



# МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539:374.002.62

Ю.В. ВАСИЛЕВИЧ, д-р физ.-мат. наук,  
В.М. САХОНЕНКО, С.В. САХОНЕНКО, кандидаты физ.-мат. наук,  
К.А. ГОРЕЛЫЙ, Е.В. МАЛЮТИН

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ СИЛ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ ПРЕПРЕГОВ

*Для препрегов, представляющих собой ортотропную многослойную структуру на основе стеклотканей гладкого переплетения с упорядоченным расположением слоев ткани и пропитанных связующим в условиях «плоского напряженного состояния», найдены зависимости для компонент предельных сил трения, приложенных к нитям семейств в узлах переплетения. Они представляют собой линейные связи между напряжениями в нитях и давлением между слоями ткани.*

**Ключевые слова:** препрег, волокнистые материалы, ткань, внутреннее трение, деформация

Полимерно-волокнистая композиционная среда, находящаяся в неотвержденном состоянии полимеров, т.е. в состоянии препрега, является объектом исследования в настоящей работе. Препреги настолько податливы, что обладают свойствами пластичности. Это позволяет подвергать их глубокой обработке. В результате уже сформированное изделие может приобрести новые формы с изменением размеров. Такое обстоятельство открывает перед технологами возможности, позволяющие в некоторых случаях упростить оснастку, уменьшить период изготовления изделия, повысить его качество и прочностные свойства. Например, в случае формования отверстий в еще неотвержденном полимерно-волокнистом материале методом прокалывания [1]. Такой прием прокалывания технологических отверстий в незаполимеризованном изделии имеет огромные преимущества перед просверливанием или выпиливанием в уже готовой конструкции. При этом не нарушается структура ткани и целостность нитей. Механическая прочность в месте прокола по сравнению с просверленным отверстием не только не уменьшается, а даже увеличивается за счет уплотнения нитевой основы.

В дальнейшем будем иметь дело с многослойными препрегами, состоящими из нескольких слоев тканых материалов. При этом ткани могут формироваться либо взаимным переплетением нитей (гладкие ткани), либо прошиваться полиэфирной нитью (мультиаксиальные ткани). Во всяком случае все эти препреги характеризуются возможностью больших перемещений нитей со скольжением.

Под действием внешней нагрузки могут возникать растягивающие напряжения в нитях, усилия сжатия нитей в

поперечном направлении, взаимное смещение нитей одного семейства по нитям второго семейства. При этом в плоскости их соприкосновения возникает сила сопротивления относительно скольжению, т.е. сила трения скольжения. Величина этой силы зависит от многих факторов, основными из которых являются: способ переплетения семейств нитей, вязкость связующего, температура композитного материала, давление внутри слоев пакета [2]. Сила трения скольжения между семействами нитей может принимать значения от нуля до значения  $\tau_1^{np}$ , называемого предельной силой трения скольжения. В данной статье рассматривается задача определения зависимостей для компонент таких предельных сил трения скольжения, приложенных к нитям семейств в узлах переплетения.

При установлении функциональной зависимости для компонент предельной силы трения были приняты следующие гипотезы и предположения:

1. Гипотеза об абсолютной гибкости нитей, формирующих ткани.
2. В каждом поперечном сечении, мысленно проведенном внутри препрега, имеет место взаимодействие распределенных по поверхности сил.
3. Предполагается, что в своем начальном состоянии препрег свободен от напряжений, имеет постоянную температуру и находится в термодинамическом равновесии со средой.
4. Рассматриваются только статические задачи в условиях равновесия.

Проанализируем вначале случай, когда препреги армированы тканями гладкого переплетения. Такие ткани сформированы нитями двух семейств путем их переплетения без физической связи между ними.

Следует учесть, что в тех местах, где нити соприкасаются, между ними возникает контактное давление. Заменим в этих местах распределенную нагрузку равнодействующей силой  $P$  и приложим в точке соприкосновения силы трения  $F_1$  и  $F_2$ . Сила  $F_1$  имеет направление вдоль нити утка, а сила  $F_2$  — вдоль нити основы. Они возникают всегда, когда имеют место перемещения нитей вдоль соответствующих направлений. В этом случае предполагается не только растяжение нитей семейств, но и сжатие их в поперечном направлении. Таким образом, внешняя нагрузка на препрег может вызвать сдвиговые деформации со смещением одного семейства нитей по отношению к другому. Сдвиговые деформации могут привести к изменению угла между нитями. Однако вначале рассмотрим случай, когда препреги армированы тканями гладкого переплетения, а при деформации угол между нитями семейств остается равным исходным  $90^\circ$ . Это, например, имеет место при параллельном сдвиге одного семейства нитей относительно другого.

Предположим, что под действием внешней нагрузки в материале препрега есть плоское напряженное состояние в срединной плоскости слоя ткани. В таком случае для изучения деформационного поведения достаточно рассмотреть поведение типичной ячейки ткани.

Существуют три причины, от которых зависит величина контактного давления. Во-первых, под влиянием внешних усилий могут возникнуть силы взаимодействия между слоями ткани. Такое взаимодействие, приложенное к типичной ячейке ткани, выражается величиной:

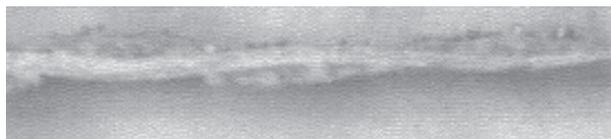
$$P_1 = p \cdot ab = p \cdot F_0, \quad (1)$$

где  $p$  — удельное давление сжатия слоев препрега в рассматриваемой точке;  $a$  и  $b$  — размеры в плане типичной ячейки ткани ( $a$  — ширина уточной нити;  $b$  — ширина нити основы);  $F_0 = ab$ .

Вторая компонента давления  $P_2$  связана с растягивающей нагрузкой в нити утка. Растянутая нить утка соприкасается с поверхностью нити основы. Считая нити абсолютно гибкими, можно утверждать, что нить утка в таких соприкосновениях приобретает форму в точности повторяющую поверхность нити основы. Рассматриваются многоволоконные нити. Для таких нитей характерно то, что в тканях они занимают такое положение, которое обеспечивает им сильную расплюснутость сечения [3]. Практически такое сечение можно сравнить с вытянутой луночкой (рисунок 1).



а



б

Рисунок 1 — Поперечные сечения стеклотканей гладкого переплетения: а — фотография уточного сечения ткани Т-13, выполненной из слабо крученой стеклянной нити; б — фотография уточного сечения ткани ТР-0,7-80, выполненной из ровинга

С достаточной степенью точности можно предположить, что граница луночки (сечения нити основы) сформирована двумя дугами окружности радиуса  $R_2$ . Угол между этими дугами в точке их пересечения достаточно мал. Для тканей гладкого переплетения, выполненных из многоволоконных нитей, он не превосходит 0,02 радиана. Это позволяет утверждать: радиус  $R_2$  намного больше толщины ткани; давление нити утка по поверхности нити основы распределено практически равномерно. Напряжения в гибкой ленте, опирающейся на цилиндрическую поверхность, пропорциональны давлению, оказываемому лентой на эту поверхность [4]. Таким образом, если принять за основу зависимость:

$$\sigma = \frac{pR}{h},$$

где  $\sigma$  — напряжения в нити;  $p$  — удельное давление, оказываемое нитью на опорную поверхность;  $R$  — радиус поверхности;  $h$  — толщина нити, то искомое давление  $P_2$  можно определить по формуле:

$$P_2 = N_1 \frac{h_1 F_0}{F_1 R_2}, \quad (2)$$

где  $N_1$  — усилие, растягивающее нить утка;  $F_1$  — площадь сечения нити утка;  $F_0$  — проекция площади типичной ячейки ткани на нейтральную плоскость;  $R_2$  — радиус поверхности нити основы;  $h_1$  — толщина нити утка.

Третья компонента  $P_3$  давления  $P$  имеет линейную зависимость от давления нити основы на нить утка, так как растянутая нагрузкой  $N_2$  нить основы опирается на цилиндрическую поверхность радиуса  $R_1$  нити утка:

$$P_3 = N_2 \frac{h_2 F_0}{F_2 R_1}, \quad (3)$$

где  $F_2$  — площадь сечения нити основы;  $R_1$  — радиус поверхности утка;  $h_2$  — толщина нити основы.

Каждой компоненте давления  $P$  соответствует своя сила трения. Поэтому:

$$\begin{aligned} F_1 &= \mu_{11} P_1 + \mu_{12} P_2 + \mu_{13} P_3; \\ F_2 &= \mu_{21} P_1 + \mu_{22} P_2 + \mu_{23} P_3, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mu_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2, 3$ ) — некоторые постоянные коэффициенты;  $F_1$  — величина силы сопротивления при движении нити утка по поверхности нити основы;  $F_2$  — величина силы сопротивления движению нити основы по поверхности нити утка.

Подставляя в (4) найденные в (1)–(3) значения для компонент силы давления  $P$ , получим:

$$\begin{aligned} F_1 &= \mu_{11} ab \cdot p + \mu_{12} \frac{h_1 F_0}{F_1 R_2} N_1 + \mu_{13} \frac{h_2 F_0}{F_2 R_1} N_2; \\ F_2 &= \mu_{21} ab \cdot p + \mu_{22} \frac{h_1 F_0}{F_1 R_2} N_1 + \mu_{23} \frac{h_2 F_0}{F_2 R_1} N_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем величины:  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  — распределенные растягивающие усилия для первого (нити утка) и второго (нити основы) семейств нитей, действующие параллельно нейтральной плоскости ткани;  $\tau_1^{np}$  и  $\tau_1^{np}$  — компоненты силы трения, которые обуславливают распределенную максимальную силу трения скольжения между нитями семейств ткани и лежащие в ее нейтральной плоскости (здесь индекс указывает нить, вдоль которой действует сила). Введенные величины согласно определению выражаются равенствами:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} \cdot h \cdot a &= N_1 \cos \alpha_2; \quad \sigma_{22} \cdot h \cdot b = N_2 \cos \alpha_1; \\ ab \cdot \tau_1^{np} &= F_1; \quad ab \cdot \tau_2^{np} = F_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $h$  — толщина ткани;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  определяют величину половинного угла в вершинах луночек соответствующего сечения нити.

Подставим (6) в (5). В результате, считая постоянными  $h, h_1, h_2, a, b, \alpha_1, \alpha_2, F_0, F_1, F_2$ , получим:

$$\begin{aligned} \tau_1^{np} &= k_{11} \sigma_{11} + k_{12} \sigma_{22} + \mu_1 p, \\ \tau_2^{np} &= k_{21} \sigma_{11} + k_{22} \sigma_{22} + \mu_2 p, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $k_{11}, k_{22}, k_{12}, k_{21}, \mu_1, \mu_2$  — постоянные числа, отождествляемые с коэффициентами внутреннего трения.

Пусть теперь в препрегах в качестве наполнителя используются мультиаксиальные стеклоткани. Для таких тканей тоже можно ставить вопрос о нахождении предельной силы трения. Как было показано, мультиаксиальная ткань — это текстильный нетканый материал, состоящий из нескольких слоев, прошитых полиэфирной нитью. Каждый слой состоит из однонаправленных нитей, ориентированных в направлении требуемой схемы армирования. Если многоволоконная стеклонить является некрученной или слабо крученной, то под действием внешней нагрузки она может двигаться в продольном направлении, несмотря на присутствие прошивной нити, которая находится в натянутом состоянии и окаймляет слой стеклонитей в соответствии со схемой на рисунке 2.

Прошивная нить может быть как прямолинейной, так и зигзагообразной. Будем рассматривать случай, когда она является прямолинейной. Прошивная нить, состоящая из двух нитей — нижней и верхней, образует ячейки длиной  $t$ , внутри которых находятся стеклонити основных слоев мультиаксиальной ткани. Так как прошивная нить в результате ткачества находится в натянутом состоянии, то нити основных слоев в каждой ячейке испытывают совершенно аналогичное действие внешнего давления, как и в случае с тканями гладкого переплетения. Таким образом,

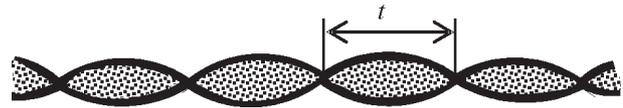


Рисунок 2 — Поперечное сечение мультиаксиальной ткани в направлении прошивной нити:  $t$  — длина стежка

к каждому семейству нитей основных слоев можно применить закон (7). В результате получим:

$$\tau_i^{np} = k_i \cdot \sigma_n \cdot \sin^2 \alpha_i + \mu_i p, \quad (8)$$

где  $i$  — номер слоя;  $\alpha_i$  — угол, который составляет  $i$ -ый слой стеклонитей;  $\sigma_n$  — напряжение растяжения в прошивной нити;  $k_i$  и  $\mu_i$  — постоянные числа, отождествляемые с коэффициентами внутреннего трения.

**Вывод.** В условиях «плоского напряженного состояния препрегов» найдены зависимости для компонент предельных сил трения, приложенных к нитям семейств в узлах их переплетения. Они представляют собой линейные связи между напряжениями в нитях и давлением между слоями ткани.

Полученные зависимости должны быть использованы в математических моделях для расчета напряженно-деформированного состояния препрегов при решении краевых задач механики полимерно-волокнистых композиционных материалов, а также при обработке экспериментальных данных для нахождения механических характеристик тканых материалов.

#### Список литературы

1. Игла для прокалывания отверстия: а.с. / Л.Я. Эйдельман. — № 78397; заявл. 30.07.47; опубл. 01.12.50.
2. Крагельский, И.В. Трение и износ / И.В. Крагельский. — М.: Машиностроение, 1962. — 370 с.
3. Цыплаков, О.Г. Основы формирования стеклопластиковых оболочек / О.Г. Цыплаков. — Л.: Машиностроение, 1965. — 183 с.
4. Прочность, устойчивость, колебания: справ. в 3 т. / под общ. ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. — М.: Машиностроение, 1968. — Т. 1. — 831 с.

Vasilevich Y.V., Sakhonenko V.M., Sakhonenko S.V., Gorely K.A., Malyutin E.V.

#### Functional dependences for internal friction forces in prepregs during deformation

For prepregs, which are orthotropic multi-layered structure on the basis of glass smooth weaving fabrics, having an ordered arrangement of yarn layers and impregnated with a resin in the uncured state of polymers at plane stress state, were found the expressions for the components of the limit friction force applied to the thread families in the nodes of interweaving. They are represented by linear relations between stress in threads and compression between the textile layers.

Поступила в редакцию 05.06.2011.