

УДК 539:374.002.62

К.А. ГОРЕЛЫЙ, канд. техн. наук; Е.В. МАЛЮТИН

ОАО «Авангард», г. Сафоново, Россия

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ КОСОУГОЛЬНО АРМИРОВАННЫХ ТКАНЕЙ ПРИ НАМОТКЕ ШПАНГОУТОВ

Предложена технология намотки шпангоутов таврового профиля с применением косоугольно армированных тканей. Решена задача по определению исходных размеров заготовки ткани. Найдено условие, препятствующее сползанию нитей при намотке.

Ключевые слова: ткани, оправка, намотка, деформация, нить, псевдолента

Введение. Современные конструкционные ткани, выпускаемые промышленностью, представляют собой ортогонально армированные структуры по основе и утку из стеклянных угольных и органических волокон. Общее свойство тканей заключается в том, что предельные деформации волокон в направлении армирования не превышают 2–3 % [1]. В то же время деформируемость тканей в направлениях, отличных от направлений армирования, может быть существенно больше. На этом свойстве основаны технологические процессы намотки и выкладки с использованием косоугольного армирования тканей, полученных раскроем из ортогональных тканей под углом φ [2].

Постановка задачи. Простейшим примером использования косоугольно армированных тканей является тканая кольцевая намотка конической оболочки. Деформация ткани при такой намотке сопровождается деформацией в осевом направлении и сдвигом. Другим примером использования таких тканей является изготовление шпангоутов ∇ -образного профиля. Суть способа изготовления шпангоута заключается в следующем [3]. Нетканая лента, либо плоская лента диагонального плетения или лента типа «сплюснутый оплеточный рукав» наматываются на оправку с кольцевой канавкой или кольцевым выступом по форме наружного профиля меридионального сечения шпангоута. Форма шпангоута может быть разнообразной. Данное многообразие можно еще более расширить, если ввести дополнительный этап трансформации полученной ∇ -образной заготовки. Модификация профиля сечения может быть осуществлена сдвижкой элементов оправки вдоль ее оси с намотанным, но неотвержденным полуфабрикатом (рисунок 1).

В процессе трансформации заготовки происходят изменения ее линейных размеров и углов армирования. Так как размеры конечного изделия известны, то требуется решить задачу по определению исходных размеров тканой заготовки. Особенностью постановки задачи является то, что искомые неизвестные параметры могут относиться как к заготовке, так и к изделию. В частности, закон намотки, как

правило, выбирается на заготовке. Параллельно с намоткой псевдоленты осуществляется намотка кромочных нитей 1 (см. рисунок 1) и кольцевых нитей 2,

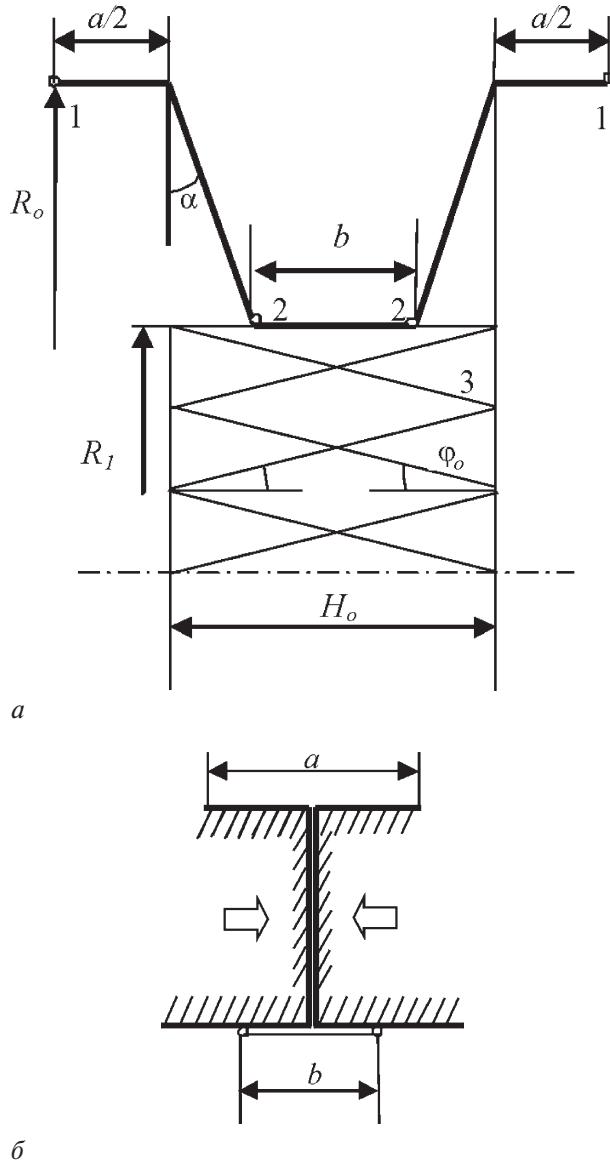


Рисунок 1 — Этапы изготовления шпангоутов:
 а — формообразование ∇ -образной заготовки;
 б — формообразование шпангоута таврового профиля за счет сдвижки оснастки (1 — кромочные нити; 2 — кольцевые нити, утягивающие псевдоленту; 3 — спиральные нити)

утягивающих псевдоленту. В результате она занимает положение \surd -образной заготовки.

Процессу деформирования плоской ленты в кольцо — заготовку соответствует свой закон изменения угла армирования. С учетом этого для выбранного технологического процесса необходимо знать размеры заготовки. Для этого определим некоторые общие закономерности процесса осесимметричной трансформации оболочек вращения.

Метод решения. Пусть оболочка образована вращением кривой $r = r(z)$ вокруг оси z . Оболочка представляет собой сеть, армированную под углом $\pm\varphi$. В процессе осесимметричной трансформации оболочка также переходит в оболочку вращения. Введем систему ортогональных криволинейных координат в виде меридианов $v = \text{const}$ и параллелей $z = \text{const}$. Тогда для оболочек вращения в исходном и конечном (с индексом *) состоянии на основании обозначений на рисунке 2 справедливы соотношения:

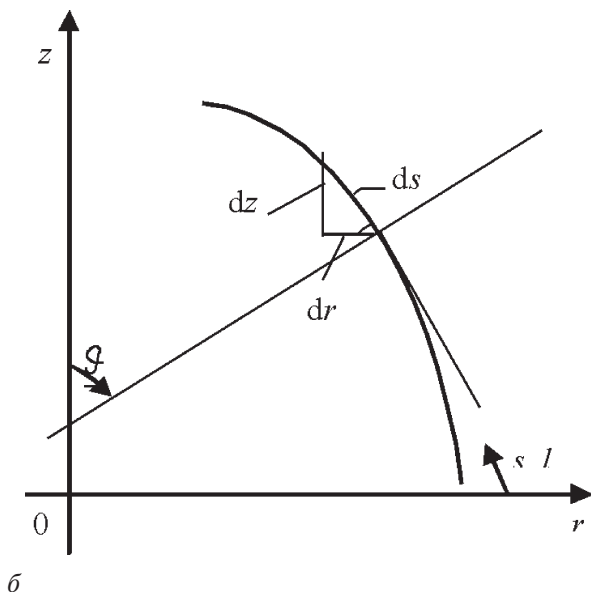
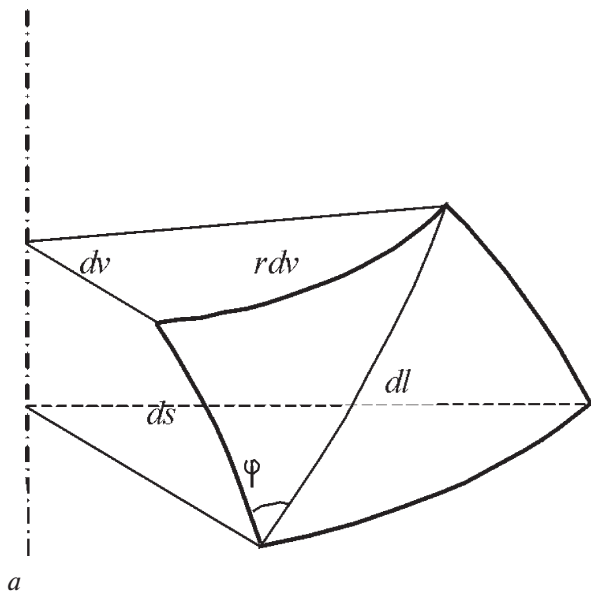


Рисунок 2 — Расчетная схема

$$\frac{rdv}{dl} = \sin\varphi; \quad \frac{ds}{dl} = \cos\varphi; \quad \frac{dz}{ds} = \sin\vartheta; \quad \frac{dr}{ds} = -\cos\vartheta;$$

$$\frac{r^* dv^*}{dl^*} = \sin\varphi^*; \quad \frac{ds^*}{dl^*} = \cos\varphi^*; \quad \frac{dz^*}{ds^*} = \sin\vartheta^*; \quad \frac{dr^*}{ds^*} = -\cos\vartheta^*. \quad (1)$$

Для углов армирования φ и φ^* можно установить зависимости, построив модель деформирования данного типа тканей. Для чего выделим элементарную ячейку ткани, состоящую из двух нитей основы и двух нитей утка. Так как деформации в направлениях, не совпадающих с направлениями армирования, могут достигать значительных величин (десятки процентов), то расчетная модель должна учитывать большие деформации, т. е. быть нелинейной. Расчетная схема, соответствующая характеру деформирования элементарной ячейки ткани для первого семейства нитей с углом армирования φ , представлена на рисунке 3.

Введем ряд обозначений применительно к рисунку 3: $AB = dl_0$ — длина элемента нити у ячейки ткани с углом армирования φ ; $A'B' = dl$ — длина элемента нити после деформирования с углом армирования φ^* ; $\epsilon_{\alpha\beta}$ — деформация сдвига в осях α, β (изменение прямого угла AOB в результате деформации, $\epsilon_{\alpha\beta} = \angle A'OB - \angle AOB$); ϵ_1 — деформация нити; $\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta$ — деформации координатных линий α, β :

$$\epsilon_1 = \frac{dl}{dl_0} - 1; \quad \epsilon_\alpha = \frac{OA'}{OA} - 1; \quad \epsilon_\beta = \frac{OB'}{OB} - 1.$$

Установим соотношения между введенными деформациями. Для этого из зависимостей между сторонами у прямоугольных треугольников OAB и $O'A'B'$ найдем

$$\cos\varphi^* = \frac{O'A'}{dl} = \frac{(1+\epsilon_\alpha)\cos\varphi \cdot \cos\epsilon_{\alpha\beta}}{1+\epsilon_1},$$

$$\sin\varphi^* = \frac{(1+\epsilon_\beta)\sin\varphi + (1+\epsilon_\beta)\cos\varphi \cdot \sin\epsilon_{\alpha\beta}}{1+\epsilon_1}.$$

Деформация $\epsilon_{\alpha\beta}$ соответствует деформации псевдоленты в окружном направлении и это происходит в момент утяжки кольцевыми нитями. Однако отсутствие сдвигающей деформации при такой намотке позволяет утверждать, что $\epsilon_{\alpha\beta} = 0$. Таким образом

$$\cos\varphi^* = \frac{(1+\epsilon_\alpha)\cos\varphi}{1+\epsilon_1}; \quad \sin\varphi^* = \frac{(1+\epsilon_\beta)\sin\varphi}{1+\epsilon_1}. \quad (2)$$

По определению очевидны соотношения

$$dl^* = dl(1+\epsilon_1), \quad ds^* = ds(1+\epsilon_\alpha). \quad (3)$$

Также для осесимметричной деформации должно быть

$$1 + \epsilon_\beta = \frac{r^*}{r}. \quad (4)$$

Отсюда, на основании (4) и (1) получим, что $dv^* = dv$. Это означает, что при таком нагружении псевдоленты отсутствует смещение нитей в узлах их переплетения. Кроме того, трансформация проис-

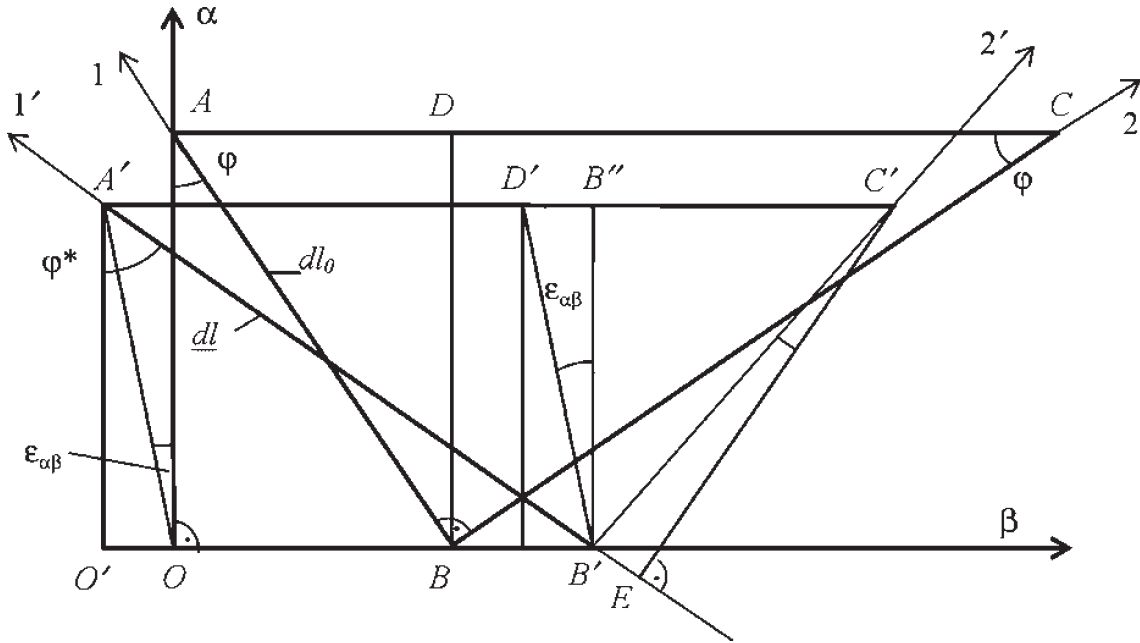


Рисунок 3 — Расчетная схема для установления соотношений между деформациями в ткани

ходит при малых нагрузках, в основном за счет изменения углов между нитями, и поэтому деформации в нитях весьма малы. На этом основании будем считать нити нерастяжимыми, т. е. $\epsilon_1 = 0$ ($dl^* = dl$). В таком случае, как следствие, из уравнений (2) с учетом (3) и (4) следуют соотношения

$$\frac{\sin\vartheta^*}{r^*} = \frac{\sin\vartheta}{r}; \quad \frac{\cos\vartheta^*}{\cos\vartheta} = 1 + \epsilon_\alpha = \frac{ds^*}{ds}. \quad (5)$$

Для нерастяжимой нити при осесимметричной деформации из (1) получим

$$\frac{dz}{dl} = \sin\vartheta \cdot \cos\varphi; \quad \frac{dr}{dl} = -\cos\vartheta \cdot \cos\varphi; \quad \frac{rdv}{dl} = \sin\varphi; \quad (6)$$

$$\frac{dz^*}{dl} = \sin\vartheta^* \cdot \cos\varphi^*; \quad \frac{dr^*}{dl} = -\cos\vartheta^* \cdot \cos\varphi^*; \quad \frac{r^* dv}{dl} = \sin\varphi^*.$$

В шести уравнениях (6) содержатся девять параметров $r, r^*, z, z^*, \vartheta, \vartheta^*, \varphi, \varphi^*, v$, являющихся в общем случае функциями аргумента l . Параметрическое описание формы образующей задействует два параметра r, z или r^*, z^* . Из физического смысла задачи можно задать исходную или конечную форму оболочки и дополнительно закон намотки на одной из них.

Рассмотрим трансформацию цилиндрической поверхности радиуса $r = R_0 = const$, выполненной геодезической намоткой с углом $\varphi = \varphi_0 = const$ в коническую (рисунок 1). На основании (5)

$$\sin\varphi^* = \frac{r^* \sin\varphi}{R_0}. \quad (7)$$

Для конической поверхности $\vartheta^* = \pi/2 - \alpha$. В этом случае уравнения трансформированной поверхности имеют вид

$$\frac{dz^*}{dl} = \cos\alpha \cdot \cos\varphi^*; \quad \frac{dr^*}{dl} = -\sin\alpha \cdot \cos\varphi^*. \quad (8)$$

На основании (7) получим

$$\cos\varphi^* = \sqrt{1 - \frac{(r^*)^2 \sin^2\varphi_0}{R_0^2}}.$$

В результате второе уравнение из (8) преобразуется к виду

$$dl \sin\alpha = - \frac{dr^*}{\sqrt{1 - \frac{(r^*)^2 \sin^2\varphi_0}{R_0^2}}}.$$

Интегрируя полученное равенство, найдем

$$l \sin\alpha + C = - \frac{R_0}{\sin\varphi_0} \arcsin\left(\frac{r^* \sin\varphi_0}{R_0}\right).$$

Константу интегрирования C найдем из условия $r^* = R_0$ при $l = 0$. Окончательно имеем

$$C = \frac{R_0}{\sin\varphi_0} \left(\varphi_0 - \arcsin\left(\frac{r^* \sin\varphi_0}{R_0}\right) \right). \quad (9)$$

Координату z^* , зная r^* , проще всего определить из уравнения конической поверхности

$$r^* = R_0 - z^* \operatorname{tg}\alpha, \quad (10)$$

которое получается интегрированием уравнения $\frac{dr^*}{dz^*} = -\operatorname{tg}\alpha$, являющимся следствием уравнений (8).

Определим исходную ширину псевдоленты H_0 , необходимую для трансформации в конус с известными радиусами R_0, R_1 и углом полураствора α . Для цилиндрической поверхности

$$\vartheta = \pi/2 \quad \text{и} \quad \frac{dz}{dl} = \cos\varphi_0. \quad (11)$$

Полагая при $l = 0, z = 0$ и интегрируя, найдем

$$z = l \cos\varphi_0$$

Так как длина нити неизменна, то на основании (9) и (11) получим

$$H_0 = \frac{R_0 \operatorname{ctg} \varphi_0}{\sin \alpha} \left(\varphi_0 - \arcsin \left(\frac{R_1 \sin \varphi_0}{R_0} \right) \right).$$

Изготовление шпангоутов, например, таврового сечения, производится в 2 этапа [3]. На первом этапе псевдолента трансформируется в элементы цилиндрической и конической поверхностей, образуя \surd -образную заготовку. Затем данная заготовка методом сдвижки (см. рисунок 1) деформируется в шпангоут. При этом элемент конической поверхности заготовки трансформируется в горизонтальную полку и вертикальную (кольцевую) стенку шпангоута. Получим расчетные формулы для рассмотренного процесса деформирования.

Прежде всего, отметим тот факт, что при наложении плоской сформированной вне оправки псевдоленты на цилиндрическую поверхность ширина псевдоленты и ее углы намотки не меняются. Обозначим параметры второй трансформации в полке шпангоута через r_1^* , z_1^* , φ_1^* . Для горизонтальной полки $\alpha = 0$. Тогда $r_1^* = \operatorname{const}$. Очевидно, что радиус r_1^* принимает 2 значения: R_0 для верхней полки и R_1 для нижней полки.

Получим уравнение для координаты z_1^* . Для этого из уравнений (5) можно записать

$$\frac{\sin \varphi^*}{r^*} = \frac{\sin \varphi_i^*}{R_i} = \frac{\sin \varphi_0}{R_0}, \quad i = 0, 1.$$

Таким образом $\varphi_1^* = \operatorname{const}$, и принимает на верхней горизонтальной полке ($R_i = R_0$) значение $\varphi_1^* = \varphi_0$ и значение $\varphi_1^* = \arcsin \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi_0$ на нижней горизонтальной полке ($R_i = R_1$). Тогда, аналогично (11), $z^* = l \cos \varphi_1^*$.

Рассмотрим вертикальную стенку $\alpha = \pi/2$. В

этом случае $z_1^* = \operatorname{const}$, а $\frac{dr_1^*}{dl} = \cos \varphi_1^*$.

Аналогично, из (5) следует

$$\frac{\sin \varphi^*}{r^*} = \frac{\sin \varphi_1^*}{r_1^*} = \frac{\sin \varphi_0}{R_0}.$$

Соответственно

$$\cos \varphi_1^* = \sqrt{1 - \frac{(r_1^*)^2 \sin^2 \varphi_0}{R_0^2}}.$$

В результате, аналогично решению (9), получим расход длины нити на вертикальную стенку в зависимости от значения радиуса r_1^*

$$l = \frac{R_0}{\sin \varphi_0} \left(\varphi_0 - \arcsin \left(\frac{r_1^* \sin \varphi_0}{R_0} \right) \right).$$

Рассмотрим решение числового примера по определению исходной ширины псевдоленты и угла а заготовки для изготовления шпангоута с параметрами

$$a = b; \quad R_0 = 10a; \quad R_1 = 8a; \quad \varphi_0 = 45^\circ.$$

Расчет начнем с определения расхода длины нити на формообразование полок шпангоута:

- верхняя полка, шириной a и радиуса R_0

$$l_1 = \frac{a}{\sin \varphi_0} = 1,414a;$$

- нижняя двойная полка, шириной b и радиуса R_1

$$l_2 = \frac{2a}{\sqrt{1 - \frac{R_1^2 \sin^2 \varphi_0}{R_0^2}}} = 2,425a;$$

- вертикальная двойная кольцевая стенка

$$l_3 = 2 \frac{R_0}{\sin \varphi_0} \left(\varphi_0 - \arcsin \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi_0 \right) = 5,208a.$$

В таком случае исходная ширина ленты $H_0 = (l_1 + l_2 + l_3) \cos \varphi_0 = 6,397a$.

Определим угол α . Длина нити, пошедшей на формообразование конической поверхности, равна $l = 0,5(l_3 + 0,5l_2) = 3,21a$. В таком случае

$$\sin \alpha = \frac{R_0 \left(\varphi_0 - \arcsin \frac{R_1}{R_0} \sin \varphi_0 \right)}{\sin \varphi_0 \cdot l} = 0,811, \quad \alpha = 54,2^\circ.$$

Определим уровень деформаций при трансформации. Нас будут интересовать кольцевые деформации ε_β и меридиональные ε_α . На основании (4) и (6) максимальная деформация сжатия и максимальная деформация растяжения равны

$$\varepsilon_\beta = \frac{R_1}{R_0} - 1 = -20\%;$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_0 \frac{R_1^2}{R_0^2}}}{\cos \varphi_0} - 1 = 16,6\%.$$

В процессе трансформации исходная геодезическая намотка переходит в негеодезическую. В случае трансформации сухой ленты это может привести к сползанию нитей. Единственным фактором, препятствующим сползанию, в данном случае является сила трения. Условие устойчивости нити определяется ограничением $|\operatorname{tg} \theta^*| \leq k$, где θ^* — угол геодезического отклонения, k — коэффициент трения. Как известно [4],

$$\operatorname{tg} \theta^* = \frac{\frac{d}{dz^*}(r^* \sin \varphi^*)}{\sin^2 \varphi^* + \frac{R_2^*}{R_1^*} \cos^2 \varphi^*},$$

где R_1^* , R_2^* — главные радиусы кривизны конечной оболочки.

Для конической поверхности отношение радиусов R_1^* и R_2^* равно нулю. С учетом (7) и (10) имеем

$$\frac{d}{dz^*}(r^* \sin \varphi^*) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi_0 \cdot r^*}{R_0}.$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \theta^* = -\frac{2\operatorname{tg} \alpha \cdot R_0}{r^* \cos \varphi_0}.$$

Максимальное значение $|\operatorname{tg} \theta^*|$ будет соответствовать минимальному радиусу $r^* = R_1$. Тогда окончательно

$$|\operatorname{tg} \theta_{\max}^*| = \frac{2\operatorname{tg} \alpha \cdot R_0}{\sin \varphi_0 \cdot R_1}.$$

Для рассмотренного выше примера при $\alpha = 54,2^\circ$, $|\operatorname{tg} \theta_{\max}^*| = 4,9$, что на порядок больше имеющихся данных по коэффициентам трения нитей. Поэтому процесс трансформации может и должен осуществляться на пропитанной ленте на стадии высокоэластичного состояния связующего, обеспечивающего большие деформации спиральной структуры и условия равновесия нитей.

Вывод. Представленный подход к возможности намотки шпангоутов таврового сечения являет-

ся обобщением и развитием предшествующих работ авторов в развитии технологии намотки с использованием косоугольно армированных тканей. Описана методика решения задачи по определению исходных размеров тканой заготовки.

Список литературы

1. Композиционные материалы: справ. / В.В. Васильев [и др.]; под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. — М.: Машиностроение, 1990. — 512 с.
2. Тканые конструкционные композиты / перевод с англ.; под ред. Т.-В. Чу и Ф. Ко. — М.: Мир, 1991. — 432 с.
3. Мерзляков, В.В. Конструктивно-технологические возможности изготовления кольцевых ребер жесткости методом намотки волокнистых композиционных материалов / В.В. Мерзляков // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. — 1988. — Вып. 2(78). — С. 34–36.
4. Миткевич, А.Б. Аналитическое представление линий постоянного отклонения от геодезических траекторий / А.Б. Миткевич // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. — 2006. — Вып. 1(142)–2(143). — С. 12–14.

Gorely K.A., Malyutin E.V.

The usage of properties of oblique-angled reinforced textiles during winding the frames

The technology of winding the T-shape frames with the use of oblique-angled reinforced textiles is presented. The problem of determining the source size of the workpiece textile is solved. The condition that prevents the threads sliding during winding is found.

Keywords: fabrics, mandrel, winding, deformation, thread, pseudo-band

Поступила в редакцию 20.07.2012.