



ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.937

Д.А. СТЕПАНЕНКО, В.Т. МИНЧЕНЯ, кандидаты техн. наук
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

МЕТОДИКА РАСЧЕТА И ВОЗМОЖНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНОВОДОВ

В статье описана концепция создания ультразвуковых волноводов-концентраторов на основе однородных по составу функционально-градиентных материалов, например, сплава $Cu-Al-Mn$ с изменением механических свойств, создаваемым путем градиентной термической обработки. Описана методика расчета таких волноводов с помощью метода передаточных матриц. Путем сравнительного анализа показаны преимущества предлагаемых волноводов по сравнению с традиционно используемыми.

Ключевые слова: ультразвук, волновод, передаточная матрица, функционально-градиентный материал

Введение. Функционально-градиентные материалы (ФГМ) представляют собой материалы, обладающие непрерывным пространственным изменением механических свойств, в частности, модулей упругости и плотности. Такие материалы вызывают в последнее время значительный интерес со стороны специалистов в области теоретической и прикладной механики, а также инженерного сообщества. Одной из областей применения ФГМ является акустика. В частности, известен способ применения ФГМ для управления акустическими волнами, например, их фокусировки [1]. Фокусировка акустических волн с помощью ФГМ по своей физической сущности аналогична процессу фокусировки световых волн с помощью линз с градиентным показателем преломления и осуществляется с помощью материала с радиальным градиентом механических свойств. Одним из возможных применений ФГМ в ультразвуковой технике и технологии является создание волноводов-концентраторов, обеспечивающих передачу и механическое усиление продольных ультразвуковых волн высокой интенсивности. При этом предполагается использование ФГМ с аксиальным градиентом механических свойств. Возможности применения и методика расчета таких волноводов являются предметами анализа данной статьи.

Концепция создания ультразвуковых волноводов на основе ФГМ. Волноводы-концентраторы, традиционно применяемые в ультразвуковой технике и технологии, представляют собой стержневые колебательные системы с переменной площадью

поперечного сечения, присоединяемые к источнику колебаний (электроакустическому преобразователю) посредством сечения с наибольшей площадью [2, с. 170]. Также существуют концентраторы, выполненные в виде соединенных друг с другом стержней с постоянной площадью поперечного сечения, различающихся механическими свойствами материала [2, 3]. Коэффициент усиления концентраторов с переменной площадью поперечного сечения определяется отношением площадей входного и выходного сечений. Поэтому при заданном диаметре входного сечения (заданных габаритных размерах электроакустического преобразователя) получение большого коэффициента усиления возможно лишь при малом диаметре выходного сечения. Возможность уменьшения диаметра выходного сечения концентратора в свою очередь ограничена рядом факторов, в первую очередь прочностью концентратора, что лимитирует максимально достижимый коэффициент усиления. Концентраторы второго типа (выполненные из нескольких материалов) технологически сложны в изготовлении, так как требуется соединение существенно различающихся по своим свойствам и составу материалов. Выполнение таких соединений возможно с использованием современных методов сварки, в частности, диффузионной сварки [4], однако при большой амплитуде колебаний концентратора наличие любых механических соединений становится нежелательным. Отмеченные недостатки становятся особенно заметными при разработке так называемых гибких волноводов-концентраторов, то есть волноводов, обладающих малым ди-

аметром и малой изгибной жесткостью и предназначенных для введения ультразвуковых колебаний в изогнутые каналы и другие труднодоступные области [5]. Одним из применений таких волноводов является ультразвуковая тромбэктомия — разрушение тромбов в кровеносных сосудах. При этом входной диаметр волновода оказывается ограниченным диаметром катетера, через который производится его доставка к тромбу, и обычно составляет около 2 мм. Выходной диаметр для обеспечения достаточной прочности волновода не должен быть менее 0,5 мм. Максимально достижимый при этом коэффициент усиления составляет $K = (2/0,5)^2 = 16$. В качестве заготовки для изготовления гибких волноводов используется проволока. Изготовление гибких волноводов с применением сварки является крайне нежелательным, так как в процессе эксплуатации они испытывают сложное напряженное состояние, представляющее собой комбинацию статического изгиба, возникающего при введении волновода в изогнутые участки кровеносных сосудов, и высокочастотного динамического растяжения-сжатия, связанного с распространением в волноводе ультразвуковых волн. Альтернативой в данном случае является изготовление волновода из ФГМ. При этом возможны два подхода к созданию ФГМ. Первый состоит в формировании изделия из ФГМ аддитивным методом с непрерывным изменением состава материала, а второй основан на управляемом изменении свойств изначально однородного материала при постоянном составе. Первый метод, несмотря на свое широкое распространение, технологически сложен в реализации и сведения о возможности его применения для изготовления проволоки отсутствуют. Второй метод менее известен, но обладает рядом преимуществ. Основное его достоинство состоит в возможности формирования изделия или заготовки любой требуемой формы, так как формирование градиента механических свойств производится после формообразования заготовки из однородного по составу материала. В частности, формирование ФГМ из однородного по составу сплава Cu–Al–Mn использо-

валось для создания проводников для сердечно-сосудистой хирургии в виде проволоки диаметром 0,5 мм и длиной 1500 мм [6]. Градиент механических свойств создавался путем градиентной термообработки (старения) материала проволоки [7]. При этом формировалась жесткая проксимальная часть, состоящая из β -фазы сплава, гибкая дистальная часть, состоящая из α -фазы и фазы Гейслера, и переходная часть, обладающая механическими свойствами, непрерывно изменяющимися от проксимальной к дистальной части. Материал дистальной части обладал эффектом сверхупругости, полностью восстанавливая форму после относительной деформации до 6 %, что позволило повысить маневренность проводника на изогнутых участках кровеносных сосудов. Очевидно, что данное свойство является полезным и в случае гибких волноводов. В частности, имеется опыт изготовления гибких волноводов из сверхупругого нитинола [8]. Описанная конструкция проводника была принята в качестве прототипа для разработки гибкого волновода из ФГМ. На рисунке 1 приведены схемы конструкции традиционного гибкого волновода с переменной площадью поперечного сечения (см. рисунок 1 а), волновода из ФГМ с постоянной площадью поперечного сечения (см. рисунок 1 б) и комбинированного волновода из ФГМ (см. рисунок 1 в).

Участки с различным модулем упругости обозначены разными цветами, а области с непрерывным изменением механических свойств — градиентной заливкой с переходом от одного цвета к другому. В комбинированном волноводе из ФГМ (см. рисунок 1 в) усиление колебаний реализуется за счет сочетания изменения площади поперечного сечения и изменения модуля упругости.

Коэффициент усиления волновода постоянного сечения из ФГМ может быть оценен из соотношения [3]

$$K \leq \sqrt{\frac{E_1 \rho_1}{E_2 \rho_2}},$$

где E_1 и E_2 — модули упругости проксимальной (входной) и дистальной (выходной) частей волно-

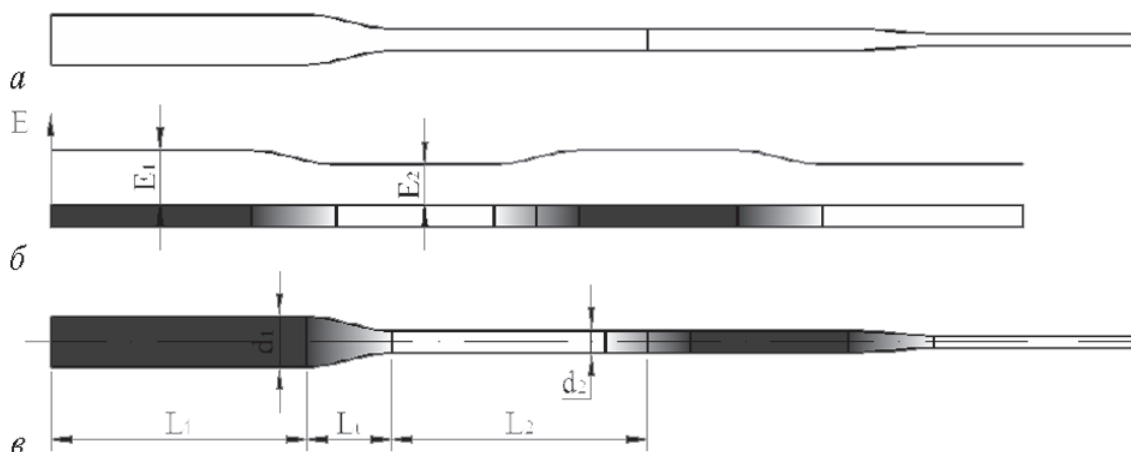


Рисунок 1 — Конструкции различных типов ультразвуковых волноводов

вода; ρ_1 и ρ_2 — плотности проксимальной и дистальной частей.

Знак равенства достигается лишь в случае ступенчатого изменения механических свойств, то есть при отсутствии переходной зоны между проксимальной и дистальной частями. С увеличением длины переходной зоны коэффициент усиления уменьшается. Практически достижимым является получение переходной зоны с длиной до 20 мм [7]. Получение более короткой переходной зоны принципиально возможно, но вероятно потребует применения специальных методов термообработки, например, скоростной термообработки.

Учитывая, что для материала постоянного состава $\rho_1 = \rho_2$, максимально достижимый коэффициент усиления будет определяться только отношением модулей упругости. Для сплава Cu–Al–Mn путем термообработки могут быть получены следующие значения модулей упругости: $E_1 = 90$ ГПа для жесткой проксимальной части и $E_2 = 35$ ГПа для сверхупругой дистальной части. Максимально достижимый при этих параметрах коэффициент усиления составляет $K = \sqrt{90/35} = 1,604$. Данное значение коэффициента усиления очевидно мало для практических приложений, поэтому предполагается использовать многосекционный волновод, состоящий из множества полуволновых секций со структурой «жесткая часть — переходная зона — сверхупругая часть». В частности, на рисунке 1 б изображен волновод, состоящий из двух секций. Применение 6 секций позволяет получить коэффициент усиления более 17, то есть выше, чем у традиционного волновода с переменной площадью поперечного сечения.

Методика расчета волновода на основе ФГМ.

Прежде всего рассмотрим методику расчета волновода постоянного сечения, состоящего из двух частей с модулями упругости E_1 и E_2 , соединенных между собой переходной зоной с непрерывным изменением модуля упругости. Определение конкретного закона изменения модуля упругости в переходной зоне, возникающего в результате термообработки, требует проведения дополнительных экспериментальных исследований. В связи с этим будем использовать полиномиальную зависимость вида

$$E(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3,$$

где коэффициенты a_i определяются из следующих условий: $E(0) = E_1$, $E(L_i) = E_2$ — условия непрерывности модуля упругости в граничных сечениях переходной зоны; $E'(0) = 0$, $E'(L_i) = 0$ — условия непрерывности первой производной модуля упругости.

Через L_i обозначена длина переходной зоны.

Из условия $E(0) = E_1$ следует равенство $a_0 = E_1$, а из условия $E'(0) = 0$ — равенство $a_1 = 0$. С учетом этих равенств условия $E(L_i) = E_2$ и $E'(L_i) = 0$ могут быть записаны в виде

$$\begin{pmatrix} L_i^2 & L_i^3 \\ 2L_i & 3L_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_2 - E_1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда находим коэффициенты a_2 и a_3 :

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{L_i} \begin{pmatrix} L_i & L_i^2 \\ 2 & 3L_i \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_2 - E_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{L_i^3} \begin{pmatrix} 3L_i & -L_i^2 \\ -2 & L_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2 - E_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3(E_2 - E_1)}{L_i^2} \\ \frac{2(E_1 - E_2)}{L_i^3} \end{pmatrix}.$$

Уравнение продольных колебаний переходной зоны волновода будет иметь вид [9]

$$\xi'' + \frac{E'(x)}{E(x)} \xi' + \frac{\omega^2 \rho}{E(x)} \xi = 0, \tag{1}$$

где $\xi(x)$ — амплитуда продольных колебаний; $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота колебаний; f — частота колебаний.

Аналитическое решение уравнения (1) возможно лишь в случае квадратичной зависимости $E(x)$ [9], поэтому в рассматриваемом случае требуется численное интегрирование данного уравнения.

Для определения условий резонанса и коэффициента усиления волновода воспользуемся методом передаточных матриц [10]. Частота f колебаний при расчете будет считаться фиксированной и равной 25 кГц. Передаточные матрицы проксимальной и дистальной частей волновода будут определяться выражениями

$$\mathbf{T}_1(L_1) = \begin{pmatrix} \cos(k_1 L_1) & \frac{\sin(k_1 L_1)}{k_1} \\ -k_1 \sin(k_1 L_1) & \cos(k_1 L_1) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{T}_2(L_2) = \begin{pmatrix} \cos(k_2 L_2) & \frac{\sin(k_2 L_2)}{k_2} \\ -k_2 \sin(k_2 L_2) & \cos(k_2 L_2) \end{pmatrix},$$

где $k_1 = \omega/c_1$ и $k_2 = \omega/c_2$ — волновое число для проксимальной и дистальной частей, $c_1 = \sqrt{E_1/\rho}$ и $c_2 = \sqrt{E_2/\rho}$ — скорость звука для проксимальной и дистальной частей; L_1 и L_2 — длина проксимальной и дистальной частей.

Передаточная матрица переходной зоны может быть представлена в виде

$$\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \tilde{\xi}^{(1)}(L_i) & \tilde{\xi}^{(2)}(L_i) \\ \tilde{\xi}^{(1)'}(L_i) & \tilde{\xi}^{(2)'}(L_i) \end{pmatrix},$$

где $\tilde{\xi}^{(1)}(x) = \xi^{(1)}(x)/\xi^{(1)}(0)$; $\tilde{\xi}^{(2)}(x) = \xi^{(2)}(x)/\xi^{(2)'}(0)$; $\xi^{(1)}(x)$ и $\xi^{(2)}(x)$ — частные решения уравнения (1) при граничных условиях $\xi(0) = 1$, $\xi'(0) = 0$ и $\xi(0) = 0$, $\xi'(0) = 1$.

Длина переходной зоны L_i считается при расчете постоянной и равной 20 мм. Общая передаточная матрица волновода имеет вид

$$\mathbf{T}(L_1, L_2) = \mathbf{T}_2(L_2) \mathbf{T}_i \mathbf{T}_1(L_1). \tag{2}$$

Условие резонанса волновода имеет вид [10]

$$T_{21}(L_1, L_2) = 0.$$

Здесь и далее через T_{ij} обозначены элементы i -ой строки j -го столбца результирующей передаточной матрицы волновода \mathbf{T} , а через T_{ij} — элементы i -ой строки j -го столбца передаточной матрицы переходной зоны волновода \mathbf{T}_r .

Если записать выражение (2) в виде

$$\mathbf{T}(L_1, L_2) = \begin{pmatrix} \cos(k_2 L_2) & \frac{\sin(k_2 L_2)}{k_2} \\ -k_2 \sin(k_2 L_2) & \cos(k_2 L_2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} T_{r11} \cos(k_1 L_1) - T_{r12} k_1 \sin(k_1 L_1) & \frac{T_{r11} \sin(k_1 L_1)}{k_1} + T_{r12} \cos(k_1 L_1) \\ T_{r21} \cos(k_1 L_1) - T_{r22} k_1 \sin(k_1 L_1) & \frac{T_{r21} \sin(k_1 L_1)}{k_1} + T_{r22} \cos(k_1 L_1) \end{pmatrix},$$

то условие резонанса примет вид

$$\operatorname{tg}(k_2 L_2) = \frac{1}{k_2} \frac{T_{r21} \cos(k_1 L_1) - T_{r22} k_1 \sin(k_1 L_1)}{T_{r11} \cos(k_1 L_1) - T_{r12} k_1 \sin(k_1 L_1)}.$$

Полученное выражение позволяет для любого заданного значения длины L_1 проксимального участка определить соответствующее ему резонансное значение длины L_2 дистального участка, то есть определяет зависимость $L_2(L_1)$.

Коэффициент усиления волновода определяется равенством [10]

$$K(L_1) = |T_{11}(L_1, L_2(L_1))|.$$

Таким образом, мы можем исследовать зависимость коэффициента усиления от длины L_1 проксимального участка и определить оптимальное положение переходной зоны, обеспечивающее максимальный коэффициент усиления.

Частные решения уравнения (1), необходимые для построения передаточной матрицы переходной зоны, определялись с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка с использованием программы MathCad.

В случае комбинированного волновода уравнение продольных колебаний переходной зоны записывается в виде

$$\xi'' + \frac{D'(x)}{D(x)} \xi' + \frac{\omega^2 \rho}{E(x)} \xi = 0,$$

где $D(x) = E(x)S(x)$ — продольная жесткость волновода, $S(x) = \frac{\pi d^2(x)}{4}$ — площадь поперечного сечения, $d(x)$ — диаметр поперечного сечения.

У традиционного применяемого гибкого волновода с переменной площадью поперечного сечения зависимость $d(x)$ может быть описана многочленом 8-го порядка [11]. Однако для упрощения расчетов была принята зависимость $d(x)$ в виде многочлена 3-го порядка, который строится по методике, примененной выше для описания зависимости $E(x)$, и имеет вид

$$d(x) = d_1 + \frac{3(d_2 - d_1)}{L_i^2} x^2 + \frac{2(d_1 - d_2)}{L_i^3} x^3,$$

где $d_1 = 2$ мм и $d_2 = 1$ мм — диаметр проксимальной и дистальной частей.

Результаты расчетов и их обсуждение. Расчетные резонансные кривые волноводов различных типов в соответствии с рисунком 1 приведены на рисунке 2.

Приведенные кривые являются графическими изображениями зависимости $L_2(L_1)$ и позволяют при заданной длине L_1 проксимальной части определить соответствующее ей резонансное значение длины L_2 дистальной части. Кривая 1 соответствует волноводу с переменной площадью поперечного сечения из материала с модулем упругости $E_1 = 90$ ГПа, кривая 2 — волноводу переменного сечения из материала с модулем упругости $E_2 = 35$ ГПа, кривая 3 — волноводу постоянного сечения из ФГМ и кривая 4 — волноводу переменного сечения из ФГМ (комбинированному волноводу). Точки разрыва на резонансных кривых соответствуют переходу от полуволновой к двухполуволновой конструкции.

Расчетные зависимости коэффициента усиления волноводов от длины L_1 проксимальной части приведены на рисунке 3.

Как следует из рисунка, наибольший коэффициент усиления наблюдается у комбинированного волновода. При этом его максимальное значение $K = 5,888$ оказывается больше значения $K = (d_1/d_2)^2 = 4$, пре-

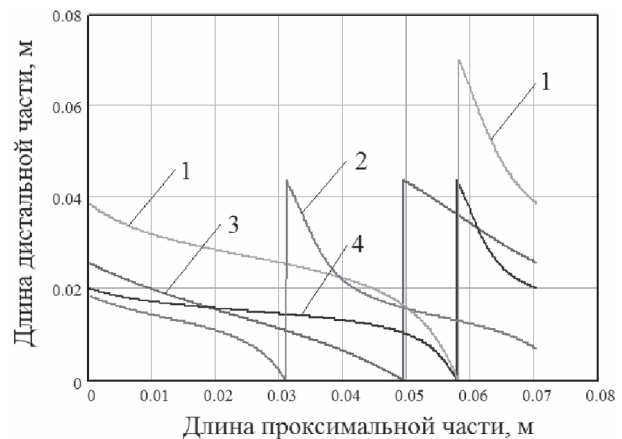


Рисунок 2 — Резонансные кривые различных типов волноводов

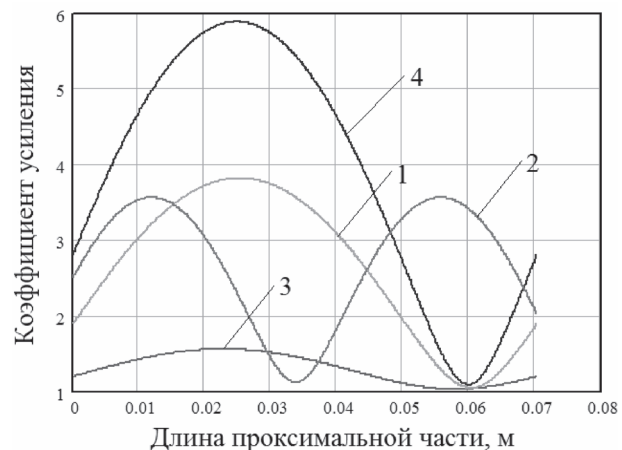


Рисунок 3 — Коэффициент усиления для различных типов волноводов

дельно достижимого для однородных волноводов переменного сечения с данным отношением диаметров входного и выходного сечений. Максимальное значение коэффициента усиления $K = 1,560$ для волновода постоянного сечения из ФГМ лишь незначительно отличается от предельно достижимого значения $K = \sqrt{E_1/E_2} = 1,604$, то есть наличие переходной зоны длиной $L_t = 20$ мм слабо влияет на коэффициент усиления.

Выводы. 1. Предложены конструкция ультразвуковых волноводов на основе ФГМ и методика их расчета на основе метода передаточных матриц.

2. Выполнен анализ характеристик предложенных волноводов, в частности, их коэффициента усиления, в сравнении с традиционно используемыми волноводами.

3. Даны рекомендации по практическому применению предложенных волноводов, в частности, для ультразвуковой тромбозектомии.

Авторы выражают благодарность профессору Юджи Сутоу (Университет Тохоку, Япония) за любезно предоставленную информацию о механических свойствах ФГМ Cu–Al–Mn и особенностях его изготовления и применения.

Список обозначений

c_1 и c_2 — скорость звука для проксимальной и дистальной частей волновода, м/с;

d_1 и d_2 — диаметр проксимальной и дистальной частей волновода, м;

$d(x)$ — диаметр переходной зоны волновода, м;

$D(x)$ — продольная жесткость переходной зоны волновода, Н;

E_1 и E_2 — модуль упругости проксимальной и дистальной частей волновода, Па;

$E(x)$ — модуль упругости переходной зоны волновода, Па;

f — частота колебаний, Гц;

k_1 и k_2 — волновое число для проксимальной и дистальной частей волновода, м⁻¹;

K — коэффициент усиления колебаний;

L_1 и L_2 — длина проксимальной и дистальной частей волновода, м;

L_t — длина переходной зоны волновода, м;

$S(x)$ — площадь поперечного сечения переходной зоны волновода, м²;

T — передаточная матрица волновода;

T_1 и T_2 — передаточная матрица проксимальной и дистальной частей волновода;

T_t — передаточная матрица переходной зоны волновода;

ξ — амплитуда продольных колебаний, м;

ρ — плотность материала волновода, кг/м³;

ω — циклическая частота колебаний, Гц.

Список литературы

1. Manipulation of acoustic waves using a functionally graded material and process for making the same: US Patent 6278656 B1.
2. Ультразвук. Маленькая энциклопедия / гл. ред. И.П. Голямина. — М.: Совет. энциклопедия, 1979. — 400 с.
3. Amplifying ultrasonic waveguides: US Patent Application 2007/0131034 A1.
4. Люшинский, А.В. Диффузионная сварка разнородных материалов. — М.: Издат. центр «Академия», 2006. — 208 с.
5. Минченя, В.Т. Перспективы использования гибких ультразвуковых волноводных систем в медицине и технике / В.Т. Минченя, Д.А. Степаненко // Приборы и методы измерений. — № 1. — 2010. — С. 6–16.
6. Development of superelastic guidewire with functionally graded property using Cu–Al–Mn-based shape memory alloy / Y. Sutou [et al.] // Copper: Proceedings of the International conference Copper'06; Ed. by J.-M. Welter. — Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 2006. — Pp. 307–313.
7. Functionally graded alloy, use thereof and method for producing same: US Patent 6328822 B1.
8. Gavin, G.P. Experimental and numerical investigation of therapeutic ultrasound angioplasty: PhD thesis / G.P. Gavin. — Dublin City University, 2005. — 188 p.
9. Elishakoff, I. Design for a specified natural frequency of elastically constrained axially graded bars / I. Elishakoff, J. Yost // Acta Mechanica Sinica. — 2010. — Vol. 26. — Pp. 313–316.
10. Степаненко, Д.А. Исследование продольных колебаний гибких ультразвуковых волноводов с помощью метода передаточных матриц / Д.А. Степаненко, В.Т. Минченя, Н.Т. Минченя // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — № 2(15). — С. 71–75.
11. Stepanenko, D.A. Modeling of flexible waveguides for ultrasonic vibrations transmission: longitudinal and flexural vibrations of non-deformed waveguide / D.A. Stepanenko, V.T. Minchenya // Ultrasonics. — 2010. — Vol. 50. — Pp. 424–430.

Stepanenko D.A., Minchenya V.T.

Investigation of longitudinal vibration of flexible ultrasonic waveguides by means of transfer-matrix method

The article describes concept of creation of amplifying ultrasonic waveguides on the basis of functionally-graded materials with uniform composition, e. g. Cu–Al–Mn alloy with variation of mechanical properties created by means of gradient heat treatment. Method of modelling of such waveguides by means of transfer matrix approach is described. On the basis of comparative analysis advantages of the suggested waveguides relative to their traditionally used analogues are shown.

Keywords: ultrasonic sound, coupler, transfer matrix, functionally gradient material

Поступила в редакцию 30.11.2012.