



МЕХАНИКА МОБИЛЬНЫХ МАШИН

УДК 629.113:681.3

В.Б. АЛЬГИН, д-р техн. наук

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

СХЕМАТИЗАЦИЯ И РАСЧЕТ МОБИЛЬНОЙ МАШИНЫ КАК МНОГОМАССОВОЙ СИСТЕМЫ. ДИНАМИКА МАШИННОГО АГРЕГАТА

Машинный агрегат мобильной машины рассматривается как регулярная механическая система, состоящая из инерционно-упругих и диссипативных компонентов и жестких фрагментов, содержащих устройства с переменной структурой (фрикционные элементы трансмиссионной и тормозной подсистем, колеса, контактирующие с дорогой). Для формализованного описания таких систем предложен способ формирования их универсальных математических моделей, не зависящих от состояний устройств, и содержащих дифференциальные, алгебраические и логические уравнения. Описан метод определения внутренних моментов в жестких устройствах в процессе решения дифференциальных уравнений динамики. На этой основе предложен формальный подход к построению компьютерных моделей для исследования динамики мобильных машин, в том числе моделей для сложных переходных режимов, сопровождающихся изменениями (многократными в ряде случаев) структуры механической системы машины.

Ключевые слова: мобильная машина, машинный агрегат, многомассовая система, переменная структура, упругие и жесткие компоненты, динамический расчет

Введение. В классических трудах по теории автомобиля при рассмотрении его движения долгое время использовалась одномассовая модель, к которой прикладывались активный момент двигателя и моменты сопротивления. С развитием вычислительных возможностей столь обобщенное представление автомобиля постепенно заменяется более детализированными моделями. Эти модели призваны повысить точность расчетов не только для режимов установившегося движения, но главным образом при моделировании переходных режимов (трогание, переключение передач, торможение).

Переход от одномассовой к двухмассовой модели уже позволяет уточнить момент, действующий в трансмиссии, которая играет роль звена, соединяющего маховые массы двигателя и машины. Это особенно существенно в тех случаях, когда момент двигателя, прилагаемый к первой массе, и суммарный момент сил сопротивления движению, действующий на вторую массу, имеют значительное отличие.

Одной из доминирующих тенденций автомобилестроения является развитие гибридных приводов (комбинированных энергетических установок). Исследование таких приводов, отработка их систем управления также требует корректных моделей, объединяющих двигатель-трансмиссионную установку и тормозную систему. Кроме того,

при достаточном быстродействии возможно применение подобных моделей на борту транспортного средства в режиме реального времени, для прогнозирования поведения автомобиля и выработки необходимых команд со стороны различных систем контроля и управления, которыми во все большей степени насыщается современная техника.

В монографии Блинова Е.И. [1] и его статьях [2 и др.], опубликованных под общим заголовком «Теория автомобиля: от статики к динамике» в журнале «Автомобильная промышленность» в 2007–2008 годах, которые практически соответствуют содержанию упомянутой монографии, указывается, что классическая теория автомобиля, основанная на одномассовой модели, исчерпала себя. Каркасом современной динамической модели колесной машины должна стать совместная динамическая модель моторно-трансмиссионной установки и подвески, в которой центральную роль отводится модели ведущего колеса, воспринимающего момент, подводимый трансмиссией, и опорную реакцию дороги.

Необходимо отметить, что вопросы, затрагиваемые в [1, 2], сформулированы и во многом решены в работах [3–7]. Работа [4], опубликованная в 1981 году, носит название «Динамика автомобиля», в ней указывается, что она посвящена анализу с единых пози-

ций динамических схем машинных агрегатов и подвесок. В упомянутых работах [3–7] при рассмотрении динамики автомобиля, взаимодействия его агрегатов используется замкнутая многомассовая модель «трансмиссия — подвеска», в которой обеспечено двухстороннее взаимодействие механических подсистем. В современной трактовке подход, принятый в работах [3–7], соответствует рассмотрению мобильной машины как многомассовой системы (Multybody system) в рамках направления Multybody Dynamics (Динамика многомассовой системы). Характеристика этого направления дана в [8].

В развитие положений работ [3–7] в статьях [8–10] рассматривается еще одна важная проблема, которая наряду с вопросами динамики системы «трансмиссия — подвеска» во многом определяет состояние теории функциональных свойств автомобиля. Это динамика переходных процессов, в которых мобильная машина проявляет себя не только как система со многими взаимодействующими массами, но и как система с *переменной структурой*.

Наибольшую корректность при исследовании указанных свойств обеспечивает многомассовая модель машинного агрегата, в общем случае включающая упруго-диссипативные и жесткие компоненты, в том числе компоненты (устройства, подсистемы) с переменной структурой: фрикционные устройства трансмиссии и тормозной системы, колесо при взаимодействии с опорной поверхностью. Указанные компоненты обладают нелинейным по своей природе поведением, их переход из одного состояния в другое изменяется скачкообразно.

В работе [9] проанализированы типовые методические ошибки, встречающиеся в отечественной научной и учебной литературе [11–14], связанные с некорректной схематизацией таких элементов как сцепление и ведущее колесо. Аналогичные неточности при моделировании трансмиссии с фрикционными муфтами имеют место в работе [15]. Их анализ приведен в [16].

Зарубежные методики в области моделирования динамических процессов машин и основанные на них пакеты программ рассмотрены и классифицированы в работе [8]. Наиболее известные из них [17–19], имеющие прямое отношение к исследуемой проблеме, построены по принципу «Библиотек узлов» и «Структурных компонентов» [8]. Из доступных в программе компонентов пользователь «собирает» модель (этап моделирования), с помощью которой имитирует динамический процесс исследуемого объекта (этап имитации). Особенности применения компонентов, работа которых приводит к изменению структуры механической системы, не обсуждаются. Это является потенциальным источником ошибок при исследовании на моделях подобных систем.

На рисунке 1 приведен простейший характерный пример, который демонстрирует, с одной стороны, некорректность вышеупомянутых моделей,

представленных в работах [11–15], а с другой стороны, отсутствие запрещающих механизмов для применения таких моделей в известных пакетах программ, например [17].

В работе [9], как пример некорректного составления модели, описан результат имитации на данной модели динамического процесса, который должен привести в результате роста момента в упругом звене к срыву фрикциона. Процесс решения в пакете Dymola прерывается в тот момент, когда контактирующие элементы фрикциона должны начать двигаться с различными угловыми скоростями. Пакет Dymola не может (как и ожидалось) вычислить скорость безмассового элемента контакта. Этот простейший вычислительный эксперимент подтверждает некорректность исследуемой модели, а также определенные недоработки программного пакета в части запрета на использование некорректных моделей.

Подобные ошибки исключаются при использовании регулярных моделей [3–10], основанных на корректной схематизации механических объектов. Следует отметить, что в работе [8] понятие «регулярности» получило более широкую трактовку по сравнению с работами [3–7, 9]. Это понятие рассмотрено и обосновано применительно к механической системе, т. е. модели, которая является результатом первичной схематизации объекта, как системы механики. До этого использовалось понятие «регулярной динамической схемы», которая могла формироваться как промежуточный объект на стадии перехода от механической модели к модели математической. Приведенный пример (см. рисунок 1) является также типовым подтверждением того, что процесс исходной схематизации должен приводить к построению *регулярной механической системы* [8].

Указанное положение обеспечивает корректность модели и ведет в ряде случаев к появлению в системах с переменной структурой жестких фрагментов, состоящих из взаимодействующих масс (в допол-

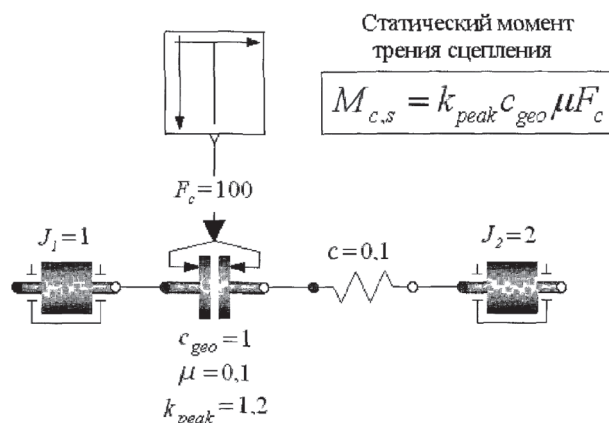


Рисунок 1 — Типичная некорректная модель сцепления или контакта двигателя с дорогой, в которой используется безмассовое упругое звено (правая часть муфты) как элемент контакта (представлена в пакете Dymola [16])

нение к общепринятым инерционно-упругим компонентам). При этом расчет механической системы в динамике заметно усложняется методически. Квазистатический расчет подобных систем также имеет особенности, которые представлены в работе [10].

Наличие в упомянутых жестких фрагментах устройств переменной структуры в общем случае приводит к рассмотрению множества возможных состояний механической системы. Для проведения динамических расчетов в таких ситуациях может быть использованы два подхода: 1) построение различных расчетных схем по числу состояний; 2) построение универсальной модели, пригодной для всех возможных состояний. Реализация второго подхода предполагает, что в любой момент времени могут быть найдены моменты, действующие на маховые массы со стороны упругих и жестких компонентов. Моменты в упругих звеньях определяются методически просто: введением в систему дифференциальных уравнений переменных, соответствующих упругим моментам. Более сложная проблема — определение моментов в жестких устройствах, которые могут иметь, как отмечалось, переменную структуру.

Ниже рассматривается задача построения универсальной математической модели машинного агрегата мобильной машины и связанных с ним систем. Впервые подробно рассмотрена проблема определения внутренних моментов в жестких компонентах, в том числе устройствах с переменной структурой, в процессе решения дифференциальных уравнений динамики. Представляемый подход и метод прошел широкую апробацию, программно реализован [20]. До сих пор он в определенной степени являлся элементом «ноу-хау». В данной работе метод подробно описывается и развивается с акцентом на вопросы динамики машинного агрегата, включая динамические процессы трогания машины и движения с переключением передач. Он применим также к моделированию процессов тормозной динамики, а также к моделированию процессов, в которых трансмиссия и тормозная система взаимодействуют и ведут себя как подсистемы с переменной структурой [21, 22].

Предлагаемый метод дает возможность формализовать построение разнообразных универсальных моделей механических составляющих машинных агрегатов, отличающихся конфигурацией и типами механизмов.

Действие систем управления представлено изменяющимися во времени моментами (фрикционными и других устройств). Они рассматриваются как факторы, которые зависят от задаваемых управляющих воздействий и от поведения рассматриваемой механической системы.

Общий случай составления уравнений динамики системы с переменной структурой, содержащей жесткие и упругие компоненты. Полагается (а в процессе рассмотрения обосновывается), что в общем случае математическая модель механической системы

включает три вида уравнений: дифференциальные, алгебраические и логические. Эти уравнения могут быть представлены в терминах вращательной либо поступательной систем, либо их комбинации. Математический аппарат для обоих типов систем идентичен, отличается только символикой, а сами системы — графическим представлением.

Задача рассматривается применительно к вращательным системам, поскольку они имеют более широкую номенклатуру компонентов по сравнению с поступательными за счет таких компонентов, например, как передача, дифференциал.

Определение внутренних моментов в жестких устройствах, в том числе устройствах с переменной структурой на основе решения универсальной системы алгебраических уравнений. Метод внутренних моментов. Ниже рассмотрено несколько типовых случаев с нарастающей степенью разнообразия компонентной базы для объяснения особенностей предлагаемого подхода, его обобщения и формирования универсального математического аппарата.

Случай 1. На рисунке 2 представлена динамическая схема простейшей системы с одним жестким устройством (звеном «вал»). Заданными или известными можно полагать моменты инерции J_1 и J_2 , а также внешние моменты M_{B1} и M_{B2} .

Уравнения движения простейшей схемы имеют вид

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + M_1 &= M_{B1}; \\ J_2 \dot{\omega}_2 - M_1 &= M_{B2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где J_i — моменты инерции маховых масс; $\dot{\omega}_i$ — производные угловых скоростей; M_1 — искомый внутренний момент; M_{Bi} — заданные (известные) внешние моменты, приложенные к маховым массам J_i .

Для нахождения внутреннего момента M_1 система уравнений (1) дополняется кинематическим уравнением связи (массы жестко связаны и вращаются как единое целое)

$$\dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_2 = 0. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) образуют систему уравнений, которая позволяет найти производные угловых скоростей и внутренний момент M_1 . Матрица для нахождения указанных неизвестных приведена на рисунке 3, где B — правая часть уравнений.

Первый способ определения внутреннего момента M_1 основан на решении алгебраических уравнений, представленных указанной матрицей. Второй способ предусматривает предварительное

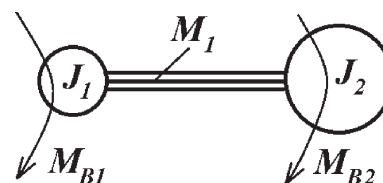


Рисунок 2 — Простейшая схема с одним жестким устройством (звеном «вал»)

$\dot{\omega}_1$	$\dot{\omega}_2$	$\dot{\omega}_3$	$\dot{\omega}_4$	M_1	M_2	B
J_1	0	0	0	1	0	M_{B1}
0	J_2	0	0	-1	1	0
0	0	J_3	0	0	- u	0
0	0		J_4	0	-(1- u)	M_{B4}
1	-1	0	0	0	0	0
0	1	- u	-(1- u)	0	0	0

Рисунок 6 — Матрица для определения внутренних моментов схемы, содержащей устройства «вал» и «дифференциал», с использованием кинематических уравнения связи

Основные звенья (строки j)	Устройства (столбцы)	
	Вал (1)	Дифференциал (2)
1 (J_1)	1	0
2 (J_2)	-1	1
3 (J_3)	0	- u
4 (J_4)	0	-(1- u)

Рисунок 7 — Описание структуры механизма по рисунку 5 (выделена часть, соответствующая СРМ)

уравнения 2, 3 и 4, содержащие массы J_2 , J_3 и J_4 . В обоих случаях каждое из выделенных уравнений умножим на коэффициент A_{jk} , разделим на J_j , где j — номер строки, k — номер столбца СРМ. После этого сложим выделенные уравнения.

С учетом (6) сумма слагаемых, содержащих производные, обратится в ноль, и для нахождения внутренних моментов на первых звеньях рассматриваемых устройств (для вала M_1 , для дифференциала M_2) получим два уравнения, которые в матричном виде показаны на рисунке 8.

Случай 3. Обобщающий случай системы, которая содержит характерные типы устройств: жесткое устройство постоянной структуры (дифференциал D), устройства с переменной структурой (муфта F_1 и тормоз F_2) и упруго-демпфирующее устройство (вал с податливостью E и диссипативным элементом K), представлен, на рисунке 9.

Особенностью рассматриваемой механической системы является наличие устройств с переменной структурой, в частности фрикционных F_1 и F_2 .

Основная проблема расчета механических систем с фрикционными элементами состоит в том, что структура системы изменяется в зависимости от состояния указанных элементов. В замкнутом состоянии фрикцион ведет себя как одна масса, состоящая из двух жестко связанных масс. В состо-

янии буксования — как две движущиеся относительно друг друга массы, между которыми действует момент трения. Эти состояния необходимо воспроизводить в зависимости от условий, возникающих в процессе моделирования.

При замкнутом состоянии фрикциона следует в процессе моделирования все время проверять, не превысил ли момент, передаваемый фрикционом, его статический момент трения (условия «срыва» фрикциона). При состоянии буксования необходима проверка на прекращение буксования.

Обычно трансмиссия содержит несколько фрикционных устройств (сцепление, муфты, тормозы, синхронизаторы), каждое из которых может находиться в двух упомянутых состояниях. В подобных случаях число различных систем дифференциальных уравнений для описания всех возможных состояний трансмиссии при динамическом расчете, может быть очень велико. В процессе решения приходится организовывать переходы от одной системы уравнений к другой, обеспечивать стыковку их конечных и начальных условий.

При буксующем фрикционе его момент трения рассчитывается известными методами в зависимости от размеров, числа пар трения, скорости буксования, давления на поверхностях трения и других факторов. Проблему составляет определение

M_1	M_2	B
$\frac{A_{11}}{J_1} A_{11} + \frac{A_{21}}{J_2} A_{21}$	$\frac{A_{11}}{J_1} A_{12} + \frac{A_{21}}{J_2} A_{22}$	$\frac{A_{11}}{J_1} M_{B1}$
$\frac{A_{22}}{J_2} A_{21} + \frac{A_{23}}{J_3} A_{31} + \frac{A_{43}}{J_4} A_{41}$	$\frac{A_{22}}{J_2} A_{22} + \frac{A_{23}}{J_3} A_{32} + \frac{A_{24}}{J_4} A_{42}$	$\frac{A_{24}}{J_4} M_{B4}$

Рисунок 8 — Матрица для определения внутренних моментов схемы, содержащей устройства «вал» и «дифференциал», полученная с использованием метода внутренних моментов

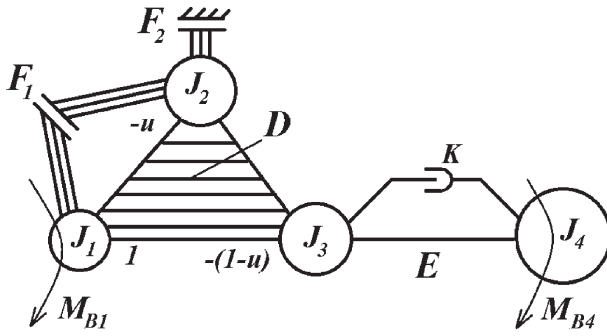


Рисунок 9 — Типовая схема с различными устройствами

внутреннего момента в замкнутом фрикционе. Продемонстрируем общий подход, основанный на методе внутренних моментов.

Для типовой схемы (см. рисунок 9) составим СРМ (рисунок 10).

Универсальность уравнений. Универсальная система уравнений движения масс с использованием коэффициентов СРМ (A_{jk} — коэффициент СРМ, относящийся к устройству k , связанному с j -й массой) имеет вид

$$\begin{aligned} 1) J_1 \dot{\omega}_1 + (1 - \lambda_1) A_{11} M_1 + [A_{12} M_2] + A_{13} M_3 + \\ + [A_{14} M_E + A_{15} M_K] = M_{B1} - \lambda_1 A_{11} M_{F1}; \\ 2) J_2 \dot{\omega}_2 + (1 - \lambda_1) A_{21} M_1 + (1 - \lambda_2) A_{22} M_2 + A_{23} M_3 + \\ + [A_{24} M_E + A_{25} M_K] = -\lambda_1 A_{21} M_{F1} - \lambda_2 A_{22} M_{F2}; \\ 3) J_3 \dot{\omega}_3 + [A_{31} M_1 + A_{32} M_2] + A_{33} M_3 + \\ + A_{34} M_E + A_{35} M_K = 0; \\ 4) J_4 \dot{\omega}_4 + [A_{41} M_1 + A_{42} M_2 + A_{43} M_3] + \\ + A_{44} M_E + A_{45} M_K = M_{B4}, \end{aligned} \quad (8)$$

где M_1 , M_2 и M_3 — моменты в жестких устройствах F_1 , F_2 и D ; M_E и M_K — моменты в звеньях E и K ; квадратными скобками выделены слагаемые, с коэффициентами A_{jk} , равными нулю.

Принципиальной особенностью данных уравнений по сравнению с уравнениями, рассмотренными ранее, является наличие переменных λ , которые играют роль *индикаторов состояния устройств с переменной структурой*. Этим переменным по результатам каждого шага решения системы дифференциальных уравнений (на основе анализа моментов, угловых скоростей и других факторов) присваиваются значения $\lambda = 0$ — замкнутое состояние фрикциона или $\lambda = 1$ — разомкнутое состояние (буксующий фрикцион).

Уравнение движения маховой массы J_1 , к которой примыкает фрикцион F_1 , содержит в правой части момент трения буксующего фрикциона $\lambda_1 A_{11} M_{F1}$, а в левой части внутренний момент $(1 - \lambda_1) A_{11} M_1$, который имеет место в замкнутом фрикционе. За счет множителей λ_1 и $(1 - \lambda_1)$ эти моменты принимают ненулевые значения альтернативно, что позволяет использовать уравнение маховой массы J_1 как для случая буксующего, так и для случая замкнутого (блокированного) фрикциона. Уравнение движения маховой массы J_2 , к которой примыкают два фрикциона F_1 и F_2 , содержит две пары подобных моментов и соответственно два индикатора λ_1 и λ_2 .

Рассмотренные случаи иллюстрируют подход, обеспечивающий универсальность формируемых уравнений в общем случае.

Нахождение внутренних моментов. Для нахождения внутренних моментов в жестких звеньях выделяются массы, к которым примыкают жесткие устройства. Рассматриваются только те уравнения движения масс, в которые эти моменты входят. Для каждого устройства с искомым внутренним моментом выполняются операции по исключению членов, содержащих производные. Все остальные моменты (упругие, диссипативные, моменты фрикционов, внешние моменты), действующие на указанные массы рассматриваются как известные внешние моменты. Их значения формируются в процессе решения системы дифференциальных уравнений, содержащих искомые значения производных угловых скоростей $\dot{\omega}_i$ и упругих моментов $\dot{M}_{ij}$, при этом используются текущие значения M и ω .

Для исключения членов с производными проведем преобразования, аналогичные примерам 1 и 2, рассматривая поочередно жесткие устройства и относящиеся к ним уравнения: муфту — уравнения (1) и (2); тормоз — уравнение (2); дифференциал — уравнения (1), (2) и (3).

Рассмотрим поочередно устройства, каждое из относящихся к нему уравнений (уравнения динамики каждой массы) умножим на $\frac{A_{ji}}{J_j}$, а затем про-

суммируем уравнения (для тормоза имеем одно уравнение). Сумма слагаемых, содержащих производные, для каждого i -го устройства

$$\sum_{j=1}^{N_j} \frac{A_{ji}}{J_j} J_j \dot{\omega}_j = 0, \quad (9)$$

Основные звенья (строки j)	Устройства (столбцы)				
	F_1 (1)	F_2 (2)	D (3)	E (4)	K (5)
1 (J_1)	1	0	1	0	0
2 (J_2)	-1	1	-u	0	0
3 (J_3)	0	0	-(1-u)	1	1
4 (J_4)	0	0	0	-1	-1

Рисунок 10 — Описание структуры механизма по рисунку 8 (выделена часть СРМ, соответствующая жестким устройствам)

где N_j — число масс, входящих в устройство; i — номер устройства (столбца) в СРМ; j — номер строки, соответствующей массе J_j в СРМ.

В результате для рассматриваемых устройств получим следующие уравнения:

- для муфты F_1

$$\begin{aligned} & \frac{A_{11}}{J_1} \{(1-\lambda_1)A_{11}M_1 + [A_{12}M_2] + A_{13}M_3\} + \\ & + \frac{A_{21}}{J_2} \{(1-\lambda_1)A_{21}M_1 + (1-\lambda_2)A_{22}M_2 + A_{23}M_3\} = \\ & = \frac{A_{11}}{J_1} \{M_{B1} - [A_{14}M_E + A_{15}M_K] - \lambda_1 A_{11}M_{F1}\} + \\ & + \frac{A_{21}}{J_2} \{-[A_{24}M_E + A_{25}M_K] - \lambda_1 A_{21}M_{F1} - \lambda_2 A_{22}M_{F2}\}. \end{aligned} \quad (10)$$

- для тормоза F_2

$$\frac{A_{22}}{J_2} \{(1-\lambda_1)A_{21}M_1 + (1-\lambda_2)A_{22}M_2 + A_{23}M_3\} = 0. \quad (11)$$

- для дифференциала D

$$\begin{aligned} & \frac{A_{13}}{J_1} \{(1-\lambda_1)A_{11}M_1 + [A_{12}M_2] + A_{13}M_3\} + \\ & + \frac{A_{23}}{J_2} \{(1-\lambda_1)A_{21}M_1 + (1-\lambda_2)A_{22}M_2 + A_{23}M_3\} + \\ & + \frac{A_{33}}{J_3} \{[A_{31}M_1] + [(1-\lambda_2)A_{32}M_2] + A_{33}M_3\} = \\ & = -\frac{A_{33}}{J_2} \{[A_{34}M_E + A_{35}M_K]\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Индекс i в множителе $\frac{A_{ji}}{J_j}$ означает, что рассмат-

ривается определенное i -е устройство. Индекс k в коэффициенте A_{jk} используется для организации суммирования слагаемых по числу внутренних моментов, каждый из которых соответствует устройству, входящему в рассматриваемую систему жестких компонентов механизма.

После группировки коэффициентов при иско-
мых моментах M_1, M_2, M_3 и объединения внешних моментов и моментов фрикционных в группу моментов правой части получим:

- для муфты F_1

$$\begin{aligned} & (1-\lambda_1) \left(\frac{A_{11}}{J_1} A_{11} + \frac{A_{21}}{J_2} A_{21} \right) M_1 + \\ & + \left(\frac{A_{11}}{J_1} [A_{12}] + (1-\lambda_2) \frac{A_{21}}{J_2} A_{22} \right) M_2 + \\ & + \left(\frac{A_{11}}{J_1} A_{13} + \frac{A_{21}}{J_2} A_{23} \right) M_3 = \\ & = \frac{A_{11}}{J_1} \{M_{B1} - [A_{14}M_E + A_{15}M_K]\} + \\ & + \frac{A_{21}}{J_2} \{-[A_{24}M_E + A_{25}M_K]\} - \frac{A_{11}}{J_1} \lambda_1 A_{11}M_{F1} - \\ & - \frac{A_{21}}{J_2} \lambda_1 A_{21}M_{F1} - \frac{A_{21}}{J_2} \lambda_2 A_{22}M_{F2}; \end{aligned} \quad (13)$$

- для тормоза F_2

$$\begin{aligned} & (1-\lambda_1)A_{21} \frac{A_{22}}{J_2} M_1 + (1-\lambda_2)A_{22} \frac{A_{22}}{J_2} M_2 + \\ & + A_{23} \frac{A_{22}}{J_2} M_3 = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

- для дифференциала D

$$\begin{aligned} & \{(1-\lambda_1)A_{11} \frac{A_{13}}{J_1} + (1-\lambda_1)A_{21} \frac{A_{23}}{J_2} + [A_{31}] \frac{A_{33}}{J_3}\} M_1 + \\ & + \{[A_{12}] \frac{A_{13}}{J_1} + (1-\lambda_2)A_{22} \frac{A_{23}}{J_2} + (1-\lambda_2)[A_{32}] \frac{A_{33}}{J_3}\} M_2 + \\ & + \{A_{13} \frac{A_{13}}{J_1} + A_{23} \frac{A_{23}}{J_2} + A_{33} \frac{A_{33}}{J_3}\} M_3 = \\ & = -\frac{A_{33}}{J_2} \{[A_{34}M_E + A_{35}M_K]\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Коэффициенты, заключенные в квадратные скобки, например, $[A_{31}]$, не относящиеся к рассматриваемому устройству, всегда равны нулю. Поэтому множители, стоящие перед моментами M_k , можно представить с помощью коэффициентов

$$a_{ik} = \sum_{j=1}^{N_j} \frac{A_{ji}}{J_j} A_{jk} \quad (16)$$

в виде $(1-\lambda_k)a_{ik}$, если $k \leq k_\lambda$, и a_{ik} , если $k_\lambda < k \leq k_{\lambda G}$.

Тогда в общем случае уравнение для каждого i -го устройства ($i = 1, \dots, K_{\lambda G}$) принимает вид

$$\sum_{k=1}^{K_\lambda} (1-\lambda_k) a_{ik} M_k + \sum_{k=K_\lambda+1}^{K_{\lambda G}} a_{ik} M_k = B_i, \quad (17)$$

где $B_i = \sum_{j=1}^{N_j} \frac{A_{ji}}{J_j} M_{(j)j} - \sum_{k=1}^{K_\lambda} \lambda_k a_{ik} M_{Fk}$.

В этих выражениях: M_k — момент на первом звене k -го жесткого устройства; A_{jk} — коэффициент СРМ, описывающий распределение внутренних моментов по звеньям k -го жесткого устройства; $A_{jk} M_k$ — момент, действующий со стороны звена k -го жесткого устройства на j -ю массу; $A_{jk} M_{Fk}$ — момент, действующий на j -ю массу со стороны фрикциона с k -м номером, где M_{Fk} — момент трения фрикциона — функция времени, состояния и параметров фрикциона; K_λ — число фрикционных; $K_{\lambda G}$ — число жестких устройств, включая фрикционные; λ_k — индикатор состояния k -го фрикциона; $M_{(j)j}$ — сумма всех моментов, приложенных к j -й массе кроме моментов со стороны жестких устройств, в том числе замкнутых фрикционных. В общий момент $M_{(j)j}$ входят с соответствующими коэффициентами СРМ упругие M_y и диссипативные M_k моменты примыкающих устройств, а также приложенные к рассматриваемой массе внешние моменты M_B и моменты от действия свободных демпферов M_v .

Внутренние моменты M_k определяются в общей процедуре решения алгебраических уравнений, обычно, матричным методом. Поэтому, чтобы получать нулевые значения для внутренних моментов i -х фрикционных, которые находятся в состоянии буксования,

целесообразно в случае $\lambda_i = 1$ принимать сразу $B_i = 0$, не проводя расчет правой части уравнения (17).

Принятая очередность описания устройств подразумевает, что в СРМ они представлены в следующем порядке:

- 1) жесткие устройства с переменной структурой (фрикционы), их номера соответствуют $1 \dots K_\lambda$;
- 2) жесткие устройства с постоянной структурой (в том числе: стойки, валы, передачи, дифференциалы), их номера соответствуют $(K_\lambda + 1), \dots, K_{\lambda G}$;
- 3) остальные устройства, например, упругие валы, демпферы.

Данное предположение не накладывает каких-либо ограничений. В любом случае указанный порядок может быть обеспечен переименованием устройств.

При практической реализации предлагаемого подхода целесообразно ограничиться формированием структурно-распределительной матрицы только для жестких устройств, поскольку предполагается решение системы алгебраических уравнений и использование матричных коэффициентов.

При формировании моментов правой части алгебраических и дифференциальных уравнений, можно обойтись списками (массивами), определяющими принадлежность (примыкание, воздействие) иных компонентов системы к той или иной массе.

Общий случай составления дифференциальных уравнений динамики системы с переменной структурой, содержащей жесткие и упругие компоненты. Для составления дифференциальных уравнений могут быть использованы различные подходы. Далее используется подход, в котором базовая система уравнений представлена дифференциальными уравнениями первого порядка, содержащими угловые скорости маховых масс и производные упругих моментов. Простейшая система, для которой поясняется рассматриваемый подход, показана на рисунке 11. Ее заданные (известные) параметры: моменты инерции маховых масс J_i и податливость E . На массы действуют моменты M_{B1} и M_{B2} .

Уравнения динамики системы, записанные с использованием угловых скоростей и упругих моментов в качестве неизвестных переменных дифференциальных уравнений первого порядка, имеют вид

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + M_Y &= M_{B1} \rightarrow \dot{\omega}_1 = \frac{1}{J_1} (M_{B1} - M_Y); \\ J_2 \dot{\omega}_2 - M_Y &= M_{B2} \rightarrow \dot{\omega}_2 = \frac{1}{J_2} (M_{B2} + M_Y); \\ M_Y &= \frac{1}{E} (\varphi_1 - \varphi_2) \rightarrow \dot{M}_Y = \frac{1}{E} (\omega_1 - \omega_2), \end{aligned} \quad (18)$$

где φ — угол поворота; $\omega = \dot{\varphi}$ — угловая скорость маховой массы.

Такой подход согласуется с методом внутренних моментов. Упругий момент M_Y играет роль внутреннего момента, подобно моменту M_k в жестком звене, связывающем массы J_1 и J_2 . Отличие —

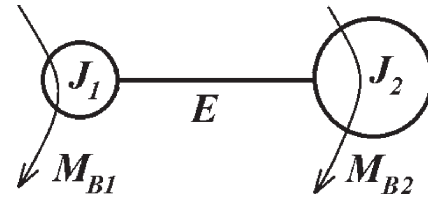


Рисунок 11 — Простейшая упруго-инерционная вращательная система

в методах нахождения указанных моментов. Для нахождения действующих в жестких звеньях моментов M_k используется система алгебраических уравнений, а для нахождения упругих моментов M_Y необходимо решать общую систему дифференциальных уравнений, включающую производные угловых скоростей и упругих моментов.

Наибольшую сложность вызывает описание и формирование правых частей производных $\dot{\omega}$, для возможно широкого набора устройств в механической системе. На рисунке 12 показаны типовые случаи соединения маховой массы и примыкающих к ней устройств.

Каждое из устройств может быть подсоединено к массе несколько раз или не подсоединено ни разу. В автоматическом режиме формирование производных сводится к просмотру структуры механической системы, списков устройств, взаимодействующих с каждой массой, и добавлению в правую часть соответствующего уравнения величины воздействия от примыкающего устройства.

Общий вид СРМ механической системы переменной структуры с упругими и жесткими компонентами показан на рисунке 13. Система имеет J_{NJS} масс, содержит $K_{\lambda G}$ жестких устройств, в том числе K_λ устройств переменной структуры (фрикционов),

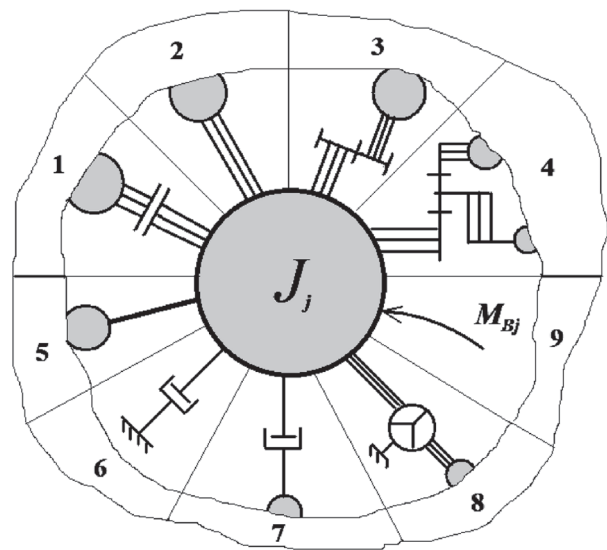


Рисунок 12 — Типовые случаи соединения маховой массы и примыкающих к ней устройств: 1 — фрикцион; 2 — жесткий вал; 3 — передача; 4 — дифференциал; 5 — упругое устройство (вал, передача, дифференциал); 6 — свободный демпфер; 7 — демпфер упругого устройства; 8 — гидротрансформатор или иной преобразователь момента; 9 — внешний момент M_{Bj}

Махо- вые массы	Жесткие компоненты		Упругие компоненты	Свободные демпферы	Внешние моменты
	переменной структуры	постоянной структуры			
J_j	$M_{1,\dots,M_{K\lambda}}$	$M_{K\lambda+1,\dots,M_{\lambda G}}$	$M_{E1,\dots,M_{KE}}$	M_{Vj}	M_{Bj}
J_1 ... J_{NJ}	$A_{jk},$ $j = 1,\dots,N_J,$ $k = 1,\dots,K_{\lambda G}$		$A_{jk},$ $j = 1,\dots,N_{JS},$ $k = K_{\lambda G} + 1,\dots,K_{\lambda G} + K_E$	M_{V1}	M_{B1}
...				...	...
J_{NJS}				$M_{V_{NJS}}$	$M_{B_{NJS}}$

Рисунок 13 — Общий вид СРМ механической системы переменной структуры с упругими и жесткими компонентами

($K_{\lambda G} - K_{\lambda}$) устройств постоянной структуры, K_E устройств с упругими компонентами. При этом N_J масс связано с жесткими устройствами (входят в их состав). Остальные ($N_{JS} - N_J$) масс входят в состав упругих устройств или связаны немеханическими устройствами, например, гидротрансформатором. На каждую массу может действовать внешнее демпфирование, описываемое моментом свободных демпферов M_{Vj} . К каждой массе может быть приложен внешний момент M_{Bj} .

Система дифференциальных уравнений динамики включает производные угловых скоростей масс $\dot{\omega}_j$, производные упругих моментов $\dot{M}_y$, а также удельные мощности (производные удельных работ) трения $\dot{A}_{(S)m}$ для случаев, если исследуется показатели нагруженности фрикционов.

Система дифференциальных уравнений имеет следующий общий вид

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega}_j &= \frac{1}{J_j} (M_{(J)j} - \sum_{k=1}^{K_{\lambda G}} A_{jk} M_{M_k}), \quad j = 1, \dots, N_J; \\
 \dot{\omega}_j &= \frac{1}{J_j} M_{(J)j}, \quad j = N_J + 1, \dots, N_{JS}; \\
 \dot{M}_{yl} &= \frac{1}{E} \sum_{j=1}^{N_{JS}} A_{jK_{\lambda G}+l} \omega_j, \quad l = 1, \dots, K_E; \\
 \dot{A}_{Sm} &= \frac{M_{Fm}}{S_{Fm}} \sum_{j=1}^{N_J} A_{jm} \omega_j, \quad m = 1, \dots, K_{\lambda},
 \end{aligned} \quad (19)$$

где $M_{M_k} = M_k + M_{F_k}$, $k \leq K_{\lambda}$ ($M_{F_k} = 0$ при $\lambda_k = 0$, $M_k \neq 0$ при $\lambda_k \neq 0$); $M_{M_k} = M_k$, $K < k \leq K_{\lambda G}$.

В этих уравнениях M_k — внутренний момент в k -м жестком устройстве; ω_j — угловая скорость j -й маховой массы; M_{yl} — упругий момент в звене (устройстве) E ; A_{Sm} — удельная работа трения m -го фрикциона; S_{Fm} — эффективная площадь трения; M_{Fm} , M_{F_k} — момент трения, действующий со стороны k -го фрикциона на примыкающие к нему маховые массы.

Этот момент определяется выражением вида

$$M_{F_k} = M_{F_k}(t, p_1, \dots, p_n) \text{sign}(\Delta\omega_{F_k}), \quad (20)$$

где $M_{F_k}(t, p_1, \dots, p_n)$ — функция времени t и параметров конструкции и рабочего процесса фрикциона $p_1, \dots, p_n$; $\Delta\omega_{F_k}$ — угловая скорость скольжения звеньев фрикциона, используется в функции sign для присвоения нужного знака моменту трения, как моменту, препятствующему относительному вращению звеньев фрикциона.

Логические уравнения для описания состояний устройств с переменной структурой. Предполагается, что процесс моделирования динамического процесса рассматриваемой механической системы сводится к численному решению систем, рассмотренных выше, систем алгебраических и дифференциальных уравнений. В указанных уравнениях присутствуют индикаторы состояния фрикционов λ_m , $m = 1, K_{\lambda}$. Индикаторы состояния принимают два значения: 0 — при замкнутом состоянии, 1 — при буксующем фрикционе.

Проверка условий изменения состояния проводится на каждом i -м шаге моделирования, и при выполнении определенных условий осуществляется изменение состояния для следующего $(i + 1)$ шага.

При этом логические уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{m_i} &= 0: \\
 |M_{m_i}| &> M_{F_{mi}} \rightarrow \lambda_{m_{i+1}} = 1, \\
 |M_{m_i}| &\leq M_{F_{mi}} \rightarrow \lambda_{m_{i+1}} = 0,
 \end{aligned} \quad (21)$$

т. е. для разблокировки замкнутого фрикциона на $(i + 1)$ шаге моделирования необходимо на рассматриваемом i -м шаге превышение моментом в соединении масс замкнутого фрикциона его статического момента трения:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{m_i} &= 1: \\
 \Delta\omega_{F_{mi-1}} \Delta\omega_{F_{mi}} &\leq 0 \rightarrow \lambda_{m_{i+1}} = 1, \\
 \Delta\omega_{F_{mi-1}} \Delta\omega_{F_{mi}} &> 0 \rightarrow \lambda_{m_{i+1}} = 0,
 \end{aligned} \quad (22)$$

т. е. для блокировки фрикциона на $(i + 1)$ -м шаге моделирования необходимо изменение знака

произведения разностей угловых скоростей масс, примыкающих к фрикциону, на предыдущем $(i - 1)$ -м и рассматриваемом i -м шагах моделирования.

Последний случай требует специальной обработки текущих состояний замыкаемых масс. Необходимо выравнивание угловых скоростей и ускорений указанных масс.

Процедура динамического расчета. На рисунке 14 приведена общая схема динамического расчета, в которой реализован описанный подход формирования и решения универсальной системы уравнений динамики системы переменной структуры с жесткими и упругими компонентами.

При реализации процедуры полагается, что в диалоговом режиме сформирована динамическая схема объекта. В результате ее построения известны число масс, число устройств, в том числе упругих и жестких, а также специальных, например, гидротрансформатор. Для каждого устройства известен тип и примыкающие к нему массы.

Блоки 2–6 служат для подготовки начальных условий, констант и других формализованных массивов данных, которые определяются на основе вводимой непосредственно или в режиме построения динамической схемы информации.

Блок 2 «MATR» формирует структурно-распределительную матрицу для жестких устройств. При необходимости производится перенумерование устройств с тем, чтобы их номера составляли

сплошной массив от 1 до $K_{\lambda G}$. Аналогично перенумеровываются массы, входящие в устройства.

Блок 3 «Начальные условия» служит для назначения начальных значений общего характера переменным и присвоения данных о количестве устройств, взятых из процесса формирования динамической схемы.

Блок 4 «CONSPB» определяет константы a_{ik} по выражению (16), а также константы, используемые в расчете рабочих процессов фрикционов.

Блок 5 (13) «FRI1» представляет процедуру формирования правых частей производных системы дифференциальных уравнений (19).

Блок 6 (12) «OUBOX» определяет текущие значения переменных, описывающих процессы нагружения фрикционов, по начальным условиям и переменным, получаемым в процессе решения дифференциальных уравнений.

Блок 7 выполняет проверку на превышение текущим значением времени x времени окончания процесса моделирования T_K .

Блок 8 наращивает время моделирования на величину начального шага интегрирования H_0 .

Блок 9 «RUNGE» выполняет шаг интегрирования системы дифференциальных уравнений (19). При этом происходит обращение к блоку 13 «FRI1» для получения значений правых частей уравнения.

Блок 10 «INTERM» обеспечивает на каждом шаге вывод промежуточных результатов моделирования.

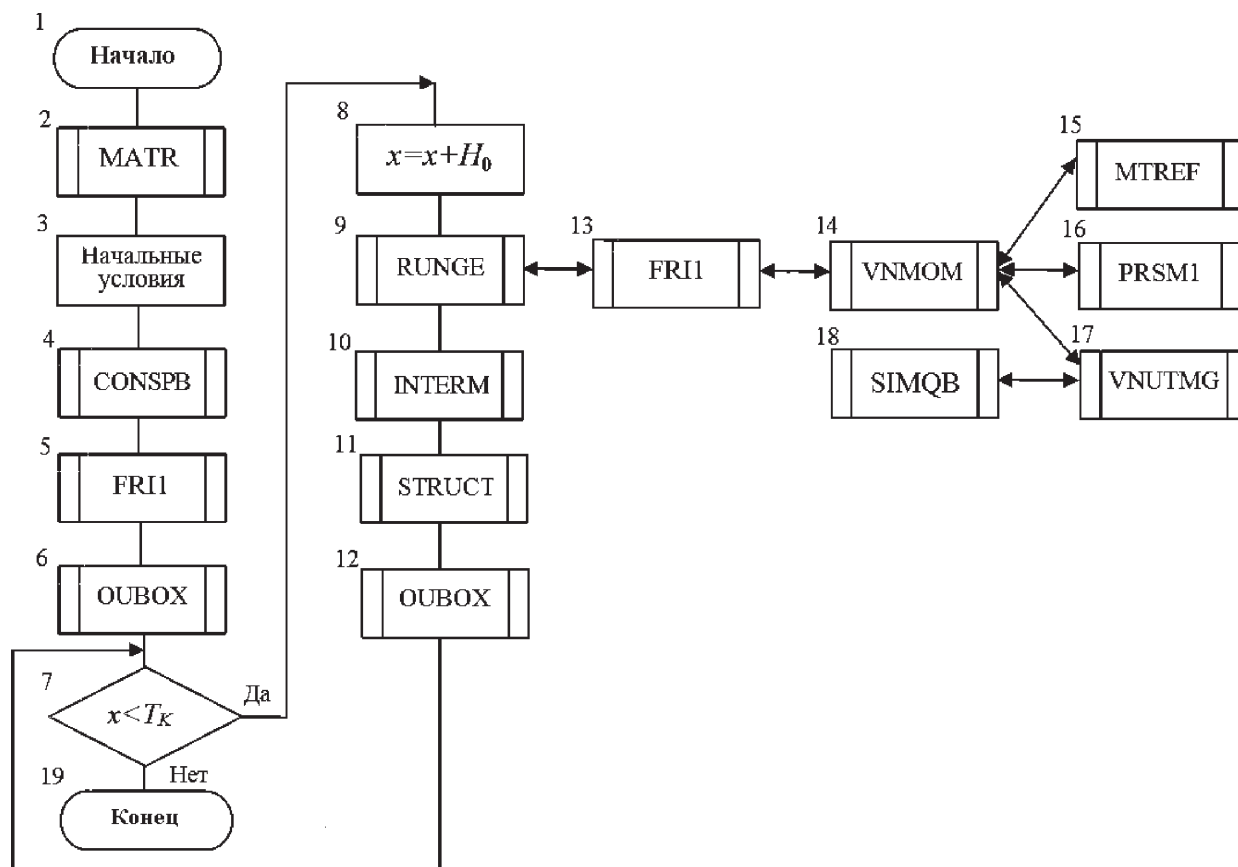


Рисунок 14 — Схема алгоритма динамического расчета систем с переменной структуры с жесткими и упругими компонентами

Блок 12 «STRUCT» осуществляет проверку с использованием уравнений (21), (22) изменилось ли структурное состояние системы в результате проведенного шага счета (изменил ли свое значение хотя бы один индикатор состояния компонентов с переменной структурой). При изменении задает значение переменной $I_{str} = 1$. В случае замыкания фрикционных обеспечивает выравнивание угловых скоростей и их производных для замыкаемых масс.

Блок 14 «VNMOM» вычисляет значения внутренних моментов, действующих в устройствах-преобразователях моментов (например, гидротрансформаторе), а также во фрикционах и жестких устройствах путем обращения к блокам 15–17.

Блок 15 «MTREF» рассчитывает моменты трения фрикционных.

Блок 16 «PRISM» вычисляет значения моментов $M_{(j)}$. Каждый такой момент представляет собой сумму всех моментов, приложенных к j -й массе кроме моментов со стороны жестких устройств. Значения этих моментов используются в блоке 17.

Блок 17 «VNUTMG» рассчитывает внутренние моменты в жестких устройствах (замкнутых фрикционах, устройствах постоянной структуры). При этом происходит обращение к блоку 18. В случае изменения состояния предварительно пересчитываются коэффициенты при неизвестных моментах матрицы, с помощью которой решается система алгебраических уравнений (17).

Блок 18 «SIMQB» Ускоренное решение системы линейных алгебраических уравнений $\mathbf{AX}=\mathbf{B}$ для случаев, когда матрица $\mathbf{A}$ не изменяется, что соответствует определенному состоянию модели. При этом не выполняются промежуточные преобразования матрицы по приведению ее к треугольному виду. Если состояние по результатам интегрирования на рассматриваемом шаге изменилась, то выполняется решение в полном объеме. При нахождении вектора неизвестных $\mathbf{X}$ используется стандартный метод (например, исключения неизвестных с помощью наибольшего ведущего делителя).

Пример расчета. На рисунке 15 показана достаточно общего вида динамическая схема машинного агрегата с гидротрансформатором. Схема содержит следующие компоненты: маховые массы двигателя и присоединенные к ней массы (J_1); согласующий редуктор (после преобразований представлен упру-

гим E_1 и диссипативным K_1 компонентами, соединяющими массы J_1 и J_2); гидротрансформатор (ГТ), который представлен безынерционным преобразователем, соединяющим массы J_2 и J_3 ; подсистему «Коробка передач»; редуктор (представлен жестким компонентом P , соединяющим массы J_9 и J_{10}), привод (после преобразований представлен упругим E_3 и диссипативным K_3 компонентами, соединяющими массы J_{10} и J_{11}), подсистему «Двигатель-масса автомобиля», на которую действуют момент сопротивления качению M_2 и сила сопротивления подъему и воздуха F_A .

Подсистема «Коробка передач» детализирована на рисунке 16 в виде планетарной коробки передач автомобиля МЗКТ 7922. Особенности описания ее кинематических связей показаны на рисунке 17. Четырехзвенный механизм (звенья 1–4 на рисунке 16) условно заменен эквивалентной парой трехзвенных механизмов (рисунок 17). Дифференциалы D_1-D_3 (см. рисунок 17) образуются следующими основными звеньями: D_1 — 1, 2, 4 (водило); D_2 — 1, 3, 4 (водило); D_3 — 4, 5, 6 (водило).

Внутренние передаточные числа u_i дифференциалов определяются следующими цепочками зубчатых колес (см. рисунок 17) $u_1: z_4 - z_5 - z_2 - z_1$; $u_2: z_4 - z_5 - z_3$; $u_3: z_6 - z_7 - z_8$ и рассчитываются следующим образом (знак минус ставится при нечетном числе внешних зацеплений в рассматриваемой кинематической цепи):

$$u_1 = -\frac{z_1}{z_4} = -\frac{24}{30} = -0,8;$$

$$u_2 = \frac{z_3}{z_4} = \frac{78}{30} = 2,6;$$

$$u_3 = -\frac{z_8}{z_6} = -\frac{64}{26} = -2,46.$$

Детализация подсистемы «Двигатель — масса автомобиля» применительно к автомобилю МЗКТ 7922 приведена в работе [6]. Там же представлены параметры динамической схемы рассматриваемого машинного агрегата, которые использованы в расчетах динамических процессов.

Таблица иллюстрирует особенности формирования СРМ для нахождения моментов M_1-M_{10} жесткой части динамической схемы. Эта часть таб-

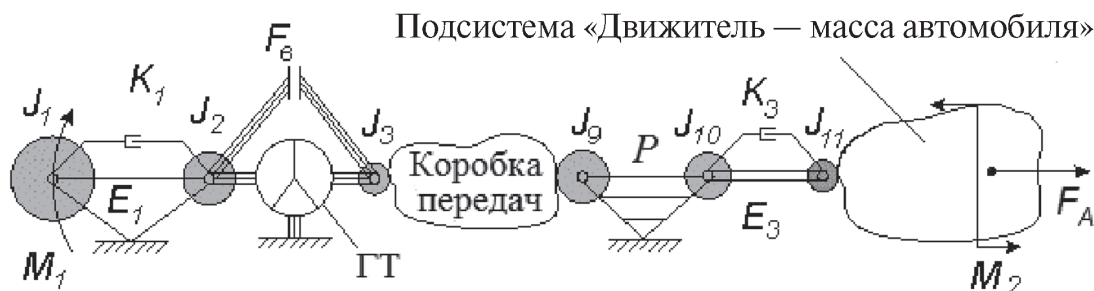


Рисунок 15 — Обобщенная динамическая схема машинного агрегата мобильной машины гидротрансформатором

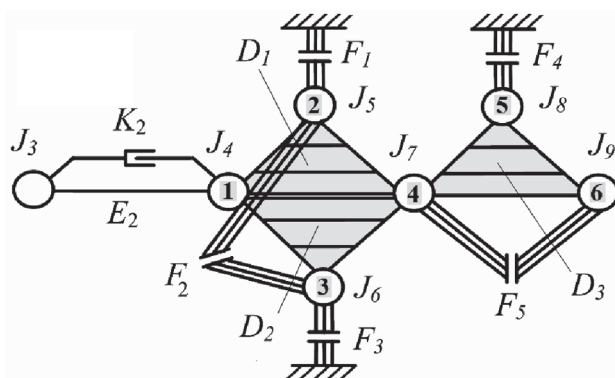
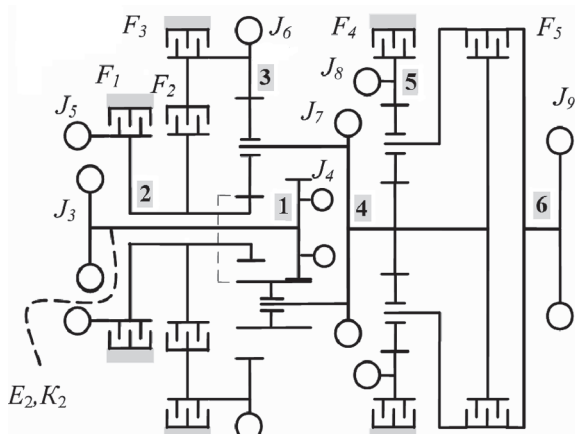


Рисунок 16 — Механическая модель (а) и динамическая схема (б) планетарной коробки передач МЗКТ 7922

лицы выделена контуром с линией большей толщины. Указанная СРМ формируется перед началом решения и используется в ходе решения в соответствии со схемой алгоритма на рисунке 14.

Один из результатов моделирования переходного процесса переключения с первой передачи на вторую автомобиля МЗКТ 7922, полученный с использованием программной реализации рассматриваемого подхода, представлен на рисунке 18. Момент в приводе M_3 сопоставлен с экспериментальной кривой $M_{3\text{Test}}$ [6]. Приведенные на рисунке кривые изменения угловых скоростей и удельной мощности трения демонстрируют особенности быстропротекающих процессов при совместной работе фрикционов. Эти особенности подчеркивают необходимость корректного воспроизведения процессов срыва и замыкания указанных устройств в моделях динамики машинного агрегата.

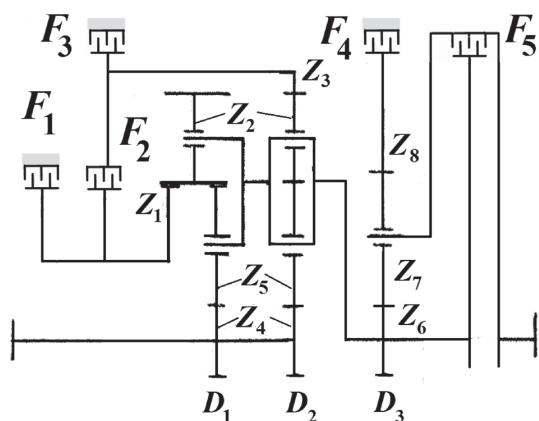
В рассмотренных моделях и примере предполагалось, что основная доля потерь энергии в пе-

реходных процессах приходится на фрикционные и демпфирующие устройства, потери в зацеплениях зубчатых колес составляют небольшую часть и поэтому не учитываются. В общем случае учет потерь в зацеплениях заслуживает отдельного рассмотрения, поскольку в процессе моделирования возможно многократное изменение потока мощности. В подобных режимах теряется понятие ведущего и ведомого звеньев. Известные подходы этот факт не учитывают. В первом приближении может быть применен подход, использованный в квазистатическом расчете с учетом потерь в зацеплениях [10]. При этом для каждого планетарного механизма определяется направление потока мощности, кинематическое передаточное число механизма u_i заменяется силовым передаточным числом $\dot{u}_i = u_i \eta^x$, где x принимает +1 или -1 в зависимости от направления потока мощности, проходящей через механизм на рассматриваемом шаге моделирования.

Второй проблемный вопрос, относящий к учету потерь — это переход от обобщенного их учета с помощью КПД к детальной оценке потерь в элементах: зубчатых зацеплениях, подшипниках, разомкнутых фрикционных узлах, так как это представлено, например, в приложении 3 «Расчет диссипативных потерь в коробках передач» работы [23].

Заключение. Математическое описание динамики машинного агрегата автомобиля и других подобных объектов, представленных в виде регулярных механических систем, может быть выполнено на основе предлагаемых трех систем уравнений: дифференциальных, алгебраических и логических. Они составляют математическую основу для компьютерной реализации универсальных моделей динамики систем, содержащих устройства переменной структуры, жесткие и инерционно-упругие компоненты.

Структура регулярной механической системы в задачах динамики может быть представлена с использованием структурно-распределительной матрицы. На этой основе предложен формализованный подход к построению компьютерных моделей для исследования динамики мобильной техники,



а

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
24	27	78	30	18	26	19	64

б

Рисунок 17 — Кинематическая схема (а), эквивалентная схеме по рисунку 16 а, и число зубьев зубчатых колес дифференциалов (б)

Таблица — Фрагмент общей структурно-распределительной матрицы машинного агрегата, поясняющий формирование СРМ для нахождения моментов M_1 – M_{10} жесткой части

		F_B	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	D_1	D_2	D_3	P	E_1	K_1	E_2	K_2	E_3	K_3
J	СРМ	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{Y1}	M_{K1}	M_{Y2}	M_{K2}	M_{Y3}	M_{K3}
J_2	1	1										-1	-1				
J_3	2	-1												1	1		
J_5	3		1	1				0,8									
J_6	4			-1	1				-2,6								
J_7	5						1	-1,8	1,6	1							
J_8	6					1				2,46							
J_9	7						-1			-3,46	1						
J_4	8							1	1					-1	-1		
J_{10}	9										-1					1	1
J_1	10											1	1				
J_{11}	11															-1	-1

Примечание: в верхней (первой) строке обозначены устройства; во второй строке — моменты, действующие в устройствах; моменты M_1 – M_{10} действуют в жесткой части системы; в левом (первом) столбце — обозначение моментов в схеме машинного агрегата; во втором столбце — нумерация масс в СРМ.

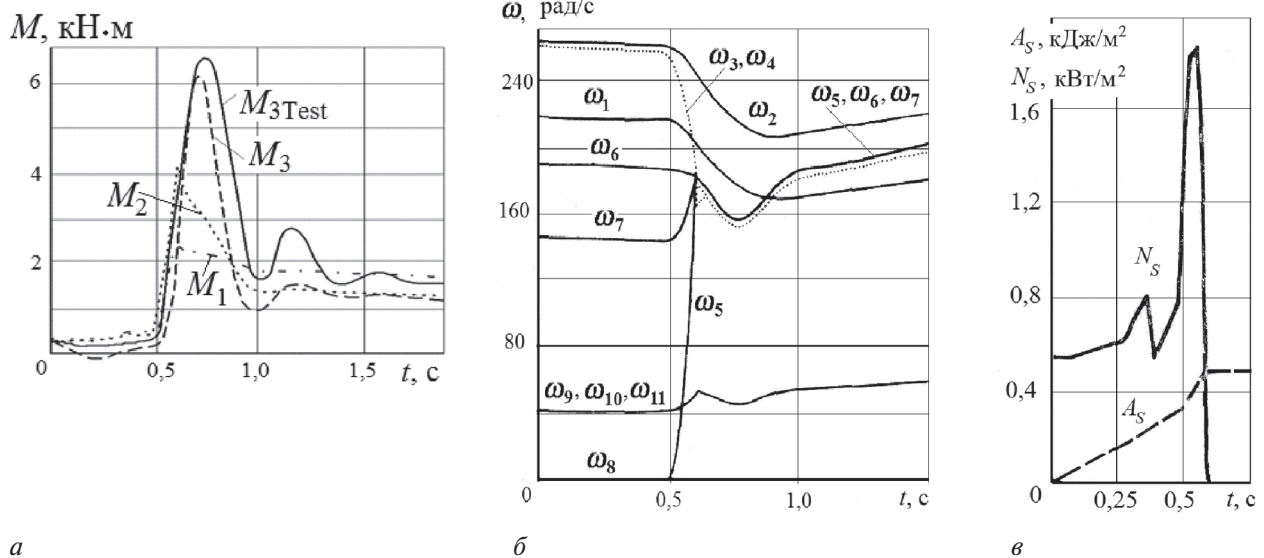


Рисунок 18 — Результаты моделирования переходного процесса машинного агрегата по рисунку 14 при переключении с первой передачи на вторую (фрикцион F_1 выключается, F_2 включается, F_4 остается замкнутым): а — крутящие моменты M_1 ... M_3 в упругих компонентах E_1 ... E_3 (M_{3Test} — экспериментальная кривая); б — угловые скорости ω_i маховых масс J_i ; в — удельные мощность N_S и работа трения A_S включаемого фрикциона F_2

в том числе на сложных переходных режимах, сопровождающихся изменениями структуры (многократными в ряде случаев) механической системы мобильной машины.

Список литературы

- Блинов, Е.И. Основы динамической теории движения колесных машин. — М.: Машиностроение-1, 2006. — 149 с.
- Блинов, Е.И. Теория автомобиля: от статики к динамике / Е.И. Блинов // Автомобил. пром-сть. — 2007. — № 7. — С. 16–19.
- Альгин, В.Б. Динамические схемы мобильных машин / В.Б. Альгин. — Минск: ИНДМАШ АН БССР, 1978. — 44 с.
- Цитович, И.С. Динамика автомобиля / И.С. Цитович, В.Б. Альгин. — Минск: Наука и техника, 1981. — 191 с.
- Альгин, В.Б. Динамика трансмиссии автомобиля и трактора / В.Б. Альгин, В.Я. Павловский, С.Н. Поддубко. — Минск: Наука и техника, 1986. — 214 с.
- Альгин, В.Б. Динамика, надежность и ресурсное проектирование трансмиссий мобильных машин / В.Б. Альгин. — Минск: Навука і тэхніка, 1995. — 256 с.
- Algin, V. Kinematic and dynamic computation of vehicle transmission based on regular constructs / V. Algin, V. Ivanov // Proceedings of 12th IFToMM World Congress, Besancon

- (France), June 18–21, 2007; ed. by: Jean-Pierre Merlet and Marc Dahan. — Besancon, 2007. — Paper A14. — 6 p.
8. Альгин, В.Б. Схематизация и расчет мобильной машины как многомассовой системы. Регулярные механические системы / В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 1(18). — С. 6–16.
 9. Схематизация и динамический расчет мобильной машины. Системы с переменной структурой / В.Б. Альгин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2008. — № 2(3). — С. 16–24.
 10. Альгин, В.Б. Схематизация и расчет мобильной машины как многомассовой системы. Кинематика и квазистатика / В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 2(19). — С. 5–13.
 11. Захарик, Ю.М. Научные основы обеспечения тягово-скоростных свойств грузовых автомобилей путем синтеза систем автоматического управления тяговыми режимами: автореф. дисс....докт. техн. наук: 05.05.03 / Ю.М. Захарик; БНТУ. — Минск. 2007.
 12. Молибошко, Л.А. Компьютерное моделирование автомобилей: учеб. пособие для студ. спец. «Автомобилестроение» учреждений, обеспечивающих получение высш. образования / Л.А. Молибошко — Минск: ИВЦ Минфина, 2007. — 280 с.
 13. Динамика колесных машин: моногр. / Сазонов, И.С. [и др.] — Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2006. — 462 с.
 14. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. — Минск: Дизайн ПРО, 2004. — 640 с.
 15. Математическая модель автоматической трансмиссии в структуре испытательного комплекса / В.В. Михайлов [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 2(19). — С. 22–29.
 16. Альгин, В.Б. Комментарий к статье Михайлова В.В., Басалаева В.Н., Сниткова А.Г., Сорочана В.В. «Математическая модель автоматической трансмиссии в структуре испытательного комплекса» / В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2012. — № 2(19). — С. 30–31.
 17. Dymola. Multi-Engineering Modeling and Simulation. — Режим доступа: <http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola>. — Дата доступа: 07.04.13.
 18. LMS Imagine.Lab AMESim. The integrated platform for multi-domain system simulation. — Режим доступа: <http://www.lmsintl.com/LMS-Imagine-Lab-AMESim>. — Дата доступа: 07.04.13.
 19. MapleSim. — Режим доступа: <http://www.maplesoft.com/products/maplesim>. — Дата доступа: 07.04.13.
 20. Dynamics: комп. программа: св-во 270 Респ. Беларусь / В.Б. Альгин [и др.]; правообладатель ОИМ НАН Беларуси. — № C20100147; заявл. 16.12.10; опубл. 27.12.10 // Реестр зарегистрированных компьютерных программ / Нац. Центр интелект. собственности. — 2010.
 21. Algin, V. Investigations in advanced brake assistant systems / V. Algin, D. Treksiak, O. Drobyshevskaya // Europe in the Second Century of Auto-Mobility: Proceedings of 12th EAEC European Automotive Congress; Bravislava 29 June–01 July 2009. — Pp. 14.
 22. Альгин, В.Б. Концепция ассистента водителя для критических ситуаций и ее реализация на примере экстренного торможения автомобиля // В.Б. Альгин, Д.В. Третьяк, О.В. Дробышевская // Механика машин, механизмов и материалов. — 2010. — № 4(13). — С. 11–17.
 23. Цитович, И.С. Анализ и синтез планетарных коробок передач автомобилей и тракторов / И.С. Цитович, В.Б. Альгин, В.В. Грицкевич. — Минск: Наука и техника, 1987. — 224 с.

Algin V.B.

Schematization and calculation of mobile machine presented as multibody system. Dynamics of machine unit

The machine unit of the mobile machine is considered as the regular mechanical system consisting of inertial-elastic and dissipative components and rigid fragments, which contain devices of variable structure (frictional elements transmission and brake subsystems, the wheels interacting with road). For the formalized description of such systems the way for formation of their universal mathematical models, which are not dependent on devices states and contain the differential, algebraic and logic equations, is offered. The method for determination of the internal torques in rigid devices in a process of the decision of the differential equations of dynamics is described. On this basis the formalistic approach to building computer models for research of mobile machine dynamics, including the models for the complex transient modes accompanied by structures changes (repeated in some cases) of mechanical system of the machine is offered.

Keywords: *mobile machine, machine assembly, multimass system, variable structure, elastic and rigid components, dynamic analysis*

Поступила в редакцию 04.09.2013.