

УДК 539.3

С.С. МАЕВСКАЯ

Витебский государственный университет им. П.М. Машерова, Республика Беларусь

Г.И. МИХАСЕВ, д-р физ.-мат. наук

Белорусский государственный университет, г. Минск

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМЫ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКИЙ ЭЛАСТОМЕР

Рассматриваются свободные и вынужденные колебания трехслойной прямоугольной пластины, содержащей магнитореологический эластомер. Анализируется влияние внешнего стационарного магнитного поля на собственные частоты и декремент колебаний пластины. Исследуется амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний при различных уровнях приложенного постоянного магнитного поля.

Ключевые слова: трехслойная пластина, магнитореологический эластомер, собственные и вынужденные колебания, декремент колебаний, амплитудно-частотная характеристика

Введение. Тонкостенные слоистые оболочки и пластины нашли широкое применение в качестве составных элементов в автомобилях, подводных объектах, воздушных и космических транспортных средствах и во многих других инженерных сооружениях [1, 2]. Одной из важнейших задач при проектировании подобных конструкций, предназначенных работать в режиме силовых динамических воздействий, является задача об эффективном гашении возбуждаемых колебаний. Создание новых композиционных материалов с адаптивными вязкоупругими свойствами (так называемых «интеллектуальных» материалов) позволяет успешно решать данную задачу. К числу подобных материалов относятся электрореологические и магнитореологические композиты [3–6]. В частности, магнитореологические жидкости (МРЖ) и эластомеры (МРЭ), представляющие собой композицию вязкоупругой матрицы и мелких магниточувствительных частиц, обладают уникальными свойствами практически мгновенно реагировать на сигнал приложенного магнитного поля. Возможность управления вязкопластическими и вязкоупругими свойствами МРЖ и МРЭ в широком диапазоне позволяет использовать их в устройствах виброзащиты.

Большинство исследований по гашению вибраций многослойных тонкостенных конструкции были выполнены для случая, когда прослойкой «интеллектуального» материала являлась МРЖ [5–9]. Вместе с тем, эластомеры по сравнению с жидкостями имеют значительное преимущество — способность сохранять необходимую геометрическую форму при низком уровне магнитного поля.

Несмотря на достаточно большое число работ, посвященных исследованию физических свойств МРЭ (см., например, [4–6, 10]), имеется всего несколько статей, в которых выполнен динамический расчет адаптивных сэндвич балок, пластин и

оболочек, содержащих в качестве вязкоупругого наполнителя МРЭ [9, 11–13]. Объясняется это двумя причинами. Во-первых, подобные системы с адаптивными физическими свойствами достаточно сложны для математического моделирования — развитые за последнее десятилетие высокоточные двухмерные теории, в основу которых положен расчет каждого слоя с последующим их сопряжением (см. обзорные работы [14, 15]), носят скорее теоретический характер и не могут быть эффективно использованы для расчета слоистых адаптивных систем. Во-вторых, реакция композитной конструкции, содержащей МРЭ, существенно зависит от соотношения масштаба времени управляющего сигнала ко времени реакции МРЭ и динамических характеристик контролируемой тонкостенной конструкции [11, 16]. Так в работе [11] показано, что импульсный сигнал магнитного поля является «параметрическим ударом» для контролируемой тонкостенной конструкции и до выхода на режим гашения колебаний вызывает в ней высокочастотные колебания, с периодом, сравнимым со временем реакции МРЭ на приложенное магнитное поле.

В работе [13], по-видимому, впервые предложен подход для исследования колебаний сэндвич-оболочки, у которой слои собраны из упругого материала и вязкоупругого МРЭ. С использованием единых кинематических гипотез Тимошенко для всего пакета «сэндвича» авторами выведены уравнения движения цилиндрической оболочки с коэффициентами, зависящими от индукции неоднородного и нестационарного магнитного поля; полученные уравнения являются обобщением ранее выведенных в [17] уравнений для слоистой оболочки, у которых все слои изготовлены из упругого материала. Впоследствии в работе [18] с использованием полученных уравнений [13] исследовано влияние неоднородного магнитного поля

на формы собственных колебаний слоистой МРЭ-оболочки; в частности, показано, что если адаптивный слой изготовлен из поляризованного МРЭ, то магнитное поле может приводить к сильной локализации собственных форм вблизи образующей, где силовые линии магнитного поля ортогональны к направлению расположения магниточувствительных частиц в РМЭ.

Объектом исследования данной работы является трехслойная пластина, у которой внешние слои являются упругими и нечувствительными к действию магнитного поля, а внутренний слой изготовлен из МРЭ. Целью работы является исследование воздействия постоянного однородного магнитного поля на формы свободных и вынужденных колебаний трехслойного МРЭ-сэндвича.

Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольную трехслойную пластинку со сторонами a и b , у которой внешние слои не восприимчивы к магнитному полю, а внутренний слой представляет собой МРЭ. Каждый из слоев пластины характеризуется толщиной h_k , плотностью ρ_k , модулем Юнга E_k и коэффициентом Пуассона ν_k . Здесь индексы $k = 1, 3$ соответствуют внешним поверхностям «сэндвича», а $k = 2$ – внутреннему слою. Систему координат α_1, α_2, z свяжем со срединной плоскостью заполнителя (МРЭ). Направления координатных осей указаны на рисунке 1.

Принимаем, что для пластины справедливы гипотезы теории слоистых оболочек, сформулированные в работе [17] Э.И. Григолюком и Г.М. Куликовым. В частности, будем считать, что тангенциальные перемещения распределены по толщине пакета слоев согласно обобщенной кинематической гипотезе Тимошенко [17]. Заметим, что принимаемые здесь гипотезы для всего пакета отличаются от гипотез «ломаной» нормали, принятых в работах [19, 20] для трехслойных балок и пластин.

В рамках принятых в работе [17] гипотез из уравнений движения многослойной цилиндрической оболочки, были получены, как частный случай, уравнения поперечных колебаний прямоугольной пластины:

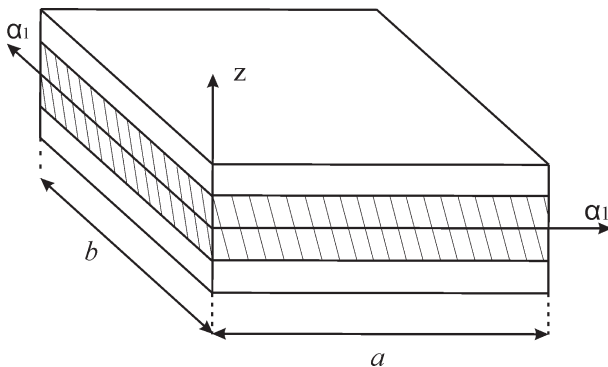


Рисунок 1 — Трехслойная пластина, содержащая магнитоэластичный эластомер

$$D \left(1 - \frac{\theta}{\beta} \frac{h^2}{\Delta} \right) \Delta \Delta \chi + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \Delta \right) \chi = f; \quad (1)$$

$$w = \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \Delta \right) \chi,$$

где Δ — оператор Лапласа; D — приведенная цилиндрическая жесткость всего пакета; $h = h_1 + h_2 + h_3$ — суммарная толщина пластины; ρ — приведенная плотность «сэндвича»; χ — функция перемещений; w — нормальный прогиб пластины; t — время; θ, β — параметры, зависящие от индукции магнитного поля и характеризующие приведенную жесткость пластины на сдвиг; f — интенсивность внешней нагрузки (в общем случае зависящей от координат α_1, α_2 и времени t). В нашем случае D, θ, β — комплексные параметры, зависящие от индукции B внешнего магнитного поля [13], определяемые по формулам [13, 17]:

$$D = \frac{E h^3 \eta_3}{12(1-\nu^2)}; \quad \theta = 1 - \frac{\eta_2}{\eta_1 \eta_3}; \quad \beta = \frac{12(1-\nu^2) q_{44}}{E \eta_1};$$

$$\rho = \sum_{k=1}^3 \rho_k \zeta_k; \quad E = \frac{1-\nu^2}{h} \sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1-\nu_k^2};$$

$$\nu = \sum_{k=1}^3 \nu_k \frac{E_k h_k \nu_k}{1-\nu_k^2} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1-\nu_k^2} \right)^{-1}; \quad h \zeta_k = h_k;$$

$$\eta_1 = \sum_{k=1}^3 \zeta_k^{-1} \pi_{1k} \gamma_k - 3c_{12}^2; \quad \eta_2 = \sum_{k=1}^3 \zeta_k^{-1} \pi_{2k} \gamma_k - 3c_{13} c_{12};$$

$$\eta_3 = 4 \sum_{k=1}^3 (\zeta_k^2 + 3\zeta_{k-1} \zeta_k) \gamma_k - 3c_{13}^2; \quad h \zeta_n = \delta_n;$$

$$\gamma_k = \frac{E_k h_k}{1-\nu_k^2} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1-\nu_k^2} \right)^{-1}; \quad c_{12} = \sum_{k=1}^3 \zeta_k^{-1} \pi_{3k} \gamma_k;$$

$$c_{13} = \sum_{k=1}^3 (\zeta_{k-1} + \zeta_k) \gamma_k;$$

$$q_{44} = \frac{\left[\sum_{k=1}^3 \left(\lambda_k - \frac{\lambda_{k0}^2}{\lambda_{kk}} \right) \right]^2}{\sum_{k=1}^3 \left(\lambda_k - \frac{\lambda_{k0}^2}{\lambda_{kk}} \right) G_k^{-1}} + \sum_{k=1}^3 \frac{\lambda_{k0}^2}{\lambda_{kk}} G_k;$$

$$G_k = \frac{E_k}{2(1+\nu_k)}; \quad \lambda_k = \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} f_0(z) dz;$$

$$\lambda_{kn} = \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} f_k(z) f_n(z) dz; \quad \frac{1}{12} h^3 \pi_{1k} = \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} g^2(z) dz;$$

$$g(z) = \int_0^z f_0(z) dz; \quad \frac{1}{12} h^3 \pi_{2k} = \int_{\delta_{k-1}}^{\delta_k} z g(z) dz;$$

$$f_0(z) = \frac{1}{h^2} (z - \delta_0)(\delta_N - z); \quad f_k(z) = \frac{1}{h_k^2} (z - \delta_{k-1})(\delta_k - z),$$

где z — поперечная координата (см. рисунок 1).

Отметим, что выписанные выше уравнения (1), основанные на единых кинематических гипотезах для всего пакета, справедливы и для случая произвольного числа слоев. Для перехода к многослойной пластине с N числом слоев необходимо во всех соотношениях верхний предел суммирования заменить на N . Применимость уравнений (1) для решения многих задач в теории упругих многослойных оболочек обсуждается в монографии [17]. А в работах [21, 22], с использованием аналитических и численных (МКЭ) методов, изучена их погрешность для исследования колебаний и устойчивости упругих многослойных цилиндрических оболочек.

В качестве граничных условий рассмотрим условия шарнирного опирания, которые в терминах функции перемещений имеют вид [17]:

$$\chi = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \alpha_1^2} = \frac{\partial^4 \chi}{\partial \alpha_1^4} \text{ при } \alpha_1 = 0, a;$$

$$\chi = \frac{\partial^2 \chi}{\partial \alpha_2^2} = \frac{\partial^4 \chi}{\partial \alpha_2^4} \text{ при } \alpha_2 = 0, b. \quad (2)$$

Свободные колебания. Для начала изучим свободные колебания «сэндвича», для которых в (1) положим $f = 0$. С учетом граничных условий (2) собственные формы колебаний задаются функцией:

$$\chi_{mn}(\alpha_1, \alpha_2, t) = e^{i\omega_{mn}t} \sin \frac{\pi m \alpha_1}{a} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b}, \quad (3)$$

$m, n = 1, 2, \dots, \infty,$

где ω_{mn} — искомая комплексная частота колебаний; m, n — число полуволн в направлениях α_1, α_2 , соответственно. Подстановка (3) в уравнения (1) приводит к простому соотношению для комплексной частоты колебаний:

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h a^4} \pi^4 (m^2 + \lambda^2 n^2)^2 \cdot \frac{1 + \theta K (m^2 + \lambda^2 n^2)}{1 + K (m^2 + \lambda^2 n^2)}}, \quad (4)$$

где $\lambda = \frac{a}{b}$; $K = \frac{\pi^2 h^2}{\beta a^2}$. Параметры D, θ, K зависят от индукции магнитного поля и являются комплексными величинами [13]. Их влияние на формы колебаний было детально исследовано в работе [18]. В частности показано, что на низкочастотные формы колебаний влияет в основном приведенная комплексная цилиндрическая жесткость D : увеличение магнитного поля приводит к увеличению как вещественной, так и мнимой части параметра D и, как следствие, к росту собственных частот и декремента колебаний, влияние же параметров θ, K на данные формы колебаний является очень слабым. Напротив, для высокочастотных колебаний комплексный параметр сдвига K является определяющим.

Вынужденные колебания. Пусть теперь на пластину действует внешняя неоднородная нагрузка интенсивности

$$f(\alpha_1, \alpha_2, t) = F^+(\alpha_1, \alpha_2) e^{i\Omega t} + F^-(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\Omega t}, \quad (5)$$

где Ω — частота вынужденных колебаний; $F^\pm(\alpha_1, \alpha_2)$ — комплексные функции координат α_1 и α_2 .

В данном случае решение уравнения (1) с граничными условиями (2) может быть построено в виде двойного ряда:

$$\chi(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi m \alpha_1}{a} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b} q_{mn}(t), \quad (6)$$

где $q_{mn}(t)$ — так называемые обобщенные координаты системы.

Подстановка (6) в уравнение (1) с последующим разложением функции (5) в ряд Фурье приводит к уравнению

$$\ddot{q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 q_{mn}(t) = \frac{4\Phi(t)}{\rho h [1 + K(m^2 + \lambda^2 n^2)] ab}, \quad (7)$$

где

$$\Phi(t) = \iint_{00}^{ab} f(\alpha_1, \alpha_2, t) \sin \frac{\pi m \alpha_1}{a} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b} d\alpha_1 d\alpha_2.$$

Частное решение уравнения (7) имеет вид:

$$q_{mn}(t) = \frac{1}{\rho h [1 + K(m^2 + \lambda^2 n^2)]} \frac{F_{mn}^+ e^{i\Omega t} + F_{mn}^- e^{-i\Omega t}}{\omega_{mn}^2 - \Omega^2}, \quad (8)$$

где $F_{mn}^\pm = \frac{4}{ab} \iint_{00}^{ab} F^\pm(\alpha_1, \alpha_2) \sin \frac{\pi m \alpha_1}{a} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b} d\alpha_1 d\alpha_2$ — обобщенные силы, соответствующие обобщенной координате $q_{mn}(t)$.

Общее решение уравнений (1), описывающее вынужденные колебания при силовом воздействии (5), имеет вид:

$$\chi(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{mn}^+ e^{i\omega_{mn}t} + C_{mn}^- e^{-i\omega_{mn}t} + \frac{1}{\rho h [1 + K(m^2 + \lambda^2 n^2)]} \cdot \frac{F_{mn}^+ e^{i\Omega t} + F_{mn}^- e^{-i\Omega t}}{\omega_{mn}^2 - \Omega^2} \right) \times \sin \frac{\pi m \alpha_1}{a} \sin \frac{\pi n \alpha_2}{b}, \quad (9)$$

где C_{mn}^\pm — произвольные комплексные числа, которые находятся из начальных условий.

Примеры. В качестве примера рассмотрим трехслойную пластину с параметрами $h_1 = h_3 = 0,0005$ м; $h_2 = 0,01$ м; $a = b = 1$ м; $\nu_1 = \nu_3 = 0,4$; $\nu_2 = 0,42$; $E_1 = E_3 = 1,5 \cdot 10^9$ Па; $\rho_1 = \rho_3 = 1,4 \cdot 10^3$ кг/м³ в случае, когда внутренний слой изготовлен из МРЭ плотностью $\rho_2 = 2,65 \cdot 10^3$ кг/м³. Для определения E_2 и G_2 были использованы результаты экспериментально установленных зависимостей этих параметров от индукции магнитного поля [11]. Зависимость G_2 для МРЭ от индукции магнитного B поля представлена на рисунке 2.

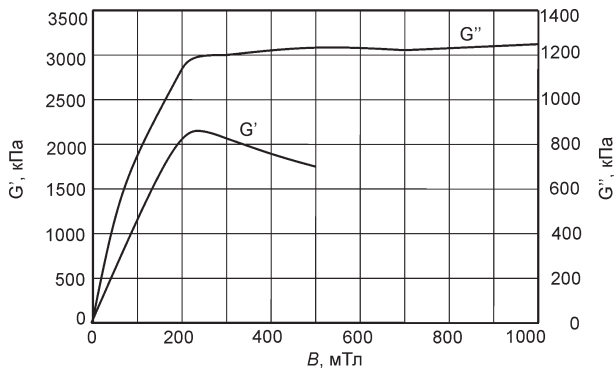


Рисунок 2 — Зависимость действительной (G') и мнимой (G'') частей модуля сдвига G_2 для МРЭ от индукции магнитного поля B

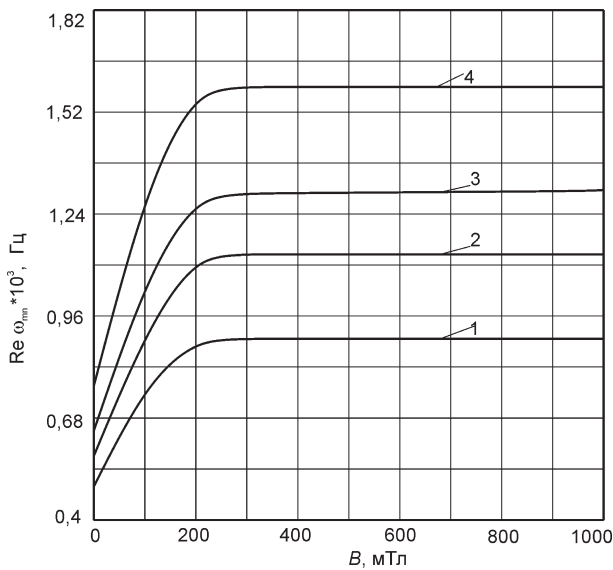


Рисунок 3 — Собственные частоты $\text{Re } \omega_{mn}$ для $m = 10, n = 1$ (кривая 1), 5 (кривая 2), 7 (кривая 3), 10 (кривая 4) числа полувольт в направлениях α_1, α_2 соответственно

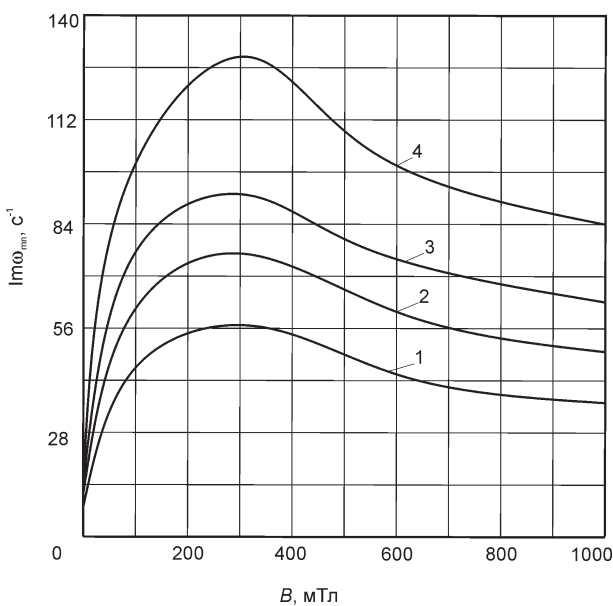


Рисунок 4 — Декремент $\text{Im } \omega_{mn}$ для $m = 10, n = 1$ (кривая 1), 5 (кривая 2), 7 (кривая 3), 10 (кривая 4) числа полувольт в направлениях α_1, α_2 соответственно

На рисунках 3 и 4 показаны зависимости собственной частоты и декремента колебаний, соответствующих различным модам (с числом волн $m = 10, n = 1, 5, 7, 10$) от интенсивности магнитного поля.

Из рисунка 3 видно, что увеличение индукции магнитного поля от 0 до 250 мТл приводит к увеличению приведенной жесткости всей системы и, как следствие, к заметному росту собственных частот колебаний. Дальнейшее же увеличение интенсивности приложенного магнитного поля не оказывает заметного влияния на спектр собственных частот.

Зависимость декремента колебаний $\text{Im } \omega_{mn}$ от индукции магнитного поля является более сложной: сначала в интервале 0 до $B = 300$ мТл параметр $\text{Im } \omega_{mn}$ возрастает, а затем убывает, что объясняется уменьшением тангенса угла потерь рассматриваемого МРЭ, вызванного его «насыщением» [11].

Для оценки эффективности гашения вынужденных колебаний рассмотрим амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы при действии внешней периодической силы:

$$A = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\rho h [1 + K(m^2 + \lambda^2 n^2)]} \frac{(F_{mn}^{(+)} - F_{mn}^{(-)})}{\omega_{mn}^2 - \Omega^2} \quad (10)$$

Параметр A является комплексным, ибо зависит от комплексных частоты ω_{mn} и функций $F_{mn}^{(\pm)}(\alpha_1, \alpha_2)$. Для анализа АЧХ бесконечные ряды (10) заменим на конечные с числом слагаемых M и N для целочисленных индексов m и n , соответственно.

Пусть внешняя периодическая сила (5) задается соотношением

$$F(\alpha_1, \alpha_2) = -(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \sin \Omega t. \quad (11)$$

Рисунок 5 демонстрирует скорость сходимости действительной части соответствующего усеченного ряда для (10) при увеличении параметров M и N . Можно видеть, что уже при $M = N = 10$ число слагаемых соотношение (10) дает удовлетворитель-

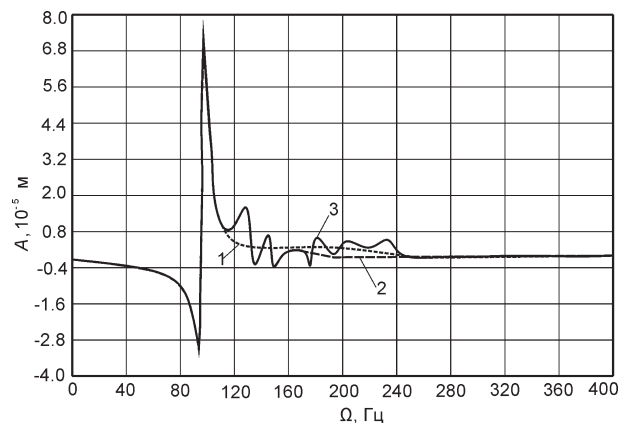


Рисунок 5 — Амплитудно-частотная характеристика для разного числа слагаемых $M = N = 2$ (кривая 1); $M = N = 3$ (кривая 2); $M = N = 10$ (кривая 3)

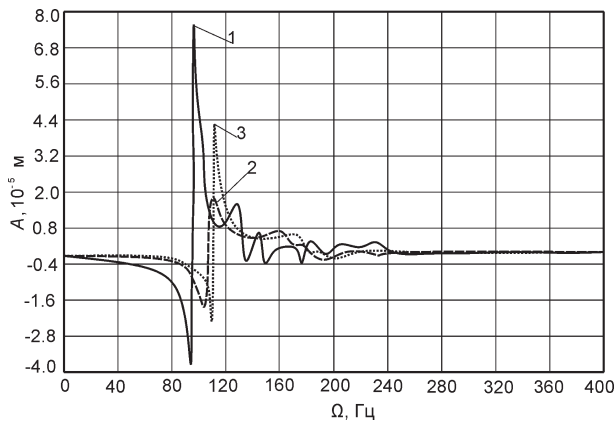


Рисунок 6 — Амплитудно-частотная характеристика при уровнях магнитного поля $B = 0$ мТл (кривая 1), $B = 100$ мТл (кривая 2), $B = 300$ мТл (кривая 3) при $M = N = 10$

ный результат, если частота внешней периодической силы не превышает ≈ 180 Гц.

Рисунок 6 демонстрирует влияние магнитного поля на АЧХ системы при действии внешней периодической силы (11). Как видно, изменение индукции магнитного поля позволяет регулировать возможными режимами резонансных колебаний путем смещения АЧХ вправо и уменьшением амплитуды колебаний. При этом следует отметить, что высокая эффективность демпфирования колебаний не может быть достигнута путем неограниченного увеличения интенсивности магнитного поля. В частности, для рассматриваемых параметров задачи, наилучшее «сжатие» вибраций имеет место не при $B = 300$ мТл, а при $B = 100$ мТл. Аналогичный результат, подтверждающий нелинейную зависимость эффективности демпфирования колебаний от индукции магнитного поля, был получен в работе [18] при исследовании влияния магнитного поля на формы собственных колебаний многослойной композитной цилиндрической оболочки, содержащей МРЭ-слои.

Заключение. С использованием уравнений теории слоистых композитных оболочек, основанных на единых кинематических гипотезах Тимошенко для всего пакета, исследованы свободные и вынужденные колебания трехслойных прямоугольных пластин, содержащих в качестве межслойного заполнителя МРЭ.

Анализ зависимостей собственных форм колебаний, а также АЧХ при вынужденных периодических колебаниях от интенсивности магнитного поля позволяет сделать следующие выводы:

- для пластины наиболее чувствительными к приложенному магнитному полю являются высшие моды с образованием большого числа волн хотя бы в одном направлении;
- для рассматриваемых геометрических параметров пластины собственные частоты и соответствующие декременты колебаний являются монотонно возрастающими функциями индукции

магнитного поля B лишь на промежутке от 0 до 250 мТл, при дальнейшем же увеличении интенсивности магнитного поля наблюдается «насыщение» МРЭ, приводящее к стабилизации общей жесткости системы (выражающейся в слабой зависимости собственных частот от индукции B) и к заметному ослаблению эффекта демпфирования колебаний;

- изменение индукции магнитного поля позволяет регулировать возможными режимами резонансных колебаний путем смещения кривых АЧХ вправо и заметным уменьшением амплитуды колебаний;

- зависимость АЧХ вынужденных колебаний от величины приложенного магнитного поля носит ярко выраженный нелинейный характер, в частности, выявлено, что для рассмотренных геометрических размеров сэндвича наилучшее «сжатие» вибраций имеет место не при $B = 300$ мТл, а при $B = 100$ мТл.

Проведенный в работе количественный и качественный анализ влияния магнитного поля на формы колебаний магнитоупругой пластины указывает на возможность использования МРЭ как адаптивных материалов при проектировании «интеллектуальных» элементов типа «сэндвич», а также для решения актуальной задачи гашения вибраций тонкостенных конструкций.

Список литературы

1. Analysis of free damped vibrations of laminated composite conical shells. / A. Korjakin [et al.] // Composite Structures. — 1998. — № 41. — Pp. 39–47.
2. Qatu, M.S. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells / M.S. Qatu // Composite Structures. — 2010. — № 93(1). — Pp. 14–31.
3. Jolly, M.R. Properties and applications of commercial magnetorheological fluids / M.R. Jolly, J.W. Bender, D.J. Carlson // J. Intell. Mater. Syst. Struct. — 1999. — № 10. — Pp. 5–13.
4. Ginder, G.M. Rheology controlled by magnetic fields / G.M. Ginder // Encyclopedia of Applied Physics. — 1996. — Vol. 16. — Pp. 487–503.
5. Yalcintas, M. Magnetoreological and electrorheological materials in adaptive structures and their performance comparison / M. Yalcintas, H. Dai // J. Smart Mater. Struct. — 1999. — № 8. — Pp. 560–573.
6. Rheological properties of magnetoelectrorheological fluids with complex disperse phase / E.V. Korobko [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2009. — № 149. — Pp. 12–65.
7. Park, D.W. Shape control of an electrorheological fluid based smart plate / D.W. Park, S.B. Choi, S.B. Jung // Proc. SPIE. 3329. — 1998. — Pp. 824–835.
8. Shaw, J. Hybrid control of cantilevered ER sandwich beam for vibration suppression. / J. Shaw // J. Intell. Mater. Syst. Struct. — 2000. — № 11. — Pp. 26–31.
9. Yeh, J.-Y. Vibration and damping analysis of orthotropic cylindrical shells with electrorheological core layer / J.-Y. Yeh // Aerospace Science and Technology. — 2011. — Vol. 15. — Pp. 293–303.
10. White, J.L. Polyolefins: Processing, Structure, Development, and Properties / J.L. White D.D. Choi. — Munich: Carl Hanser Verlag, 2005.
11. On damping vibrations of three-layered beam containing magnetorheological elastomer / E.V. Korobko [et al.] // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. — 2012. — Vol. 23(9). — Pp. 1019–1023.
12. Yeh, J.-Y. Vibration analysis of sandwich rectangular plates with magnetorheological elastomer damping treatment. Smart Mater

- Struct. — 2013. — Vol. 22. — P. 035010. — Mode of access: <http://dx.doi.org/10.1088/0964-1726/22/3/035010>.
13. Mikhasev, G.I. Theory of Thin Adaptive Laminated Shells Based on Magnetorheological Materials and its Application in Problems on Vibration Suppression. / G.I. Mikhasev, M.G. Botogova, E.V. Korobko // Shell like Structures / Advanced Structured Materials; Eds. H. Altenbach and V. Eremeyev. — Springer, 2011. — Vol. 15, Chapter 48. — Pp. 727–750.
 14. Qatu, M.S. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000–2010 / M.S. Qatu, R.W. Sullivan, W. Wang // Composite Structures. — 2010. — Vol. 93. — Pp. 14–31.
 15. Analysis of laminated doublycurved shells by a layerwise theory and radial basis functions collocation, accounting for through-the-thickness deformations / A.J.M Ferreira [et al.] // Comput. Mech. — 2011. — Vol. 48(1). — Pp. 13–25.
 16. Choi, Y.T. Assessment of time response characteristics of electrorheological and magnetorheological dampers / Y.T. Choi, N.M. Wereley // Proc. SPIE. 4331 — 2001. — Pp. 92–102.
 17. Григолюк, Э.И. Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин / Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов. — М.: Машиностроение, 1988. — 288 с.
 18. Mikhasev, G.I. On the influence of the magnetic field on the eigenmodes of thin laminated cylindrical shells containing magnetorheological elastomer / G.I. Mikhasev, H. Altenbach, E.A. Korchevskaya // Composite Structures. — 2014. — Vol. 113. — Pp. 186–196.
 19. Старовойтов, Э.И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Э.И. Старовойтов. — Гомель: БелГУТ, 2002. — 434 с.
 20. Горшков, А.Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А.Г. Горшков, Э.И. Старовойтов, А.В. Яровая. — М: Физматлит, 2005. — 576 с.
 21. Mikhasev, G. Comparison of analytical and numerical methods for the analysis of vibration of composite shell structures / G. Mikhasev, F. Seeger, U. Gabbert // Entwicklungsmethoden Und Entwicklungsprozesse Im Maschinenbau: 5 Magdeburger Maschinenbau-Tage; edited by R. Kasper. — Berlin: Logos-Verl., 2001. — Pp. 175–183.
 22. Mikhasev, G. Local buckling of composite laminated cylindrical shells with oblique edges under external pressure: Asymptotic and finite element simulation / G. Mikhasev, F. Seeger, U. Gabbert // Technische Mechanik. — 2001. — Band 21, Heft 1. — Pp. 1–12.

Maevskaya S.S., Mikhasev G.I.

On the influence of magnetic field on the forms of free and forced vibrations of a three-layer plate containing magnetorheological elastomer

Free and forced vibrations of a three-layered rectangular plate containing a magnetorheological elastomer is considered. The influence of the external stationary magnetic field on the natural frequencies and decrement of the plate is analyzed. The amplitude-frequency characteristic of the external forced vibrations under different levels of the applied magnetic field is studied.

Keywords: *three-layer plate, magnetorheological elastomer, free and forced vibrations, decrement of vibrations, amplitude-frequency characteristic*

Поступила в редакцию 18.05.2014.