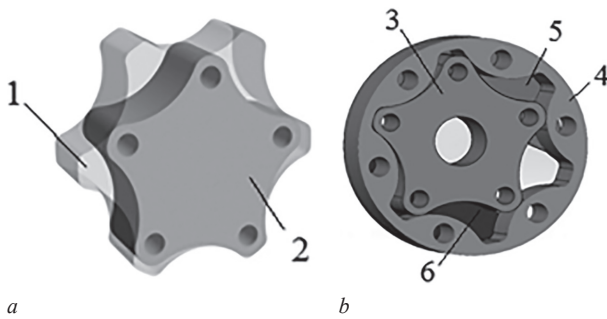


Рисунок 4 — Расчетные области масляного героторного насоса (а) и модели элементов насоса (б): 1 — область жидкости; 2 — область твердого тела; 3 — внутренний ведущий ротор; 4 — внешний ведомый ротор; 5 — патрубок высокого давления; 6 — патрубок низкого давления

Figure 4 — Calculation areas of oil gerotor pump (a) and models of pump elements (b): 1 — liquid region; 2 — solid region; 3 — inner driving rotor; 4 — outer driven rotor; 5 — high pressure branch; 6 — low pressure branch

как перекрывающиеся элементы жидкости исключаются из расчета, то на каждом временном шаге происходит перестроение расчетной сетки. Общая расчетная сетка насоса состояла из 3,28 млн элементов (максимальный размер элемента — 2 мм, призматические пристеночные элементы содержат 6 слоев с коэффициентом роста 1,2). При этом жидкая и твердотельная области описывались полиэдрическими элементами, а патрубки высокого и низкого давления — тетрагексагональными.

Математическая модель гидродинамических процессов в героторном насосе. Математическая модель реализуется путем решения дискретных аналогов системы уравнений гидродинамики и теплопереноса и включает в себя уравнения неразрывности, количества движения и энергии. При этом для дискретизации уравнений применяется метод конечных объемов с привлечением решателя на основе расчета давления [30]. Расход масла в системе достаточно велик, а вязкость мала в связи с высокой температурой масла, что обеспечивает высокие значения числа Рейнольдса. Для численного моделирования выбран метод URANS, который предполагает решение нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, уравнения неразрывности и уравнения энергии в формулировке для энтальпии. Проблема замыкания в методе URANS сводилась к определению рейнольдсовых напряжений и к записи

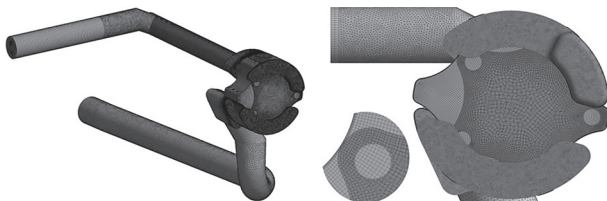


Рисунок 5 — Фрагменты расчетной сетки для моделирования гидродинамических процессов в масляном насосе и в подводящем и отводящем патрубках

Figure 5 — Fragments of the calculation grid for modeling of hydrodynamic processes in the oil pump and in the inlet and outlet branches

дополнительных дифференциальных уравнений для характеристик турбулентности. Для описания турбулентности использовалась $k-\omega$ -модель переноса сдвиговых напряжений Ментера (SST-модель). Эта модель сформулирована и реализована таким образом, что достаточно хорошо учитывает как процессы, происходящие в пограничных слоях около стенок, так и особенности развития свободных, струйных течений. Стыковочная функция в модели Ментера строится так, чтобы наиболее адекватно учитывать перенос напряжения трения в пограничном слое. Данная особенность позволяет SST-модели одновременно обладать преимуществами стандартных моделей $k-\epsilon$ [31] и $k-\omega$ [32]. Численное моделирование гидродинамических процессов в насосе производилось в ПО ANSYS CFX.

Теплофизические свойства рабочего тела (моторное масло 15W40) задавались при рабочей температуре 107 °С и составляли: плотность $\rho = 824,61 \text{ кг/м}^3$; теплоемкость $c_p = 1985 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; динамическая вязкость $\mu = 0,0105 \text{ Па}\cdot\text{с}$; теплопроводность $\lambda = 0,143 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Временной шаг подбирается равным времени поворота геротора на 1°. Граничные условия задавались: на входе в расчетную область — условие нулевого среднеинтегрального давления (атмосферное давление), на выходе — давление в зависимости от расхода и частоты вращения. Рассматривались следующие частоты вращения внутреннего ведущего ротора насоса: 1050, 1750, 2450, 3675 об/мин, которые соответствуют частотам вращения коленчатого вала 600, 1000, 1400 и 2100 об/мин. Оценочно интенсивность турбулентности на входе в расчетную область задавалась 5 %, поскольку не была известна предыстория течения. На стенках, контактирующих с теплоносителем, задавалось условие прилипания (равенство нулю скоростей).

Расчетная модель передавалась в решатель Ansys CFX Solver на высокопроизводительный вычислительный комплекс Altix UV 100 (60 ядер, 400 Гб оперативной памяти). Требуемая сходимость и установление постоянных значений основных интегральных параметров достигалась для каждого временного шага после 100-й внутренней итерации.

Верификация и валидация модели. Основой для верификации является непротиворечивость полученных результатов сути происходящих процессов, т. е. должно соблюдаться сохранение балансов расходов между входом в расчетную область и выходом из нее. В процессе расчетов баланс соблюдался с точностью до 10^{-9} кг/с .

Для валидации расчетного алгоритма проводилось численное моделирование для имеющихся технических данных (опорных точек), приведенных в технических характеристиках насоса в конструкторской документации. Сравнительный анализ паспортных и расчетных данных

показал, что отклонение расчетного значения расхода масла (1,875 кг/с при давлении масла на выходе из насоса 420 кПа) при использовании моторного масла SAE 15W40 при температуре 107 °С от паспортного (1,916 кг/с) при частоте вращения ротора насоса 3675 об/мин (частоте вращения двигателя 2400 об/мин) составляет 2,19 %. В свою очередь, отклонение расчетного значения расхода масла (1,293 кг/с при давлении масла на выходе из насоса 211 кПа) от паспортного (1,396 кг/с) при частоте вращения ротора насоса 3675 об/мин (частоте вращения двигателя 2400 об/мин) составляет 7,96 %.

Валидация проведена для случая использования моторного масла SAE 10W40 при температуре 106 °С. Данные для верификации получены экспериментально при испытаниях рядного шестицилиндрового дизельного двигателя с рабочим объемом 8,9 литров на испытательном стенде, созданном компанией AVL. Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных данных показал, что отклонение расчетного значения расхода масла (1,143 кг/с при давлении масла на выходе из насоса 515,5 кПа) от экспериментального (1,145 кг/с) при частоте вращения ротора насоса 2076,4 об/мин (частоте вращения двигателя 1404,5 об/мин) составляет 0,14 %. Отклонение расчетного значения расхода масла (0,942 кг/с при давлении масла на выходе из насоса 418,9 кПа) от экспериментального (0,997 кг/с) при частоте вращения ротора насоса 2457,9 об/мин (частоте вращения двигателя 1186,5 об/мин) составляет 5,8 %.

Таким образом, в ходе верификации показана адекватность построенных компьютерной и математической моделей цифрового двойника масляного героторного насоса, а валидация позволила достичь достаточной точности для построения цифрового двойника масляного героторного насоса. Разработанные достоверная компьютерная и математическая модели цифрового двойника могут использоваться для виртуальных испытаний с целью восстановления рабочих характеристик, визуализации происходящих процессов и последующего изменения конструкции.

Результаты численного моделирования гидродинамических процессов в масляном героторном насосе. Результаты численного моделирования гидродинамических процессов в масляном героторном насосе показали наличие периодических колебаний значения расхода масла в насосе, характерных для насосов объемного типа. Для детального изучения данной особенности выполнен расчет для характерного времени трех полных оборотов ведущего ротора. Анализ результатов показал, что при частоте вращения коленчатого вала двигателя 1400 об/мин и среднем значении избыточного давления на выходе из насоса 200 кПа в проточной части насоса присутствуют локальные повышения давления до 300 кПа

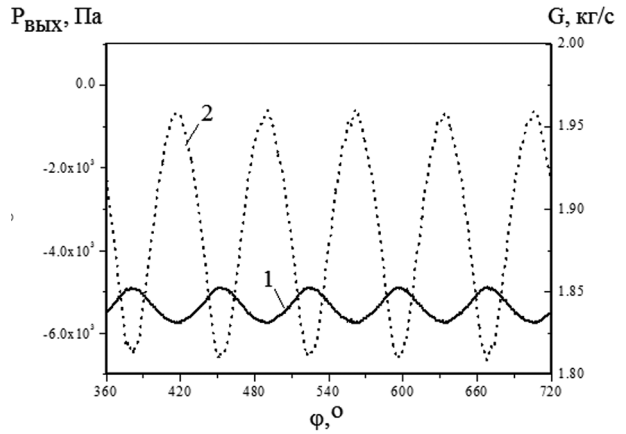


Рисунок 6 — Рабочие характеристики насоса в зависимости от угла поворота коленчатого вала φ : 1 — расход масла через насос G ; 2 — избыточное давление масла на выходе из насоса $P_{\text{вых}}$
Figure 6 — Pump operating characteristics depending on the crankshaft rotation angle φ : 1 — oil flow rate through the pump G ; 2 — oil overpressure at the pump outlet $P_{\text{вых}}$

и понижения на 50 кПа. При оборотах двигателя 2100 об/мин и избыточном давлении на выходе 420 кПа в проточной части насоса присутствуют локальные повышения давления до 650 и понижения на 100 кПа. Соответственно, имеются пуль-

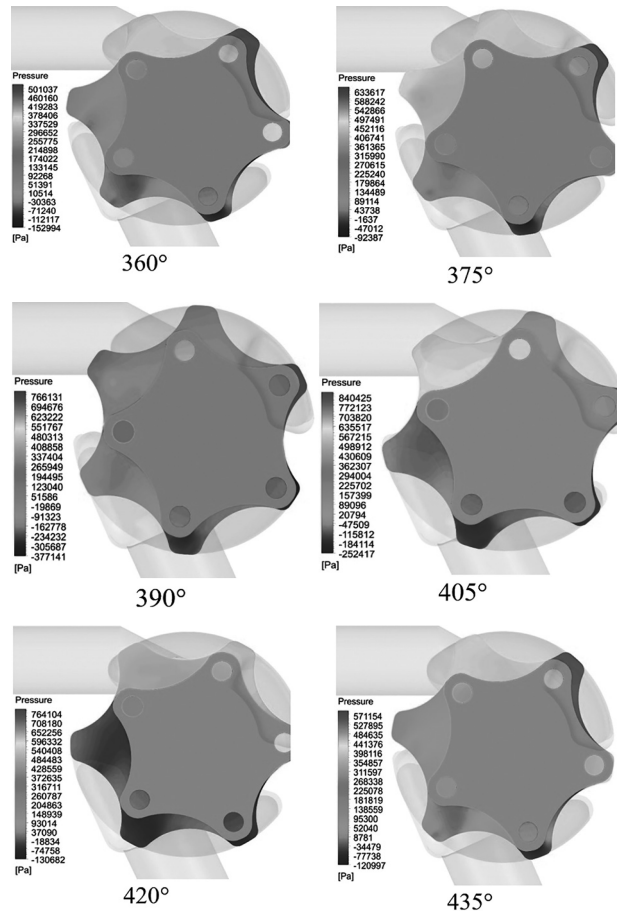


Рисунок 7 — Статическое давление масла в срединном сечении масляного насоса в различные моменты времени (в углах). Режим — 2100 об/мин (обороты ведущего ротора насоса 3675 об/мин)
Figure 7 — Static oil pressure in the middle section of the oil pump at different moments of time (in angles). Mode — 2,100 rpm (pump driving rotor speed is 3,675 rpm)

сации расхода масла G . Характерные изменения избыточного давления масла на выходе из насоса $P_{\text{вых}}$, расхода масла через насос G в зависимости от угла поворота коленчатого вала φ показаны на рисунке 6. В дальнейшем анализе используются средние значения давления и расхода масла.

Показанные на рисунке 6 пульсации давления на выходе из насоса обоснованы изменением давления в камерах сжатия и расширения в насосе (рисунок 7). На рисунках 7–9 представлены поля давления масла в насосе, а также структура течения масла в насосе.

Результаты проведенного численного моделирования гидродинамических процессов в героторном насосе (см. рисунок 9) и результаты анализа [25] выявили особенность процессов течения масла в межроторном пространстве. Между внутренним и внешним роторами практически всегда существуют радиальные зазоры. Характерные зоны

зазоров показаны на рисунке 10 *a* (пронумерованы). В один и тот же момент времени внутренний и внешний ротор могут иметь касание только по одной линии соприкосновения (обычно между точками 2 и 6, см. рисунок 10 *a*). В других точках, показанных на рисунке 10 *a* (позиции 1–6), между роторами имеется радиальный зазор. Установлено, что для данной конструкции максимальный радиальный зазор наблюдается в точке 4 и составляет около 0,065–0,09 мм. Результаты оценки распределения скорости в области наибольшего радиального зазора, полученные экспериментально с использованием PIV-метода, показаны на рисунках 10 *b* и *c* [33]. Их сопоставление с численными результатами демонстрирует хорошее соответствие (см. рисунки 9 и 10 *b, d* [33]).

Также имеются боковые зазоры между роторами, крышкой и корпусом насоса (рисунок 11). Они приводят к перетечкам масла из зоны повышенно-

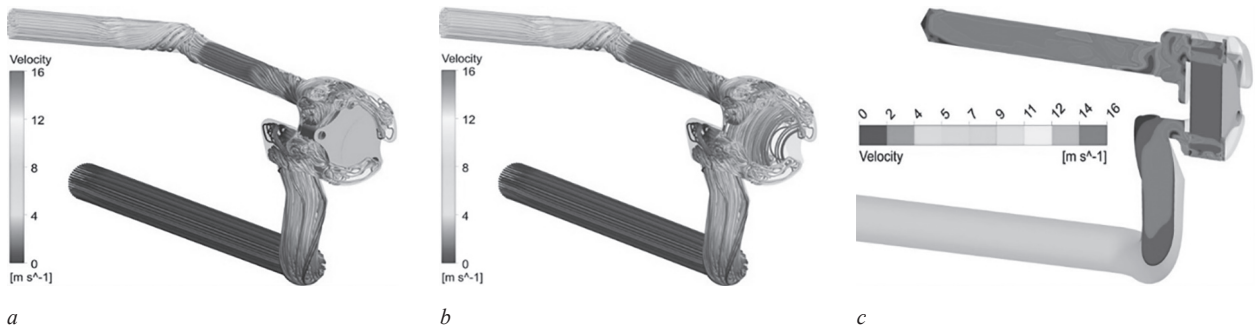


Рисунок 8 — Структура течения в масляном насосе. Режим — 2100 об/мин (обороты ведущего ротора насоса 3675 об/мин)
 Figure 8 — Flow structure in oil pump. Mode — 2,100 rpm (pump driving rotor speed is 3,675 rpm)

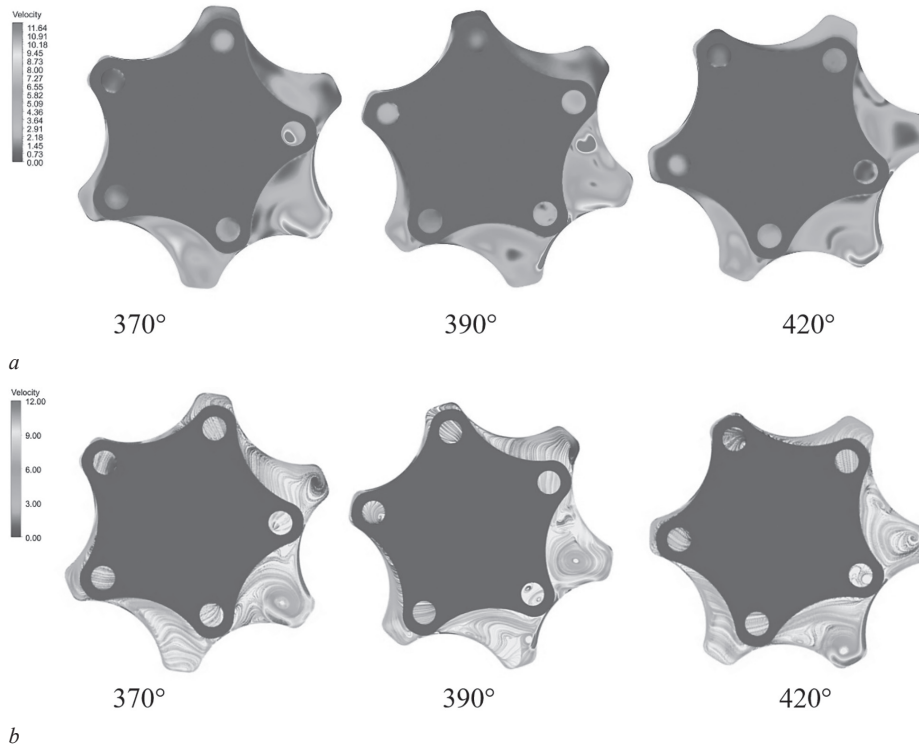


Рисунок 9 — Распределение скорости (а) и линии тока (b) в срединном сечении масляного насоса. Режим — 2100 об/мин (обороты ведущего ротора насоса 3675 об/мин)
 Figure 9 — Speed distribution (a) and current line (b) in the middle section of the oil pump. Mode — 2,100 rpm (pump driving rotor speed is 3,675 rpm)

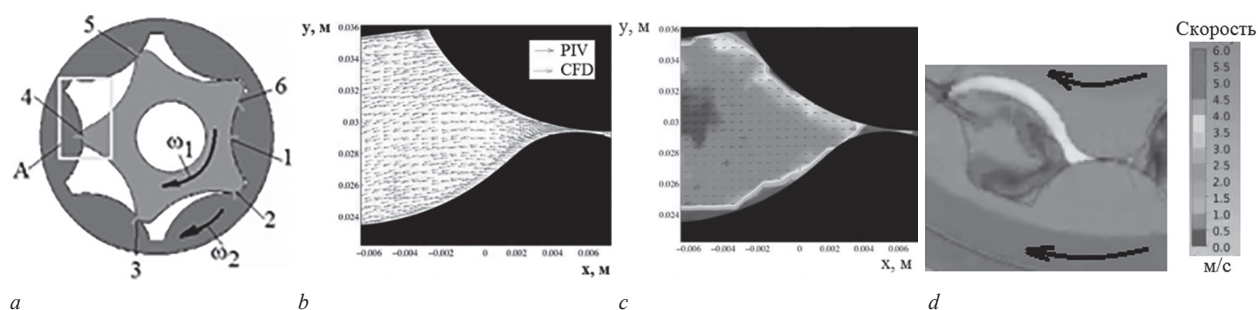


Рисунок 10 — Характерные радиальные зазоры между ведущим внутренним и ведомым наружным роторами героторного насоса (а), сравнение результатов численного моделирования векторов скорости в камере насоса в области А (b) и поле скорости в данной области (с), результаты численного моделирования (d)

Figure 10 — Characteristic radial clearances between the driving inner and driven outer rotors of the gerotor pump (a), comparison of numerical simulation results of velocity vectors in the pump chamber in region A (b) and velocity field in this region (c), results of numerical simulation (d)

го давления в зоны с давлением, близким к атмосферному, при котором масло подается из поддона картера двигателя. Для уменьшения боковых перетечек в рассматриваемой нами конструкции во внешнем и внутреннем роторах были выполнены сквозные отверстия, которые дополнительно улучшают смазку боковых поверхностей роторов.

Многовариантные расчеты гидродинамических процессов в насосе показали, что для увеличения точности расчетов протекающих процессов в межзубчатых зазорах насоса необходимо максимально увеличить количество расчетных ячеек. Например, увеличение количества узлов с 3,28 до 6,5 млн повысило точность расчетов примерно на 50 %. Уменьшение временного шага при изменении времени поворота геротора с 1 до 0,5° не оказало существенного влияния на точность получаемых результатов. В связи с этим необходим учет перетечек масла в данный момент взаимного расположения роторов, что реализуется за счет правильного выбора размеров ячеек расчетной сетки.

Восстановление рабочей характеристики масляного героторного насоса. Разработанные валидированные компьютерная и математическая модель цифрового двойника героторного масляного насоса позволили воссоздать расчетным путем рабочую характеристику насоса.

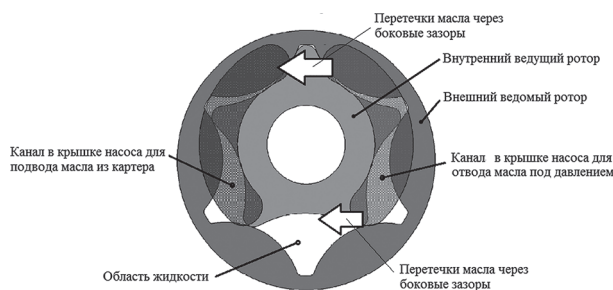


Рисунок 11 — Схема перетечек масла из камер повышенного давления в камеры пониженного давления через боковые зазоры между ведущим внутренним и ведомым наружным роторами и корпусом и крышкой героторного насоса

Figure 11 — Schematic of oil flow from the high-pressure chambers to the low-pressure chambers through the side clearances between the inner driving and outer driven rotors and the gerotor pump casing and cover

Виртуальное испытание насоса для воссоздания его рабочей характеристики производилось с использованием описанной выше математической модели. Изменению подверглись только граничные условия. Для расчета режима максимального расхода масла через насос при заданных оборотах вращения коленчатого вала на выходе из расчетной области задавалось условие нулевого избыточного давления. Для расчета режима максимального давления масла на выходе из насоса при заданных оборотах вращения коленчатого вала на выходе из расчетной области задавалось условие стенки, т. е. нулевого расхода масла через насос. Затем производились расчеты расхода масла для промежуточных точек по избыточному давлению масла на выходе из насоса — от нулевого значения до максимального.

Рабочая характеристика насоса для случая течения в насосе моторного масла SAE 15W40 при температуре 107 °C показана на рисунке 12.

Для обеспечения работоспособности насоса в рамках системы установлен клапан регулировки давления, который обеспечивает поддержание давления в системе не выше 517 кПа. На основании этого на графике для характеристики масляного насоса введено ограничение на уровне 517 кПа. Все вышележащие значения параметров насоса не учитывались.

Отдельные точки на полученной рабочей характеристике насоса ранее были верифицированы с паспортными данными насоса для опорных точек и отмечено хорошее совпадение расчетных и паспортных значений по давлению и расходу.

Изменение конструкции масляного героторного насоса и определение его рабочей характеристики. Проектирование контуров роторов героторного насоса является нетривиальной задачей и представляет собой расчет и построение зубчатых шестерен и эквидистант циклоид. Поэтому изменение его конструкции заключалось в нахождении оптимального рабочего объема героторного насоса, который возможно вписать в существующую конструкцию блока

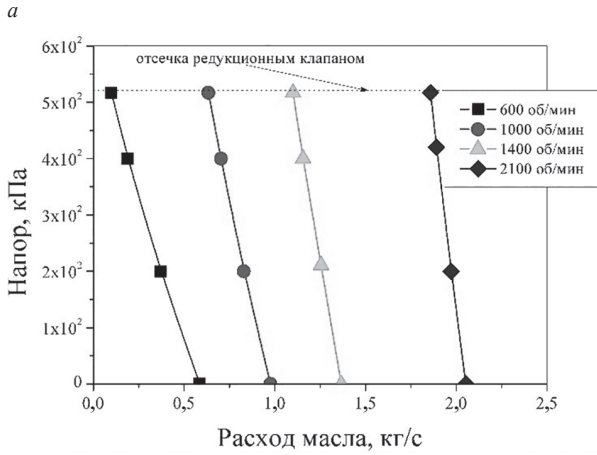
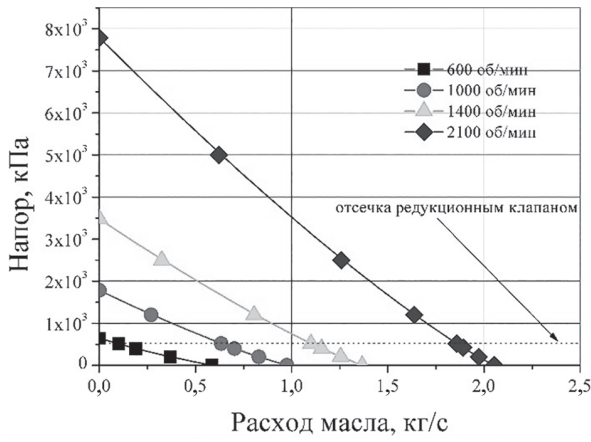


Рисунок 12 — Расчетная рабочая характеристика насоса: *a* — полная характеристика; *b* — рабочая характеристика с учетом работы клапана регулировки давления
Figure 12 — Calculated pump performance: *a* — full performance; *b* — performance including pressure control valve operation

цилиндров с навесными узлами и агрегатами. Целью изменения конструкции являлось увеличение пропускной способности насоса исходной конструкции.

Объемное изменение подразумевает изменение геометрических размеров насоса по трем координатам. Объемное масштабирование проточной части насоса проводилось так, чтобы плоскость 1, указанная на рисунке 13, была зафиксирована. Трубопроводы в сечениях 2 и 3 также оставались фиксированными и не масштабировались. Следовательно, изменение размеров происходило по большей части вправо от сечения 1 и до сечений 2 и 3. При объемном изменении (масштабировании)

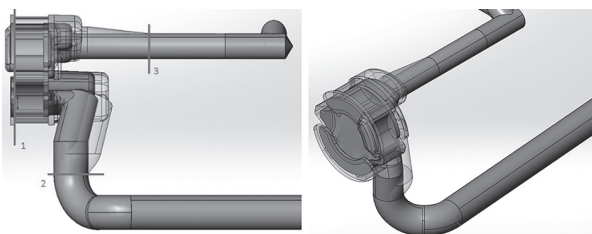


Рисунок 13 — Схема объемного изменения рабочего объема насоса на 60 %, в том числе подводящих и отводящих патрубков
Figure 13 — Scheme of the volumetric change of the pump displacement by 60 %, including inlet and outlet branches

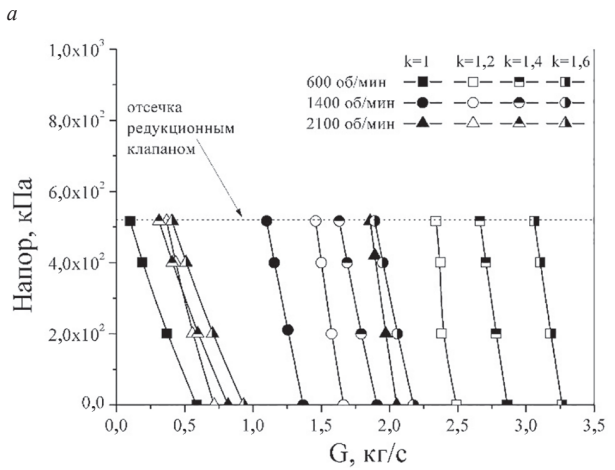
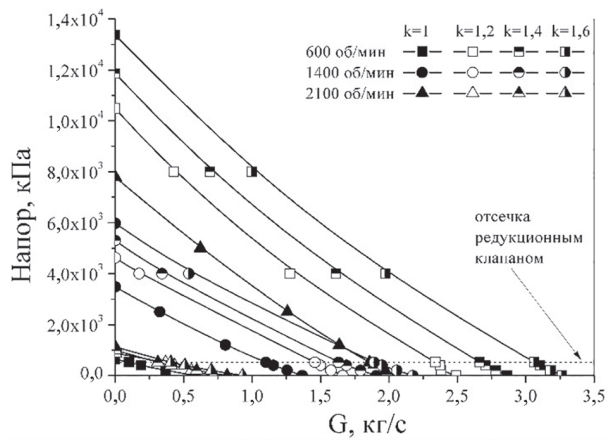


Рисунок 14 — Расчетные характеристики модернизированных масляных героторных насосов: *a* — полная характеристика; *b* — рабочая характеристика с учетом работы клапана регулировки давления
Figure 14 — Calculated performance of modernized oil gerotor pumps: *a* — full performance; *b* — performance including pressure control valve operation

объема насоса разработаны три расчетные модели, имеющие коэффициент увеличения объема насоса $k = 1,2; 1,4; 1,6$.

Численное моделирование проведено с использованием вышеописанных подходов. В результате получена рабочая характеристика вариантов героторных насосов измененной конструкции (рисунок 14).

Таким образом, валидированные компьютерная и математическая модели цифрового двойника изделия позволили разработать методику перехода к цифровому двойнику прототипа за счет изменения конструкции насоса, т. е. к модели пока не существующего насоса, и виртуально получить его характеристику.

Заключение. 1. Предложена технология создания цифрового двойника героторного масляного насоса с использованием ПО ANSYS.

2. Установлено, что для адекватного описания работы такого типа объемных насосов при моделировании гидродинамических процессов в них целесообразно применять подход Immersed Solid (погруженного твердого тела).

3. Многовариантные расчеты насоса показали, что для увеличения точности расчетов протекающих процессов в межзубчатых зазорах насоса необходимо максимально увеличить количество расчетных ячеек. Например, увеличение количества узлов с 3,28 до 6,5 млн повысило точность расчетов примерно на 50 %. Уменьшение временного шага при изменении времени поворота геротора с 1 до 0,5° не оказало существенного влияния на точность получаемых результатов.

4. Создание и применение цифрового двойника насоса может быть актуальным при реверс-инжиниринге насосов, а также при совершенствовании или оптимизации конструкции насосов — восстановления рабочих характеристик для новых конструкций или новых теплофизических свойств рабочих жидкостей.

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках Соглашения о консорциуме между КНИТУ-КАИ и Институтом тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова НАН Беларуси и в рамках Соглашения о предоставлении субсидии из федерального бюджета на финансовое обеспечение выполнения государственного задания на оказание государственных услуг № 075-03-2024-067 от 17.01.2024 (шифр FZSU-2023-0004).

Список литературы

1. Двигатели внутреннего сгорания: Теория поршневых и комбинированных двигателей: учеб. для втузов / Д.Н. Вырубов, Н. А. Иващенко, В. И. Ивин [и др.]; под ред. А.С. Орлина, М.Г. Круглова. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1983. — 372 с.
2. Габитова, Г.Ф. Цифровой двойник как основа инновационного развития малых и средних предприятий автомобильной промышленности на примере Германии и России / Г.Ф. Габитова, Т.Ю. Хватова // Бизнес. Образование. Право. — 2020. — № 3(52). — С. 132–138. — DOI: <https://doi.org/10.25683/VOLBI.2020.52.387>.
3. Сосфенов, Д.А. Использование цифровых двойников в автомобильной промышленности: российский и зарубежный опыт / Д.А. Сосфенов // Экономика и управление. — 2023. — Т. 29, № 6. — С. 662–669. — DOI: <https://doi.org/10.35854/1998-1627-2023-6-662-669>.
4. Цифровые двойники как способ оптимизации производства электромобилей / А.В. Лихвойнен [и др.] // Вестник Алтайской академии экономики и права. — 2021. — № 7-2. — С. 184–191. — DOI: <https://doi.org/10.17513/vaael.1797>.
5. Фомичева, Т.Л. Применение технологии цифровых двойников в автомобильной промышленности: российский опыт / Т.Л. Фомичева // Экономика: вчера, сегодня, завтра. — 2021. — Т. 11, № 12А. — С. 181–186. — DOI: <https://doi.org/10.34670/AR.2021.24.88.003>.
6. Grieves, M.W. Digital Twins: past, present, and future / M.W. Grieves // The Digital Twin. Eds.: N. Crespi, A.T. Drobot, R. Minerva. — Springer, 2023. — Pp. 97–121. — DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-21343-4_4.
7. Grieves, M. Digital Twin: Mitigating Unpredictable, Undesirable Emergent Behavior in Complex Systems. / M. Grieves, J. Vickers // Transdisciplinary Perspectives and Complex Systems: New Findings and Approaches. Eds by F.J. Kahlen, S. Flumerfelt, A. Alves // Springer. — 2017. — Pp. 85–113. — DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-38756-7_4.
8. Цифровые двойники в высокотехнологичной промышленности. Краткий доклад / А.И. Боровков, А.А. Гамзикова, К.В. Кукушкин, Ю.А. Рябов. — СПб: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. — 62 с. — DOI: <https://doi.org/10.18720/SPBPU/2/i20-130>.
9. Блинов, В.Л. Цифровые двойники турбомашин: учеб. пособие / В.Л. Блинов, С.В. Богданец; науч. ред. О.В. Комаров; М-во науки и высш. образования РФ. — Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2022. — 162 с.
10. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения: ГОСТ Р 57700.37–2021. — Введ. 16.09.2021. — М.: Российский институт стандартизации, 2021. — 15 с.
11. Цифровые двойники: вопросы терминологии / А.И. Боровков [и др.]. — СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. — 28 с.
12. Кокорев, Д.С. Цифровые двойники: понятие, типы и преимущества для бизнеса / Д.С. Кокорев, А.А. Юрин // Colloquium-Journal. — 2019. — No. 10(34), part 2. — P. 101–105. — DOI: <https://doi.org/10.24411/2520-6990-2019-10264>.
13. Дозорцев, В.М. Цифровые двойники в промышленности: жизнь после Хайла / В.М. Дозорцев // Автоматизация в промышленности. — 2023. — № 12. — С. 3–9. — DOI: <https://doi.org/10.25728/avtprom.2023.12.01>.
14. Прохоров, А. Цифровой двойник. Анализ, тренды, мировой опыт / А. Прохоров, М. Лысачев; под ред. А. Боровкова. — М.: ООО «АльянсПринт», 2020. — 401 с.
15. Rundo, M. Lubrication pumps for internal combustion engines: a review / M. Rundo, N. Nervegna // Int. J. of Fluid Power. — 2015. — Vol. 16, iss. 2. — Pp. 59–74. — DOI: <https://doi.org/10.1080/14399776.2015.1050935>.
16. Gamez-Montero, P.J. A review of gerotor technology in hydraulic machines / P.J. Gamez-Montero, E. Codina, R. Castilla // Energies. — 2019. — Vol. 12, iss. 12. — DOI: <https://doi.org/10.3390/en12122423>.
17. Ivanović, L. Design, Modeling and simulation of gearing for improving gerotor pump performance / L. Ivanovic // Advances in Hydraulic and Pneumatic Drives and Control 2020. — 2020. — Pp. 15–27. — DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-59509-8_2.
18. Саенко, В.П. К расчету героторных гидромашин / В.П. Саенко, Р.Н. Горбатюк // Вестник машиностроения. — 2004. — № 7. — С. 13–16.
19. Altare, G. Advances in simulation of gerotor pumps: an integrated approach. / G. Altare, M. Rundo // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. — 2017. — Vol. 231, iss. 7. — Pp. 1221–1236. — DOI: <https://doi.org/10.1177/09544062176946>.
20. Modelling approach on a gerotor pump working in cavitation condition // D. Buono [et al.] // Energy Procedia. — 2016. — Vol. 101. — Pp. 701–709. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2016.11.089>.
21. Pellegri, M. Numerical simulation of Gerotor pumps considering rotor micro-motions // M. Pellegri, A. Vacca // Meccanica. — 2017. — Vol. 52, iss. 2. — Pp. 1851–1870. — DOI: <https://doi.org/10.1007/s11012-016-0536-6>.
22. Pellegri, M. A simulation model of Gerotor pumps considering fluid-structure interaction effects: Formulation and validation motions // M. Pellegri, V.H.B. Manne, A. Vacca // Mechanical Systems and Signal Processing. — 2020. — Vol. 140. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.106720>.
23. Rundo, M. Models for flow rate simulation in gear pumps: a review / M. Rundo // Energies. — 2017. — Vol. 10, iss. 9. — DOI: <https://doi.org/10.3390/en10091261>.
24. Design analysis & parametric optimization of gerotor oil pump for improving volumetric efficiency / A. Kamal [et al.] // SAE Technical Papers 2016-28-0113; SAE International: Warrendale, PA, USA. — 2016. — Pp. 1–10. — DOI: <https://doi.org/10.4271/2016-28-0113>.
25. Schweiger, W. Gerotor Pumps for Automotive Drivetrain Applications: A Multi Domain Simulation Approach / W. Schweiger, W. Schoefmann, A. Vacca // SAE International Journal of Passenger Cars – Mechanical Systems. — 2011. — Vol. 4, iss. 3. — Pp. 1358–1376. — DOI: <https://doi.org/10.4271/2011-01-2272>.
26. A Virtual Prototype for Fast Design and Visualization of Gerotor Pumps / J. Pareja-Corcho [et al.] // Applied Sciences. — 2021. — Vol. 11, iss. 3. — DOI: <https://doi.org/10.3390/app11031190>.
27. Sang, X. Numerical simulation of an inner engaging gerotor based on the optimization of inlet and outlet cavities / X. Sang, X. Zhou, X. Liu // Proc. 5th International Conference on Advanced Design and Manufacturing Engineering, Shenzhen, September 19–25, 2015. — China: Atlantis Press, 2015. — Pp. 1691–1695. — DOI: <https://doi.org/10.2991/icadme-15.2015.313>.
28. Design of Gerotor Pump and Influence on Oil Supply System for Hybrid Transmission / M. Huang [et al.] // Energies. — 2021. — Vol. 14, iss. 18. — DOI: <https://doi.org/10.3390/en14185649>.
29. Design and CFD analysis of gerotor with multiple profile (ellipse-involute-ellipse type and 3-ellipses type) using rotation and translation algorithm / J.H. Bae [et al.] // Proc. of Institute of Mechanical Engineering, Part C: J. Mechanical Engineering Science. — 2016. — Vol. 230, iss. 5. — Pp. 804–823. — DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406215583888>.
30. Патанкар, С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / С. Патанкар; пер. с англ. под ред. В.Д. Виоленского. — М.: Энергоатомиздат, 1994. — 152 с.

31. Wilcox, D.C. Turbulence modeling for CFD / D.C. Wilcox // DCW Industries Inc. — 1993. — 460 p.
32. Menter, F.R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model / F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry // Heat and Mass Transfer 4: Proc. 4th International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Antalya, Turkey, 12–17 Oct. 2003; eds. K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. — Begell House, Inc. — 2003.
33. Computational fluid dynamics and particle image velocimetry assisted design tools for a new generation of trochoidal gear pumps / M. Garcia-Vilchez [et al.] // Advances in Mechanical Engineering. — 2015. — Vol. 7, iss. 7. — DOI: <https://doi.org/10.1177/1687814015592561>.
34. Стасенко, Д.Л. Методика расчета героторного насоса с эллипсоидальным зацеплением / Д.Л. Стасенко, Д.В. Лавский // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. — 2011. — № 2(45). — С. 23–30.

POPOV Igor A., Corresponding Member of TAS, D. Sc. in Eng.

Professor of the Department for Heat and Power Engineering, Head of the Laboratory of Modeling Physical and Technical Processes¹

E-mail: popov-igor-alex@yandex.ru

ZHUKOVA Yuliya V., Ph. D. in Phys. and Math., Assoc. Prof.

Leading Researcher of Turbulence Laboratory²

E-mail: julia_zhukova@rambler.ru

CHORNY Andrei D., Ph. D. in Phys. and Math., Assoc. Prof.

Head of Turbulence Laboratory²

E-mail: anchor@hmti.ac.by

BARANOVA Tatsiana A.

Senior Researcher of Turbulence Laboratory²

E-mail: bartat@tut.by

KUKHARCHUK Igor G.

Researcher of Turbulence Laboratory²

E-mail: doomer1979@mail.ru

MEDVEDEV Vladimir M., Ph. D. in Eng., Assoc. Prof.

Director of the Institute of Mechanization and Technical Service³

E-mail: mvm-mail@mail.ru

POPOV Igor A. Jr.

Student of the Institute of Mechanization and Technical Service³

Laboratory Assistant of the Laboratory of Modeling Physical and Technical Processes¹

E-mail: iapopov-2004@yandex.ru

¹Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev — KAI, Kazan, Republic of Tatarstan, Russian Federation

²A.V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the NAS of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

³Kazan State Agrarian University, Kazan, Republic of Tatarstan, Russian Federation

Received July 17, 2024.

NUMERICAL MODELING OF HYDRODYNAMIC PROCESSES IN THE GEROTOR PUMP OF THE LUBRICATION SYSTEM OF DIESEL ENGINES

This article presents the results that serve as a methodological basis for creating a digital twin of a diesel engine lubrication system. At the first stage, mathematical and computer models have been created for the oil pump of the engine lubrication system. At the second stage, numerical modeling of hydrodynamic processes during pump operation has been carried out in order to verify and validate models based on experimental data. Next, a method of reverse engineering of pump performance characteristics is proposed, and its performance characteristic is constructed. Based on the calculations performed, recommendations have been developed to improve the accuracy of constructing mathematical and computer models of digital twins of a gerotor oil pump. Calculations were carried out for the pump with a modified design.

Keywords: *lubrication system, oil pump, pump performance, pressure losses, digital twin, mathematical model, reliable computer model, numerical simulation*

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2024-4-69-28-38>

References

- Vyrubov V.N., et al. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya: teoriya porshnevnykh i kombinirovannykh dvigateley* [Internal combustion engines: theory of piston and combined engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 372 p. (in Russ.).
- Gabitova G.F., Khvatova T.Yu. Tsifrovoy dvoynik kak osnova innovatsionnogo razvitiya malyykh i srednykh predpriyatiy avtomobilnoy promyshlennosti na primere Germanii i Rossii [Digital twin as the basis for innovative development of small and medium enterprises of the automotive industry on the example of Germany and Russia]. *Business. Education. Law*, 2020, no. 3(52), pp. 132–138. DOI: <https://doi.org/10.25683/VOL-BI.2020.52.387> (in Russ.).
- Sosfenov D.A. Ispolzovanie tsifrovyykh dvoynikov v avtomobilnoy promyshlennosti: rossiyskiy i zarubezhnyy opyt [Use of digital twins in automotive industry: Russian and foreign experience]. *Economics and management*, 2023, vol. 29, no. 6, pp. 662–669. DOI: <https://doi.org/10.35854/1998-1627-2023-6-662-669> (in Russ.).
- Likhvoynen A.V., Komarova M.V., Rozov A.A., Solodkova E.V., Stepanova A.A. Tsifrovyye dvoyniki kak sposob optimizatsii proizvodstva elektromobiley [Digital twins as a method for optimizing electric vehicle production]. *Vestnik Altayskoy akademii ekonomiki i prava*, 2021, no. 7-2, pp. 184–191. DOI: <https://doi.org/10.17513/vaael.1797> (in Russ.).
- Fomicheva T.L. Primenenie tekhnologii tsifrovyykh dvoynikov v avtomobilnoy promyshlennosti: rossiyskiy opyt [Application of digital twin technology in the automotive industry: Russian experience]. *Economics: yesterday, today and tomorrow*, 2021, vol. 11, no. 12A, pp. 181–186. DOI: <https://doi.org/10.34670/AR.2021.24.88.003> (in Russ.).
- Grieves M.W. Digital twins: past, present, and future. *The digital twin*, 2023, pp. 97–121. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-21343-4_4
- Grieves M., Vickers J. Digital twin: mitigating unpredictable, undesirable emergent behavior in complex systems. *Transdisciplinary perspectives and complex systems: New findings and approaches*, 2017, pp. 85–113. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-38756-7_4
- Borovkov A.I., Gamzikova A.A., Kukushkin K.V., Ryabov Yu.A. *Tsifrovyye dvoyniki v vysokotekhnologichnoy promyshlennosti. Kratkiy doklad* [Digital twins in the high-tech industry. Brief report]. Saint Petersburg, POLITEKH-PRESS Publ., 2019. 62 p. DOI: <https://doi.org/10.18720/SPBPU/2/i20-130> (in Russ.).
- Blinov V.L., Bogdanets S.V. *Tsifrovyye dvoyniki turbomashin* [Digital twins of turbomachines]. Ekaterinburg, Uralskiy universitet Publ., 2022. 162 p. (in Russ.).
- State Standard R 57700.37–2021. *Kompyuternyye modeli i modelirovaniye. Tsifrovyye dvoyniki izdeliy. Obshchie polozheniya* [Computer models and simulation. Digital twins of products. General provisions]. Moscow, Rossiyskiy institut standartizatsii Publ., 2021. 15 p. (in Russ.).
- Borovkov A.I., Ryabov Yu.A., Shcherbina L.A., Gamzikova A.A. *Tsifrovyye dvoyniki: voprosy terminologii* [Digital twins: issues of terminology]. Saint Petersburg, POLITEKH-PRESS Publ., 2021. 28 p. (in Russ.).
- Kokorev D.S., Yurin A.A. Tsifrovyye dvoyniki: ponyatie, tipy i preimushchestva dlya biznesa [Digital twins: concept, types and benefits for business]. *Colloquium-journal*, 2019, no. 10(34), part 2, pp. 101–105. DOI: <https://doi.org/10.24411/2520-6990-2019-10264> (in Russ.).
- Dozortsev V.M. Tsifrovyye dvoyniki v promyshlennosti: zhizn posle khaypa [Digital twins in industry: life after hype]. *Avtomatizatsiya v promyshlennosti*, 2023, no. 12, pp. 3–9. DOI: <https://doi.org/10.25728/avtprom.2023.12.01> (in Russ.).
- Prokhorov A., Lysachev M. *Tsifrovoy dvoynik. Analiz, trendy, mirovoy opyt* [Digital twin. Analysis, trends, world experience]. Moscow, AlyansPrint Publ., 2020. 401 p. (in Russ.).
- Rundo M., Nervegna N. Lubrication pumps for internal combustion engines: a review. *International journal of fluid power*, 2015, vol. 16, iss. 2, pp. 59–74. DOI: <https://doi.org/10.1080/14399776.2015.1050935>
- Gamez-Montero P.J., Codina E., Castilla R. A review of gerotor technology in hydraulic machines. *Energies*, 2019, vol. 12, iss. 12. DOI: <https://doi.org/10.3390/en12122423>.
- Ivanović L. Design, modeling and simulation of gearing for improving gerotor pump performance. *Advances in hydraulic and pneumatic drives and control* 2020, 2020, pp. 15–27. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-59509-8_2
- Saenko V.P., Gorbatyuk R.N. K raschetu gerotornykh gidromashin [To the calculation of gerotor hydraulic machines]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2004, no. 7, pp. 13–16 (in Russ.).
- Altare G., Rundo M. Advances in simulation of gerotor pumps: An integrated approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of mechanical engineering science*, 2017, vol. 231, iss. 7, pp. 1221–1236. DOI: <https://doi.org/10.1177/09544062176946>.
- Buono D., di Cola F.D.S., Senatore A., Frosina E., Buccilli G., Harrison J. Modelling approach on a gerotor pump working in cavitation condition. *Energy procedia*, 2016, vol. 101, pp. 701–709. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2016.11.089>.
- Pellegrini M., Vacca A. Numerical simulation of Gerotor pumps considering rotor micro-motions. *Meccanica*, 2017, vol. 52, iss. 8, pp. 1851–1870. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11012-016-0536-6>.
- Pellegrini M., Manne V.H.B., Vacca A. A simulation model of Gerotor pumps considering fluid-structure interaction effects: Formulation and validation motions. *Mechanical systems and signal processing*. 2020, vol. 140. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2020.106720>.
- Rundo M. Models for flow rate simulation in gear pumps: a review. *Energies*, 2017, vol. 10, iss. 9. DOI: <https://doi.org/10.3390/en10091261>.
- Kamal A., Kaundabalarman K., Rathi H., Muley A. *Design analysis & parametric optimization of gerotor oil pump for improving volumetric efficiency*. SAE Technical Paper, no. 2016-28-0113, 2016. DOI: <https://doi.org/10.4271/2016-28-0113>.
- Schweiger W., Schoefmann W., Vacca A. Gerotor pumps for automotive drivetrain applications: a multi domain simulation approach. *SAE international journal of passenger cars – mechanical systems*, 2011, vol. 4, iss. 3, pp. 1358–1376. DOI: <https://doi.org/10.4271/2011-01-2272>.
- Pareja-Corcho J., et al. A virtual prototype for fast design and visualization of gerotor pumps. *Applied sciences*, 2021, vol. 11, iss. 3. DOI: <https://doi.org/10.3390/app11031190>.
- Sang X., Zhou X., Liu X. Numerical simulation of an inner engaging gerotor based on the optimization of inlet and outlet cavities. *Proc. 5th International conference on advanced design and manufacturing engineering*. Shenzhen, 2015, pp. 1691–1695. DOI: <https://doi.org/10.2991/icadme-15.2015.313>.
- Huang M., Shi C., Zhu Y., Zhang J., Zhang F. Design of gerotor pump and influence on oil supply system for hybrid transmission. *Energies*, 2021, vol. 14, iss. 18. DOI: <https://doi.org/10.3390/en14185649>.
- Bae J.H., Kwak H.S., San S., Kim C. Design and CFD analysis of gerotor with multiple profile (ellipse–involute–ellipse type and 3–ellipses type) using rotation and translation algorithm. *Proceedings of Institute of Mechanical Engineering, Part C: Journal of mechanical engineering science*, 2016, vol. 230, iss. 5, pp. 804–823. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406215583888>.
- Patankar S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p.
- Wilcox D.C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries Inc., 1993. 460 p.
- Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Proc. 4th International symposium on turbulence, heat and mass transfer*. Antalya, 2003, pp. 625–632.
- Garcia-Vilchez M., et al. Computational fluid dynamics and particle image velocimetry assisted design tools for a new generation of trochoidal gear pumps. *Advances in mechanical engineering*. 2015, vol. 7, iss. 7. DOI: <https://doi.org/10.1177/1687814015592561>.
- Stasenko D.L., Layevski D.V. Metodika rascheta gerotornogo nasosa s epitsikloidalnym zatseleniem [Methods of designing gerotor pumps with epicycloidal gearing]. *Bulletin Sukhoi State Technical University of Gomel*, 2011, no. 2(45), pp. 23–30 (in Russ.).