



ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.85.052

Ю.Е. ГУРЕВИЧ

Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», Россия

А.Г. БАХАНОВИЧ, д-р техн. наук

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРУЖЕННОСТИ ПЕРЕДАЧ ГИБКОЙ СВЯЗЬЮ ИНТЕГРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Рассматривается физическая картина явлений при передаче окружного усилия в ременной передаче зацеплением либо фрикционной при отсутствии упругого скольжения. Предлагается модель взаимодействия ремня со шкивом, позволяющая учесть интегральным методом реализацию деформаций — сдвиговых и растяжения — в процессе передачи окружного усилия. Получены зависимости, определяющие изменение интенсивности действующей нагрузки на ремень по дуге обхвата шкива. Дается оценка нагрузочной способности передачи в зависимости от конструкции ремня, а также анализ распределения нагрузки по зубьям ремня в зубчато-ременной передаче в зависимости от точности изготовления ремня и рекомендации по ее выравниванию.

Ключевые слова: зубчато-ременная передача, нагруженность зубьев, гибкая связь, фрикционная ременная передача

Введение. Прогнозирование эксплуатационного ресурса и работоспособности передач гибкой связью возможно на основании достоверных данных о нагруженности эластомерного слоя гибкого тела (ремня), взаимодействующего со шкивом за счет зацепления либо сил трения.

Распределение нагрузки по дуге взаимодействия ремня со шкивом определяет нагруженность зубьев ремня в зубчато-ременной передаче и контактного слоя в ременной передаче фрикционного типа. В первом случае с учетом нагруженности уточняется работоспособность и долговечность передачи, во втором — предельное состояние при наступлении упругого скольжения и величина передаваемой нагрузки за счет сцепления ремня со шкивом.

Нагруженность гибкой связи в ременной передаче. Схематизация реальных деталей оказывается возможной, если их деформации разделить на общие и местные и рассматривать их изолированно друг от друга, что позволяет использовать относительно простые уравнения, связывающие перемещения точек модели с действующими на нее усилиями. При этом предварительная оценка эксплуатационной нагруженности передач гибкой связью с приемлемой для практики точностью может быть дана на основе анализа распределения

нагрузки в моделях, в которых детали связаны упругим слоем, что позволяет получить интегральные оценки местной напряженности.

Принимаем, что ремень с растяжимым тяговым элементом имеет упругий слой, способный воспринимать деформации сдвига вследствие его зацепления со шкивом (зубчато-ременная передача) либо действия сил трения со стороны шкива (фрикционная ременная передача). При этом упругий слой может быть представлен в виде радиально-направленных несвязанных друг с другом стержней, угол отклонения которых пропорционален тангенциальному усилию [1, 2].

В результате мы приходим к стержневым контактными задачам, т. е. задачам о взаимодействии стержней с конструктивными связями (дискретный контактный слой [3]), которые в нижеприведенной расчетной схеме могут быть заменены непрерывным контактным слоем, при условии, что он обеспечивает точкам контакта соответствующие перемещения.

В модели, приведенной на рисунке 1: детали 1 — ремень и 2 — шкив, связанные упругим слоем, испытывают деформации разного знака.

Условие совместности перемещений ремня и упругого слоя имеет вид [4]

$$v(s) = \delta(s) - \delta(0) + \Delta(s), \quad (1)$$

где $v(s)$ — осевое смещение точек ремня в сечении s ; $\delta(s)$ — то же для сопряженных точек упругого слоя в сечении s ; $\delta(0)$ — то же в сечении 0; $\Delta(s)$ — погрешность.

Данное условие показывает, что осевое смещение точек тягового элемента ремня компенсируется перемещением точек контактного слоя.

Под действием внешней нагрузки в конструктивном контактном слое возникают усилия q , уравновешивающие внешнюю силу F (отнесенные к единичной ширине ремня), т. е.

$$F = \int_0^{S_k} q(s) ds, \text{ Н/мм},$$

где $q(s)$ — интенсивность распределения усилия по дуге соединения (дуге обхвата ремнем шкива), Н/мм²; S_k — длина дуги соединения (обхвата ремнем шкива), S — текущая длина дуги соединения.

Смещение точек ремня в сечении s

$$v(s) = \frac{1}{EF} \int_0^s F(s) ds, \text{ мм},$$

где EF — жесткость тягового элемента (несущего слоя) ремня единичной ширины (отнесенная к единичной длине) при растяжении, Н/мм.

Смещение сопряженных точек упругого слоя в сечении s

$$\delta(s) = \frac{t_p}{EZ} \cdot q(s), \text{ мм},$$

где EZ — жесткость (при сдвиге) контактного слоя (зубьев ремня) единичной ширины, Н/мм²; t_p — шаг ремня.

Если принять отклонение шага постоянным по длине дуги S_k , то $\Delta(s) = S(\Delta t / t_p)$.

Уравнение (1) в итоге принимает вид

$$\frac{1}{EF} \int_0^s F(s) ds = \frac{t_p}{EZ} [q(s) - q(0)] + S \frac{\Delta t}{t_p}, \text{ мм.} \quad (2)$$

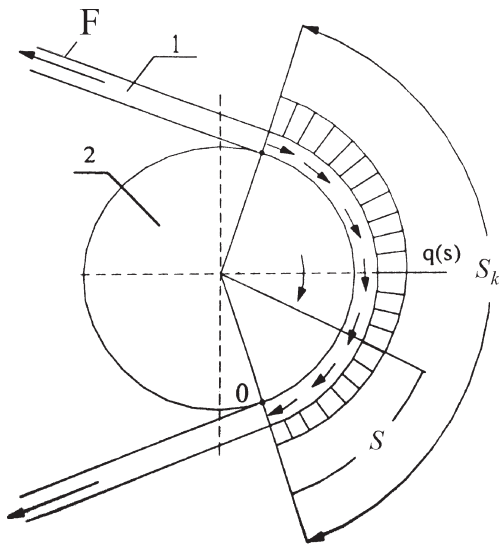


Рисунок 1 — Схема для расчета нагруженности гибкой связи: 1 — гибкая связь; 2 — шкив

Дифференцируя уравнение (2), получим

$$q'(s) = \frac{EZ}{EF} \eta \cdot F(s) - \gamma \eta \cdot EZ, \text{ Н/мм}^3, \quad (3)$$

где $\gamma = \Delta t / t_p$; $\eta = 1 / t_p$, мм⁻¹.

После повторного дифференцирования выражения (3) получим

$$q''(s) - \beta^2 \eta^2 q(s) = 0, \text{ Н/мм}^4, \quad (4)$$

где $\beta = \sqrt{\frac{EZ \cdot t_p}{EF}}$; EF / t_p — жесткость тягового элемента ремня единичной ширины на длине одного шага, Н/мм².

Решение уравнения (4) может быть представлено в форме

$$q(s) = A \operatorname{sh}(\beta \eta S) + B \operatorname{ch}(\beta \eta S), \text{ Н/мм}^2. \quad (5)$$

Произвольные постоянные A и B определяются из граничных условий, которые устанавливаются с учетом уравнения (3):

$$\text{при } S = 0; F(0) = 0; q'(0) = -\gamma \eta EZ; \quad (6)$$

$$\text{при } S = S_k; F(S_k) = F; q'(S_k) = \beta^2 \eta^2 F - \gamma \eta EZ. \quad (7)$$

Из уравнения (5) после дифференцирования получим

$$q'(s) = A \beta \eta \operatorname{ch}(\beta \eta S) + B \beta \eta \operatorname{sh}(\beta \eta S), \text{ Н/мм}^3,$$

откуда

$$\text{при } S = 0; q'(0) = A \beta \eta; \quad (8)$$

$$\text{при } S = S_k; q'(S_k) = A \beta \eta \operatorname{ch}(\beta \eta S_k) + B \beta \eta \operatorname{sh}(\beta \eta S_k), \quad (9)$$

где $\eta S_k = z_0$ — число зубьев ремня на дуге обхвата шкива.

Приравнявая соотношения (6) и (8), получим

$$A = -\frac{\gamma EZ}{\beta}, \text{ Н/мм}^2. \quad (10)$$

Приравнявая соотношения (7) и (9), с учетом (10) получим

$$B = \frac{F \beta \eta}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)} + \frac{\gamma EZ}{\beta} \frac{\operatorname{ch}(\beta \eta S_k) - 1}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)}, \text{ Н/мм}^2,$$

Принимая во внимание эти значения, из уравнения (5) найдем

$$q(s) = \frac{F \beta \eta}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)} \operatorname{ch}(\beta \eta S) - \frac{\gamma EZ}{\beta} \left[\operatorname{sh}(\beta \eta S) - \frac{\operatorname{ch}(\beta \eta S_k) - 1}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)} \operatorname{ch}(\beta \eta S) \right], \text{ Н/мм}^2, \quad (11)$$

откуда при $S = 0$

$$q(0) = \frac{F \beta \eta}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)} + \frac{\gamma EZ}{\beta} \frac{\operatorname{ch}(\beta \eta S_k) - 1}{\operatorname{sh}(\beta \eta S_k)}, \quad (12)$$

при $S = S_k$

$$q(S_k) = \frac{F\beta\eta}{th(\beta\eta S_k)} - \frac{\gamma EZ}{\beta} \left[sh(\beta\eta S_k) - \frac{ch(\beta\eta S_k) - 1}{th(\beta\eta S_k)} \right]. \quad (13)$$

Из формул (11)–(13) следует, что первые члены соответствуют действию внешней нагрузки, тогда как вторые отражают влияние разницы шагов шкива и ремня. Значение первых членов возрастает по мере увеличения S (при $S=0$: $ch(0) = 1$; при $S \neq 0$: $ch(s) > 1$). По отношению к зубчато-ременной передаче из последних формул вытекает, что увеличение шага шкива разгружает находящиеся в зацеплении зубья ремня со стороны ведущей ветви и «переносит» эту нагрузку на малонагруженные зубья ремня со стороны ведомой ветви. Это объясняется тем, что при работе передачи шаг ремня в результате его растяжения увеличивается и, следовательно, некоторое предварительное увеличение шага шкива будет благоприятным с точки зрения распределения нагрузки по дуге обхвата.

Относительная положительная разность шагов шкива и ремня может быть определена из условия $q(0) = q(S_k)$. Таким образом, приравнявая выражения (12) и (13), получим

$$\gamma = \frac{\Delta t}{t_p} = \frac{F}{EF} \frac{ch(\beta\eta S_k) - 1}{sh^2(\beta\eta S_k) - [ch(\beta\eta S_k) - 1]^2},$$

откуда следует, что каждой расчетной нагрузке F соответствует своя оптимальная разность шагов

$$\Delta t = F \frac{t_p}{EF} \frac{ch(\beta\eta S_k) - 1}{sh^2(\beta\eta S_k) - [ch(\beta\eta S_k) - 1]^2}, \text{ мм.} \quad (14)$$

Обсуждение результатов исследования. Рассмотрим зубчато-ременную передачу с модулем $m = 7$ мм; шаг зубьев $t_p = 21,99$ мм; разность шагов $\Delta t = 0$; коэффициенты жесткости: несущего слоя ремня $EF = 11\,000$ Н/мм; зубьев ремня $EZ = 5,5$ Н/мм²; ($EZ = G/0,24$, где $G = 1,35$ МПа при твердости резины 70...75 усл. ед.).

Значение коэффициента

$$\beta = \sqrt{\frac{EZ \cdot t_p}{EF}} = \sqrt{\frac{5,5 \cdot 21,99}{11000}} = 0,105.$$

Соответствующие графики распределения нагрузки по дуге обхвата ремнем шкива при $\eta S_k = z_0 = 10$ и при $\eta S_k = z_0 = 6$, найденные с учетом зависимости (11), приведены на рисунке 2.

Для передачи с фрикционной гибкой связью интенсивность распределения усилия по дуге обхвата ремнем шкива (при отсутствии скольжения) следует определять для единичного шага, т. е. из условия $t_p = 1$ мм.

Введем здесь коэффициент неравномерности (концентрации) нагрузки

$$\psi = q_{\max} / q_m,$$

где q_{\max} и q_m — соответственно максимальная и средняя нагрузки на зубья в зацеплении:

$$q_m = F / S_k = F\eta / z_0.$$

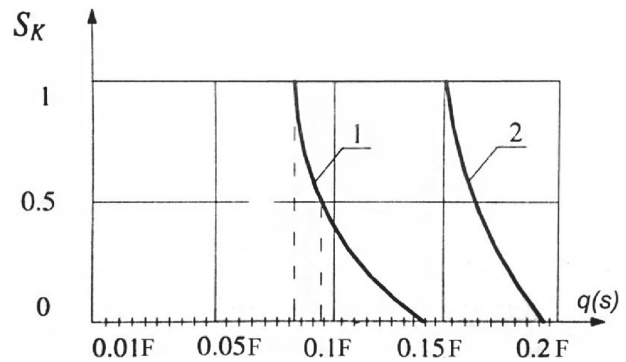


Рисунок 2 — График распределения нагрузки по дуге обхвата: 1 — $z_0 = 10$; 2 — $z_0 = 6$

Тогда с учетом зависимости (13) при $\gamma = 0$ получим

$$\psi = \frac{\beta\eta S_k}{th(\beta\eta S_k)}, \quad (15)$$

где $\eta S_k = z_0$.

Для данного примера при $\beta = 0,105$ приведены на рисунке 3 зависимости ψ от числа зубьев в зацеплении z_0 при равенстве шагов ремня и шкива.

При наличии разницы шагов шкива и ремня Δt зависимость (15) будет иметь вид

$$\psi = \frac{\beta\eta S_k}{th(\beta\eta S_k)} - \frac{\Delta\eta S_k EZ}{\beta F} \left[sh(\beta\eta S_k) - \frac{ch(\beta\eta S_k) - 1}{th(\beta\eta S_k)} \right]. \quad (16)$$

Рассмотрим неравномерность распределения нагрузки (в сторону увеличения) между зубьями ремня с параметрами: $m = 7$ мм; $t_p = 21,99$ мм; допустимая удельная окружная сила $F = F_t = 32$ Н/мм; $EZ = 5,5$ Н/мм²; $\beta = 0,105$; $\eta S_k = z_0 = 10$.

Графически зависимость ψ от Δt представлена на рисунке 4.

Различие в значениях коэффициента ψ при его вычислении с использованием моделей контактного слоя в виде дискретного и непрерывного для графиков на рисунках 3 и 4 составляет 4...5 %. При

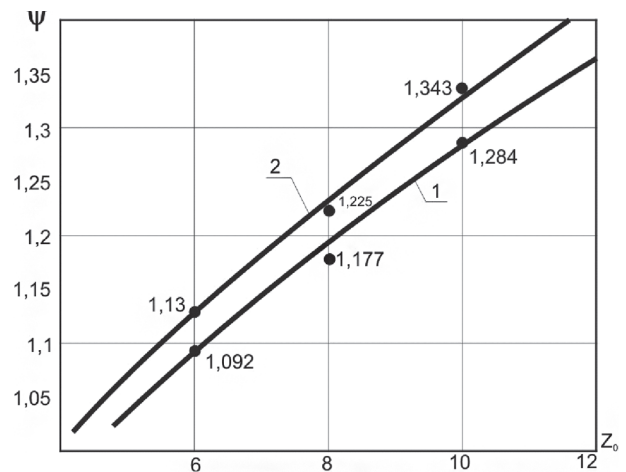


Рисунок 3 — Зависимость ψ от z_0 : 1 — дискретный слой; 2 — непрерывный слой

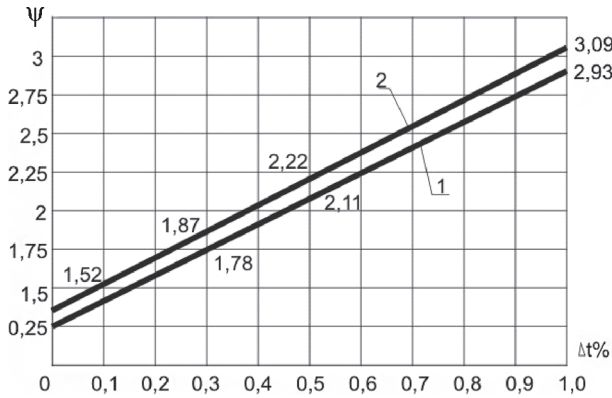


Рисунок 4 — Зависимость ψ от разности шагов Δt :
1 — дискретный слой; 2 — непрерывный слой

$EF = 11\,000$ Н/мм; $t_p = 21,99$ мм; $\beta = 0,105$; $\eta S_k = z_0 = 10$ и $F = F_t = 32$ Н/мм по формуле (14) разность шагов, необходимая для выравнивая нагрузки между зубьями, составляет

$$\Delta t = \pm 32 \cdot \left[\frac{21,99 \cdot \frac{ch(0,105 \cdot 10) - 1}{11000 \cdot sh^2(0,105 \cdot 10) - [ch(0,105 \cdot 10) - 1]^2}} \right] = \pm 0,032 \text{ мм} (0,15 \%)$$

Из выражения (16) можно определить разницу шагов шкива и ремня, соответствующую любому принятому значению коэффициента ψ .

Оптимизация параметров передачи для получения более равномерного распределения нагрузки — одна из основных задач конструктора.

При значении коэффициента $\psi = 1$ разность шагов шкива и ремня

$$\Delta t = 0,5 \frac{t_p}{EF} \cdot \frac{F_t}{B_p}$$

где F_t — окружная сила, Н; B_p — ширина ремня, мм.

С учетом данной модификации наружный диаметр шкива (диаметр вершин зубьев) определяется зависимостью

$$d_a = m z_{\text{шк}} - 2\delta + \Delta d,$$

где Δd — корректирующая поправка на наружный диаметр шкива в соответствии с требуемой разностью шагов шкива и ремня, $\Delta d = \Delta t \cdot z_{\text{шк}} / \pi$; $z_{\text{шк}}$ — число зубьев шкива; δ — расстояние от нейтральной

оси несущего слоя (корда) до межзубной впадины ремня, $\delta = 0,6$ мм — при $m < 4$ мм; $\delta = 0,8$ мм при $m = 4 \dots 10$ мм.

Используя выражение для Δt , получим [5]

$$\Delta d = 0,16 \frac{F_t}{B_p} \cdot \frac{t_p z_{\text{шк}}}{EF}.$$

Из данной зависимости следует, что эффект от вводимой модификации соответствует определенному уровню нагрузки.

Заключение. Рассмотренные примеры позволяют оценить требуемую точность к изготовлению зубчатых ремней. Для относительно надежной работы и достаточной долговечности зубчато-ременной передачи предельное значение коэффициента неравномерности распределения нагрузки между зубьями не должно превышать величины $\psi = 1,5 \dots 1,6$. Данные значения соответствуют погрешностям шагов до 0,2 % — при отсутствии поправки на шаг и до 0,3 % — при наличии поправки.

Для принятого ремня с модулем $m = 7$ мм при этом допустимые погрешности шагов составляют 0,05...0,07 мм, что соответствует 9–10-й степени точности изготовления зубчатых колес.

Для передач с фрикционной гибкой связью оценка интенсивности распределения нагрузки по дуге обхвата позволяет выявить условия ее работы без скольжения в зависимости от жесткостных характеристик тягового элемента и контактного слоя.

Список литературы

1. Белостоцкий, Б.Х. Передача окружного усилия растяжимой нитью / Б.Х. Белостоцкий, М.Ю. Очан // *Машиностроение*. — 1977. — № 1. — С. 46–50.
2. Firbank, T.C. Mechanics of the belt drive / T.C. Firbank // *Int. J. Mech. Sci.* — 1970. — № 12. — Pp. 1053–1063.
3. Некрасов, А.Я. Исследование механических устройств с многопарным силовым контактом / А.Я. Некрасов, М.О. Арбузов // *М.: Вестник МГТУ «СТАНКИН»*. — 2012. — № 2(20). — С. 20–24.
4. Гуревич, Ю.Е. Неравномерность распределения нагрузки в деталях машин с непрерывным и дискретным контактными слоями / Ю.Е. Гуревич // *Проблемы исследования и проектирования машин: сб. статей III Междунар. науч.-техн. конф.* — Пенза, 2007. — С. 82–91.
5. Баханович, А.Г. Передачи мощности гибкой связью: расчет, конструирование, технология производства / А.Г. Баханович, Ю.Е. Гуревич. — М.: Янус-К, 2013. — 370 с.

Gurevich J.E., Bakhanovich A.G.

Research of a loading of transmissions by flexible link by an integral method

The physical picture of the phenomena is considered by transfer of district effort to a belt drive by gearing or frictional at absence of elastic sliding. The model of interaction of a belt with a pulley is offered, allowing to consider an integrated method realization of deformations — shift and stretchings — during transfer of district effort. The dependences defining change of intensity of operating loading on a belt on an arch of a grasp of a pulley are received. The estimation of loading ability of transfer depending on a design of a belt, and also the analysis of distribution of loading on an arch of a grasp of a belt in a toothed-belt drive depending on accuracy of manufacturing of a belt and the recommendation on its alignment is given.

Keywords: tooth-belt drive, teeth' loading, flexible connection, frictional belt transmission

Поступила в редакцию 17.12.2013.