



КОМПЬЮТЕРНАЯ МЕХАНИКА

УДК 539.3: 621.897

А.В. ХОТЬКО

начальник отдела расчетных исследований механики шин управления проектирования и конструирования шин инженерно-технического центра

E-mail: hotkoav2017@gmail.com

ОАО «Белшина», г. Бобруйск, Республика Беларусь

Поступила в редакцию 01.11.2023.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАГРУЗОЧНЫХ И ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ШИН МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрены методы расчета нагрузочных и жесткостных характеристик пневматических шин радиальной и диагональной конструкции, а также моделирования плоского и криволинейного движения автомобильного колеса с пневматическими шинами. Расчетные значения нагрузочной характеристики и радиальной жесткости легковой шины 235/55R17 и грузовой цельнометаллокордной (ЦМК) шины 46/90R57, полученные при конечно-элементном моделировании в программном комплексе MSC.Marc, сопоставлены с результатами расчета по модели Бидермана. В квазистатической постановке анализируется процесс качения колеса с легковой шиной 235/55R17 при плоском движении со скоростью 90 км/ч и частотой вращения 10,1–13,5 Гц. Определены следующие нагрузочные и жесткостные характеристики шины, влияющие на плавность хода, устойчивость и управляемость колеса: зависимость радиуса качения от крутящего момента, окружная жесткость, зависимость сцепления с дорожным покрытием от величины скольжения, коэффициент сопротивления уводу, зависимости боковой силы и стабилизирующего момента от угла бокового увода.

Ключевые слова: автомобильное колесо, пневматическая шина, статические нагрузочные характеристики, показатели жесткости, стационарное качение, пятно контакта, метод конечных элементов

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-4-65-85-96>

Введение. Автомобильное колесо эксплуатируется в сложных условиях. Система сил и вращающих моментов, действующих на колесо, определяется многими факторами: передачей энергии от двигателя через трансмиссию к колесу, условиями внешней среды и управляемыми действиями водителя. Кроме того, в зависимости от соотношения упругих характеристик опорной поверхности (дорожного покрытия) и пневматической шины, смонтированной на ободе и нагруженной внутренним давлением, выделяют 3 варианта контактного взаимодействия:

- эластичное колесо — жесткая поверхность;
- жесткое колесо — деформируемая поверхность;

- эластичное колесо — деформируемая поверхность.

В статье рассматривается первый вариант взаимодействия, типичный для эксплуатации автомобильного транспорта; рассмотрение второго и третьего вариантов предполагает учет упругих свойств дорожного покрытия.

Управляющее воздействие механизмов автомобиля на колесо можно свести к главным векторам сил F и момента M . Сила F приложена к центру колеса. Воздействие опорной поверхности дороги на колесо характеризуется векторами реакции сил R и моментом M_r . Сила R приложена к некоторой точке опорной поверхности. На рисунке 1 приведены

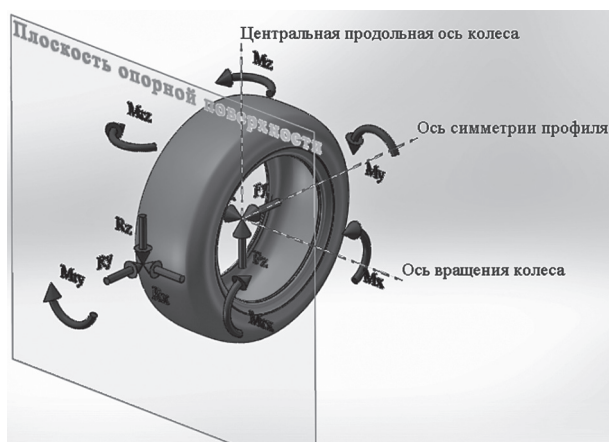


Рисунок 1 — Воздействие механизмов автомобиля и дорожного покрытия на колесо

Figure 1 — Impact of car mechanisms and road surface on the wheel

составляющие векторов сил и момента в проекции на центральную продольную ось, ось симметрии и ось вращения колеса. Величины проекций сил и моментов определяют режим качения колеса и должны учитываться в расчете параметров качения колеса.

В элементах конструкции (каркасе, брекере, бортовых лентах и кольцах) пневматической шины используются эластомерные композиты. Каркас и брекер состоят из слоев обрешиненного корда, нити которого в смежных слоях скрещиваются под определенным углом и расположены с определенной плотностью. Поэтому для моделирования жесткостных свойств резинокордной системы каркаса и брекера необходимо применять модель материала, учитывающую изменение ее жесткости от радиальной координаты. На данный момент существуют два конечно-элементных программных продукта MSC.Marc и Abacus, в составе которых имеется материал, позволяющий на базе упругих и конструктивных свойств материалов резинокордной системы удовлетворительно описывать ее жесткостные характеристики. Также в составе этих программных продуктов имеется линейка задач, которая дает возможность моделировать режимы плоского и криволинейного движения колеса.

Моделирование стационарного качения колеса в конечно-элементном пакете MSC.Marc. Задача о качении колеса в установившемся режиме решается в смешанной эйлерово-лагранжевой формулировке с учетом инерции при вращении и повороте деформируемых тел. В неподвижной системе отсчета, соединенной с осью колеса, анализ становится пространственно зависимым. Он представляет собой лучшую альтернативу трудоемким вычислениям параметров переходных процессов. Кроме того, в данном случае более мелкая сетка конечных элементов используется только в зоне контакта, а не на всей поверхности качения.

Анализ стационарного режима с помощью MSC.Marc учитывает эффекты трения качения и инерции, возникающие при вращении и повороте

колеса. Катящееся деформируемое тело может контактировать со множеством плоских или неплоских жестких поверхностей. Типичным примером является модель шины, контактирующей с жестким ободом и жестким дорожным покрытием (рисунок 2).

На рисунке 3 изображены окна программы MSC.Marc при анализе качения колеса в установившемся режиме (SteadyStateRolling) с возможностью контроля частоты вращения, силы трения в контакте шина/дорожное покрытие и крутящего момента.

При выборе любого из перечисленных выше параметров можно решать задачи плоского и криволинейного движения колеса в ведущем, свободном, нейтральном, ведомом и тормозном режимах. Переносная скорость движения колеса (GroundVelocity) задается в проекциях на оси координат X, Y, Z . Частота вращения колеса задается в окне SpinningVelocity, частота поворота колеса — в CorneringVelocity. В окне SpinningBody выбирается деформируемое контактное тело (пневматическая шина), в GroundBody — абсолютно жесткое контактное тело (дорожное покрытие). При задании условий трения (GradualFriction) для данного вида нагружения (LoadCase) в соответствующей итерационной процедуре коэффициент трения в контакте шина/дорожное покрытие увеличивается с постоянным шагом от 0 до заданного значения. В окне FrictionForce задается сила трения между контактирующими телами шина/дорога. В окне Torque задается значение крутящего момента, действующего на колесо. Задача решается в квазистатической постановке. В правой части системы уравнений учитываются силы инерции.

Этапы подготовки конечно-элементной модели пневматической шины для прогнозирования ее статических нагрузочных и жесткостных характеристик. Зависимость радиального прогиба шины от величины нагрузки называется характеристикой шины. Начальным этапом расчета статических нагрузочных и жесткостных харак-

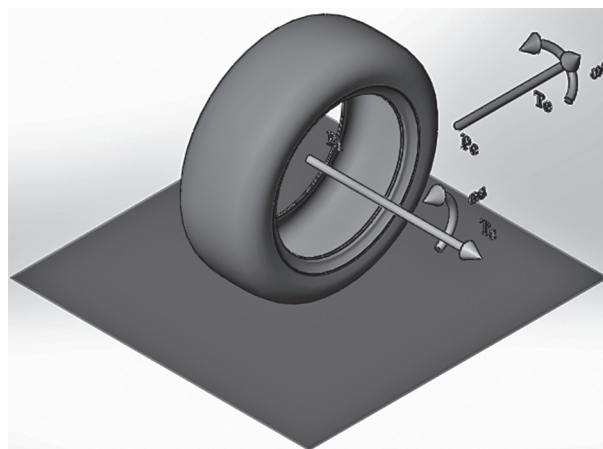


Рисунок 2 — Задание осей, частоты вращения и угла поворота шины в режиме установившегося качения шины в программном комплексе MSC.Marc

Figure 2 — Setting of axes, rotation speed and tire rotation angle in steady tire rolling mode in the MSC.Marc software package

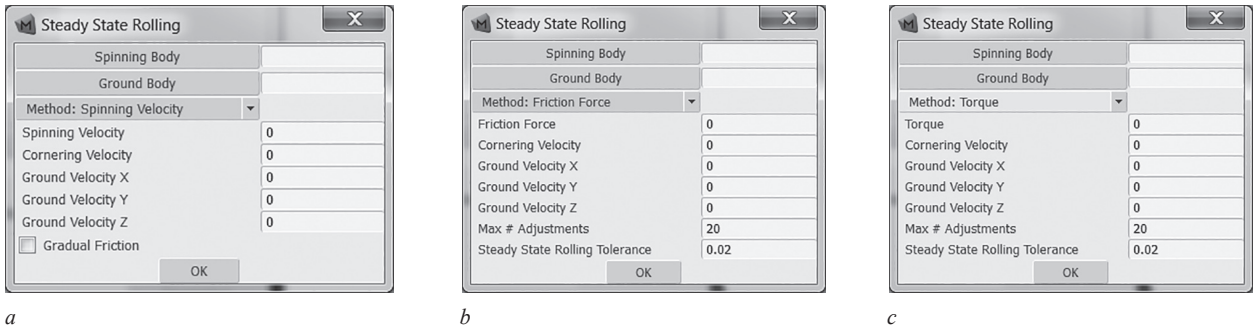


Рисунок 3 — Контролируемые параметры качения колеса в установившемся режиме: *a* — угловая частота вращения; *b* — сила трения при контактном взаимодействии шины с дорожным покрытием; *c* — крутящий момент
 Figure 3 — Controlled parameters of wheel rolling in steady mode: *a* — angular speed; *b* — friction force at contact interaction of tire with road surface; *c* — torque

теристик шины является моделирование ее посадки на обод. Так как шина является телом вращения и обладает осевой симметрией, рассматриваемую задачу можно решать в осесимметричной постановке. На рисунке 4 изображена геометрическая модель, описывающая профиль шины и распределение шинных материалов в конфигурации пресс-формы.

Разработка варианта профиля шины с распределением материалов в радиальном сечении с учетом технологического процесса описана в работах [1, 2, 7, 10, 12, 13]. При подготовке геометрической модели для проведения расчетных исследований в MSC.Marc необходимо учесть условие, определяющее положение оси вращения радиального сечения шины, а именно ее совпадение с осью OX глобальной системы координат MSC.Marc. Тогда ось OY будет совпадать с осью симметрии профиля шины, а ось OZ — с центральной продольной осью колеса (см. рисунок 1).

При описании установившегося режима качения колеса ось угловой скорости вращения колеса будет совпадать с осью OX , а ось угловой скорости поворота колеса — с осью OY (центр колеса должен находиться в точке пересечения этих осей, как показано на рисунке 2). В программе MSC.Marc направляющие вектора оси вращения и поворота по умолчанию совпадают с направлением осей OX , OY , а точка пересечения осей имеет координаты

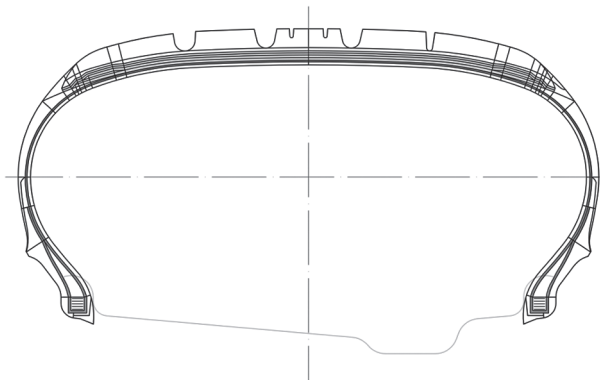


Рисунок 4 — Геометрическая модель профиля шины 235/55R17 с распределением материалов в конфигурации пресс-формы
 Figure 4 — Geometric model of 235/55R17 tire profile with material distribution in a mold configuration

$x = 0, y = 0, z = 0$ в глобальной системе координат. Направление осей вращения и поворота в MSC.Marc можно изменять. В этом случае требуется коррекция конечно-элементной модели колеса (при этом центр колеса должен находиться на оси вращения).

С учетом сделанных выше замечаний радиальное сечение шины должно быть расположено в плоскости XOY , а центр колеса — в точке с координатами $x = 0, y = 0, z = 0$.

Вначале решаем задачу посадки шины на обод и ее нагружения внутренним давлением. Эта задача решается в три или четыре этапа (LoadCase). На первом этапе силами, приложенными в бортовой зоне, осуществляем посадку борта шины с натягом на обод. На втором этапе прикладываем внутреннее давление, увеличенное на 20 % по отношению к рабочему, при этом коэффициент трения между шиной и ободом принимаем равным нулю. На третьем этапе снижаем давление до рабочего, коэффициент трения принимаем равным 0,6. На четвертом этапе снижаем давление до величины 25 кПа для легковых и для 50 кПа грузовых шин при неизменном коэффициенте трения. Четвертый этап нужен для учета рисунка протектора при прогнозировании нагрузочных характеристик шины. В этом случае профиль шины обнижают до границы между бреккером и каркасом.

Сохраняя осесимметричную конечно-элементную модель колеса под новым именем, при помощи опции AxiTo3D на базе двухмерной сетки получаем трехмерную сетку. В качестве исходного напряженно-деформированного состояния указываем третий или четвертый этап решения осесимметричной задачи. Производим коррекцию граничных условий, параметров контактирующих тел и реализуем этапы нагружения колеса в трехмерной постановке.

Для получения радиальной нагрузочной характеристики достаточно одного этапа. Для передачи нормальной нагрузки на колесо используем жесткое контактное тело «дорога», выбрав для него контроль по нагрузке и указав контрольный узел. При оценке нагрузочной характеристики достаточно 20 шагов по нагрузке.

Прогнозирование нагрузочных и жесткостных характеристик (продольных, боковых, угловых,

крутильных и опрокидывающих) предусматривает двухэтапное решение. На первом этапе решается задача о сжатии колеса дорожным покрытием нагрузкой, равной ее максимальному значению. На втором этапе к колесу через контрольный узел контактного тела «дорога» прикладываются боковая или продольная нагрузки, составляющие 20 % от максимальных, либо задается угловое перемещение 5° контактного тела «обод» относительно оси симметрии профиля, оси вращения или центральной продольной оси шины. Для расчета нагрузочной характеристики на втором этапе решения задачи достаточно 20 итераций.

На рисунке 5 изображена осесимметричная конечно-элементная модель шины 235/55R17.

Конечные элементы, соответствующие резиновой матрице композиционных материалов шины, должны быть четырехузловыми (Quad) элементами правильной геометрической формы, причем в области брекера и обода конечно-элементная сетка должна быть мелкой, а в более протяженных зонах (например, вблизи центра беговой дорожки) можно использовать более грубую сетку. Желательно соблюдать правило, по которому отношение толщины к длине конечного элемента не должно быть меньше 1:10, а отношение длин соседних конечных элементов не должно превышать 2:1. Для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) количество четырехузловых (Quad) элементов в радиальном сечении шины не должно превышать 1000. Тогда прогноз НДС и скорость решения задач в трехмерной постановке будут удовлетворительными. По сетке, состоящей из четырехузловых элементов, производится дискретизация двухузловыми оболочечными элементами, которые соответствуют средним линиям слоев композиционных материалов шины. В трехмерной постановке число конечных элементов, соответствующих резиновой матрице, не должно превышать 100 000, тогда время расчета нагрузочных характеристик и режимов качения не превысит 8 и 12 ч соответственно. Для сравнения НДС конкурирующих вариантов профилей шины в конфигурации пресс-формы желательно иметь подобные сетки. Для прогноза нагрузочных и жесткостных характеристик шин, а также режимов качения колеса сетку можно упрощать. Например, число четырехузловых элементов в радиальном сечении шины можно уменьшить до 500, при этом разница в прогнозе нагрузочных и жесткостных характеристик и режимов качения колеса не превысит 3 %.

Способ разбиения сетки в окружном направлении существенно влияет на параметры НДС шины, нагрузочных характеристик и режимов качения. Экспериментально найденное разбиение сетки в окружном направлении (таблица 1, рисунок 6) дает удовлетворительное качество прогнозирования нагрузочных характеристик и режимов качения колеса.

Для описания деформационного поведения резины применима феноменологическая модель Муни–Ривлина (необходимые эксперименты и методы расчета параметров этой модели обсуждаются в работах [2, 5, 7, 15, 17]), а для армирующих материалов (корда) — модель линейно-упругого изотропного материала.

Прогнозирование радиальной нагрузочной характеристики шины по результатам статических стендовых испытаний. Модель Бидермана В.Л. Теоретическое определение нагрузоч-

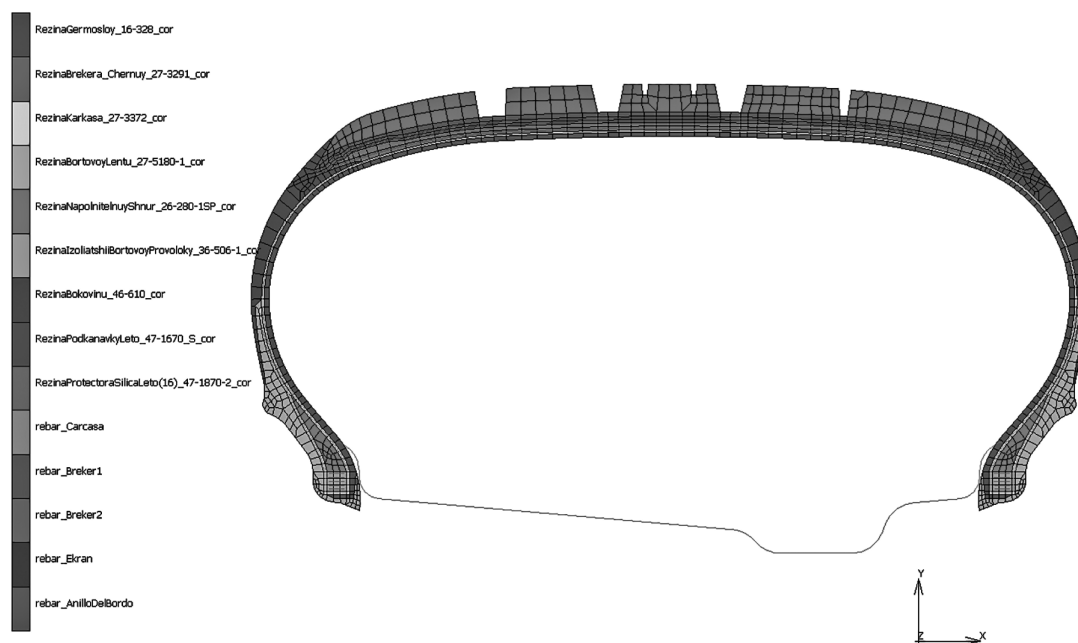


Рисунок 5 — Осесимметричная конечно-элементная модель шины 235/55R17.

Распределение материалов в радиальном сечении шины в конфигурации пресс-формы

Figure 5 — Axisymmetric finite element model of 235/55R17 tire. Material distribution in the radial section of the tire in the mold configuration

Таблица 1 — Параметры сетки разбиения в окружном направлении
 Table 1 — Parameters of the grid partitioning in the circumferential direction

Сегмент	1	2	3
Угол, °	15,75	1,5	15,75
Число элементов	10	30	10

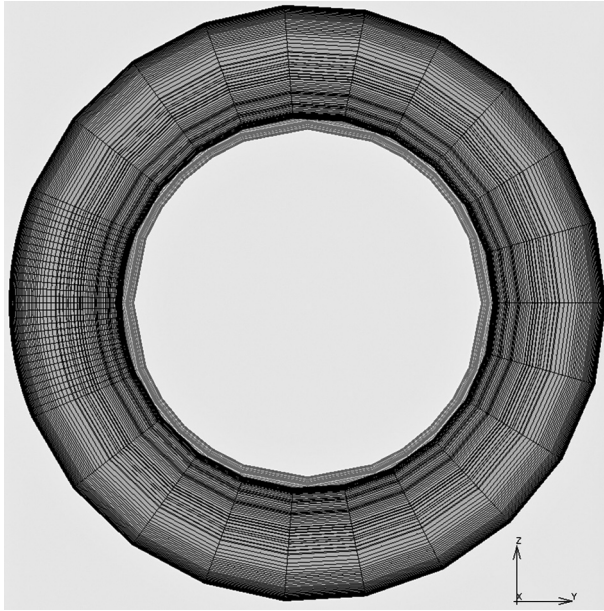


Рисунок 6 — Разбиение сетки в окружном направлении с параметрами, указанными в таблице 1
 Figure 6 — Grid partitioning in the circumferential direction with the parameters given in Table 1

ной характеристики шины в 60-е годы XX века представляло значительные трудности.

Для выяснения соотношения между общей работой деформирования шины и ее частью, которая затрачивается на сжатие воздуха в полости шины, были выполнены эксперименты, позволившие установить, что изменение объема шины от величины радиального прогиба определяется квадратичной зависимостью. Была определена полная работа, затраченная на деформирование шины максимальной нагрузкой, и ее часть — на сжатие воздуха. Их разность представляет собой работу деформирования шинных материалов. Бидерманом В.Л. [1, 2] была предложена математическая модель, позволяющая на основе экспериментальных данных получить удовлетворительный прогноз нагрузочной характеристики пневматической шины, исходя из зависимости радиальной нагрузки от прогиба и давления в полости шины:

$$Q(f, p) = \frac{f^2}{C_1 + C_2 \cdot \frac{f}{p + p_0}}, \quad (1)$$

где f — величина радиального прогиба шины, мм; p_0 — жесткость боковой стенки шины при нулевом давлении, МПа; p — давление воздуха в шине, МПа; C_1 — коэффициент, характеризующий подат-

ливость протектора, 1/МПа; C_2 — коэффициент, характеризующий податливость каркаса, 1/мм; Q — нагрузка на шину, Н.

Из формулы (1) видно, что для определения неизвестных величин C_1 , C_2 , p_0 достаточно трех испытаний. Так как радиальная жесткость в различных сечениях шины отличается не более чем на 10 %, то специалистами ОРИМШ УПКШ ОАО «Белшина» была предложена следующая методика прогноза нагрузочной характеристики пневматической шины. Данные, по которым прогнозируется нагрузочная характеристика, рассчитываются исходя из давления при максимальной нагрузке и давления, равного 75–80 % давления при максимальной нагрузке:

$$Q = Q_{\max} \cdot \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{0,8}, \quad (2)$$

где p_{ref} — величина давления, соответствующая максимальной нагрузке на шину, МПа; p — давление в шине, для которого определяется нагрузка, МПа; Q_{\max} — максимальная нагрузка на шину, Н; Q — нагрузка на шину, Н.

Формула (2) позволяет рассчитать по давлению в шине нагрузку, при которой площадь зоны контакта и радиальная деформация будут такими же, как при p_{ref} и Q_{\max} . В таблице 2 приведены исходные данные для определения нагрузочной характеристики шины 46/90R57.

При проведении стендовых статических испытаний шины 46/90R57 определяются ее неизвестные радиальные прогибы. По формуле (1) находятся неизвестные коэффициенты C_1 , C_2 , p_0 модели Бидермана В.Л. Данные протокола позволяют рассчитать четыре нагрузочные характеристики. За реальную нагрузочную способность принимается характеристика, полученная по средним значениям коэффициентов C_1 , C_2 , p_0 . На рисунке 7 приведены экспериментальные данные и рассчитанные по ним нагрузочные характеристики.

Из уравнения (1) можно получить следующие функциональные зависимости:

$$p(Q, f) = \frac{C_2 \cdot Q \cdot f}{f^2 - C_1 \cdot Q} - p_0; \quad (3)$$

$$f(Q, p) = \frac{C_2 \cdot Q}{2 \cdot (p + p_0)} + \sqrt{\left(\frac{C_2 \cdot Q}{2 \cdot (p + p_0)} \right)^2 + C_1 \cdot Q}. \quad (4)$$

Таблица 2 — Параметры протокола испытаний для прогнозирования нагрузочной характеристики шины 46/90R57
 Table 2 — Test protocol parameters for predicting load response of the 46/90R57 tire

p , кПа	Q , кГ	f , мм
700	63000	измеряется
	31500	измеряется
525	50050	измеряется
	25025	измеряется

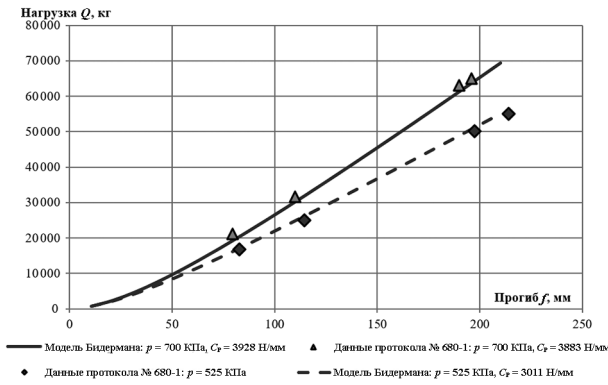


Рисунок 7 — Результаты статических испытаний шины 46/90R57 и расчетные нагрузочные характеристики
Figure 7 — Static test results of the 46/90R57 tire and design load characteristics

Взяв частную производную от выражения (1) по переменной f , получим выражение для радиальной жесткости:

$$C_p = \frac{Q}{f} \cdot \left(2 - \frac{C_2 \cdot Q}{f \cdot (p + p_0)} \right). \quad (5)$$

Для определения оптимального режима работы шины можно использовать соотношение

$$\frac{W_{ст}}{W_{пн}} = \frac{1}{p} \cdot \left[p_0 + \frac{C_1}{C_2 \cdot f} \cdot (p + p_0)^2 \right], \quad (6)$$

где $W_{ст}$ — работа, затраченная на деформацию материалов шины; $W_{пн}$ — работа, затраченная на сжатие воздуха в шине.

Пример расчета статических нагрузочных и жесткостных характеристик легковой и грузовой ЦМК шин в MSC.Marc. В качестве примера рассмотрим результаты расчета статических нагрузочных характеристик легковой шины 235/55R17. В таблице 3 приведены радиальная, боковая, продольная, угловая, крутильная и опрокидывающая нагрузки, которые прикладываются к контрольному узлу и контактному телу «обод».

По приведенному выше алгоритму при решении задачи в MSC.Marc нагрузка на колесо плавно увеличивается от 0 до максимального значения. Нагрузочная характеристика строится по 20 точкам, которые соответствуют 20 приращениям по

нагрузке и указаны в опции LoadCase. На рисунках 8–10 даны полученные в MSC.Marc нагрузочные характеристики и для них определены показатели жесткости легковой и грузовой ЦМК шин.

Анализ результатов расчета легковой и грузовой ЦМК шин показывает, что прогнозируемая радиальная нагрузочная характеристика удовлетворительно согласуется с результатами испытаний. Расчетная радиальная жесткость отличается от экспериментальных данных не более чем на 3 %, а боковая — не более 5 %. Учет рисунка протектора в конечно-элементной модели улучшает сходимость прогноза нагрузочных характеристик. При прогнозировании радиальной жесткости в MSC.Marc без учета рисунка протектора ее величина возрастает до 10 %, а боковой — до 15 %.

Прогнозирование режимов плоского и криволинейного движения колеса в MSC.Marc. Качение шины в составе колеса моделируется на переносных скоростях 80–90 км/ч. Для определения зависимости коэффициента сцепления от скольжения необходимо определить диапазон изменения частоты вращения колеса. Для вычисления радиуса качения шины воспользуемся формулой, приведенной в работе [4]:

$$R_k = \frac{3 \cdot R_d}{1 + 2 \cdot \frac{R_d}{R_0}}, \quad (7)$$

где R_d — динамический радиус шины, мм; R_0 — свободный радиус шины, мм; R_k — радиус качения шины, мм.

Рассчитаем диапазон частот, в котором реализуются все режимы плоского движения легкового колеса с переносной скоростью 90 км/ч (25 000 мм/с). Радиус качения колеса рассчитаем по формуле (7), приняв в качестве динамического радиуса ранее полученный статический радиус, поскольку для легковых шин радиальной конструкции при скорости качения до 100 км/ч динамический радиус отклоняется от статического незначительно. В частности, для легковой шины 235/55R17 статический радиус равен 314 мм, а свободный радиус — 346 мм, тогда по формуле (7) радиус качения этой шины составит 335 мм. Опреде-

Таблица 3 — Граничные условия для решения задач по прогнозу нагрузочных характеристик
Table 3 — Boundary conditions for solving issues on prediction of load characteristics

Нагрузочная характеристика	Нагрузка на контрольном узле, Н			Перемещение контрольного узла, мм			Угол поворота обода, °	Координаты вектора оси вращения обода		
	F_x	F_y	F_z	X	Y	Z	α	x	y	z
Радиальная	—	7600	—	0	—	0	—	—	—	—
Боковая	1520	7600	—	—	—	0	—	—	—	—
Продольная	—	7600	1520	0	—	—	—	—	—	—
Угловая	—	7600	—	0	—	0	5	0	1	0
Крутильная	—	7600	—	0	—	0	5	1	0	0
Опрокидывающая	—	7600	—	0	—	0	5	0	0	1

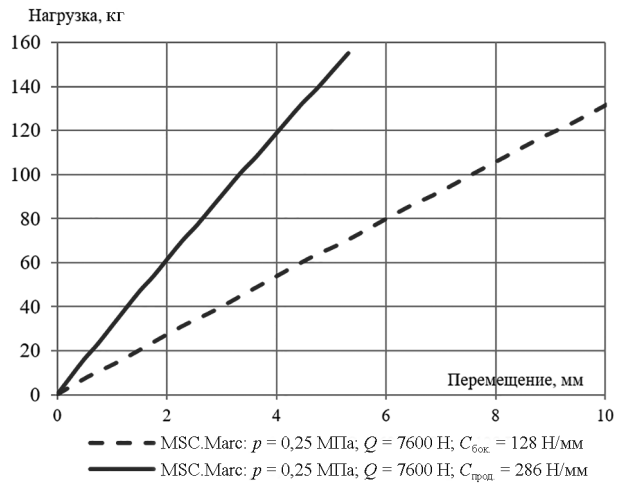
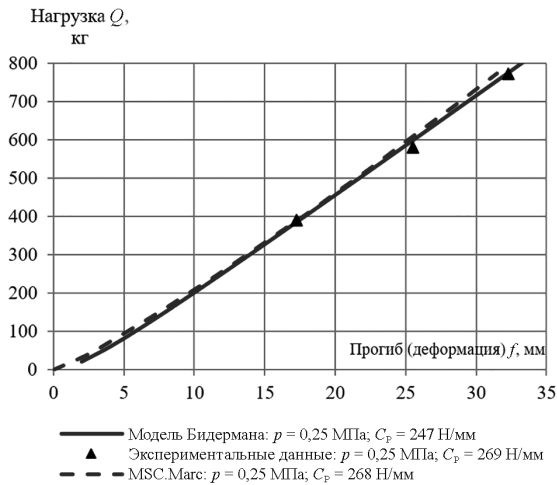


Рисунок 8 — Нагрузочные характеристики шины 235/55R17: а — радиальная; б — боковая и продольная
 Figure 8 — 235/55R17 tire load characteristics: a — radial; b — lateral and longitudinal

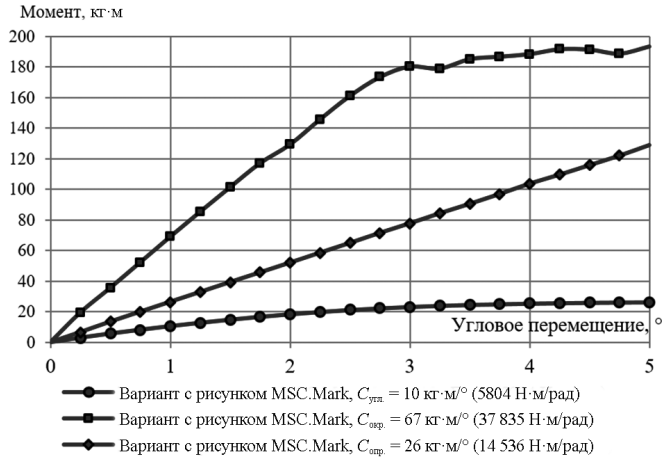
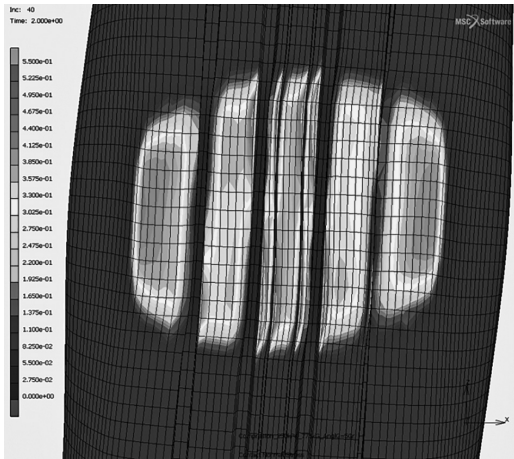


Рисунок 9 — Нагрузочные характеристики шины 235/55R17:
 а — зона контакта под действием угловой нагрузки 5°; б — угловая, окружная и опрокидывающая характеристики

Figure 9 — 235/55R17 tire load characteristics: a — contact area under 5° angular load; b — angular, circumferential and rollover characteristics

лим частоту вращения колеса в режиме ведомого без проскальзывания по формуле:

$$v = \frac{V}{2 \cdot \pi \cdot R_K}, \quad (8)$$

где v — частота вращения колеса, Гц; V — переносная скорость качения колеса, мм/с; R_K — радиус качения шины, мм.

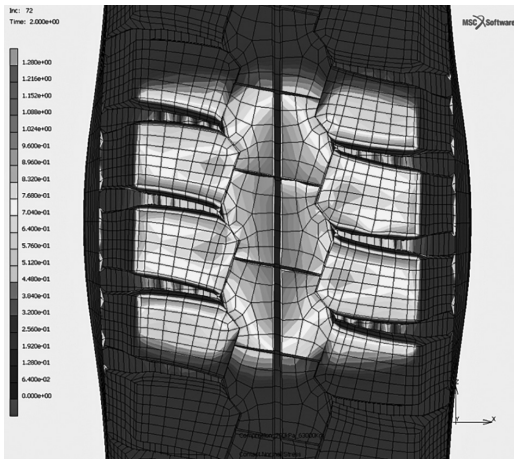
В качестве примера определим частотный диапазон при качении со скольжением и пробуксовкой в ведомом режиме работы колеса с шиной 235/55R17 для частоты вращения 11,9 Гц. Для этого варьируем (уменьшаем и увеличиваем) частоту вращения на 15–20%. В нашем случае для шины 235/55R17 получим диапазон частот 10,1–13,5 Гц. Для установившегося режима качения (SteadyStateRolling) выбираем контроль по частоте вращения (SpinningVelocity) и значения параметров, указанные в таблице 4.

Задача плоского движения колеса в MSC.Marc решается в три этапа. На первом этапе шину, смонтированную на обод и нагруженную внутренним

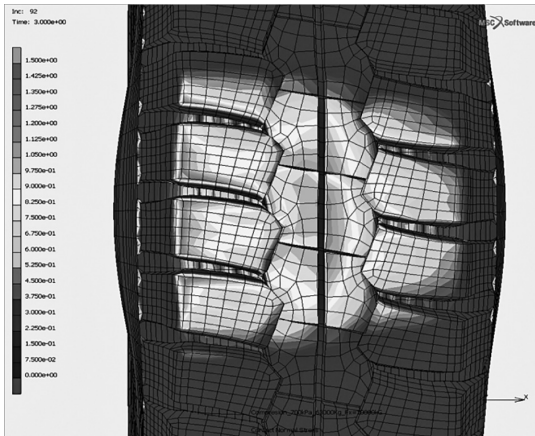
давлением, прижимаем к контактному телу «дорога» нагрузкой, которая плавно увеличивается от 0 до максимально допустимого значения. На втором этапе за один шаг решается задача о качении шины с проскальзыванием (см. таблицу 4). На третьем этапе за 20 шагов моделируется качение шины с проскальзыванием и пробуксовкой. Частота вращения колеса плавно изменяется от 10,1 до 13,5 Гц. На рисунке 11 приведены полученные с помощью MSC.Marc зависимости радиуса качения шины и продольного усилия реакции дороги от крутящего момента.

Задача решалась для различных значений коэффициента трения между шиной и дорожным покрытием при различном количестве шагов изменения частоты вращения колеса. На линейном участке зависимости, показанной на рисунке 11 а, можно определить окружную жесткость колеса при качении [4]:

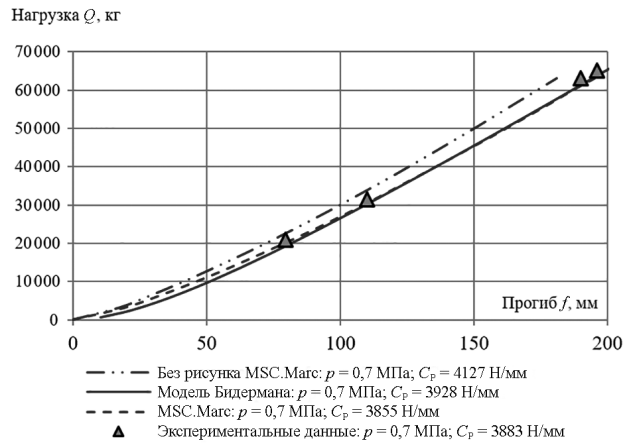
$$C_{окр} = \frac{\Delta M_K}{\Delta R_K}, \quad (9)$$



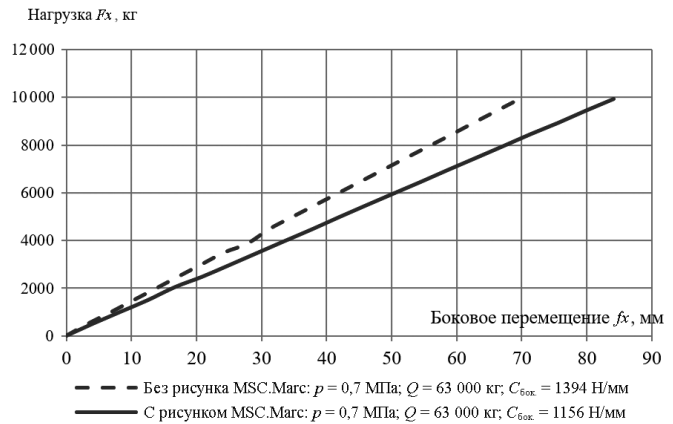
a



c



b



d

Рисунок 10 — Нагрузочные характеристики шины 46/90R57:

a — зона контакта под действием радиальной нагрузки 63 Тс; b — радиальные нагрузочные характеристики; c — пятно контакта под действием боковой нагрузки 10 Тс; d — боковые нагрузочные характеристики

Figure 10 — 46/90R57 tire load characteristics:

a — contact area under radial load 63 Тс; b — radial load characteristics; c — contact patch under lateral load 10 Тс; d — lateral load characteristics

где ΔM_K — приращение крутящего момента; ΔR_K — приращение радиуса качения на линейном участке характеристики, показанной на рисунке 11 a.

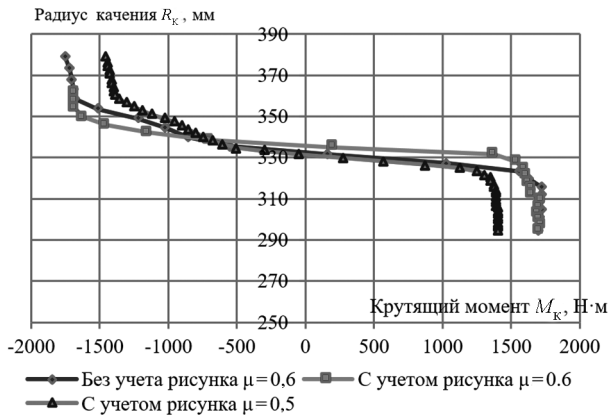
Зависимость на рисунке 11 b показывает, что на 20 приращениях частоты вращения колесо проходит все режимы качения. Окружная жесткость катящегося колеса с шиной 235/55R17 на скорости 90 км/ч $C_{окр} = 168\,400 \text{ Н}\cdot\text{м/м}$, что удовлетворительно согласуется с жесткостью легковых шин, приведенной в работе [4].

На рисунке 12 изображена зона контакта шины 235/55R17, катящейся со скоростью 90 км/ч и частотой вращения 13,5 Гц, и зависимость коэффициента сцепления шины с дорожным покрытием от коэффициента скольжения.

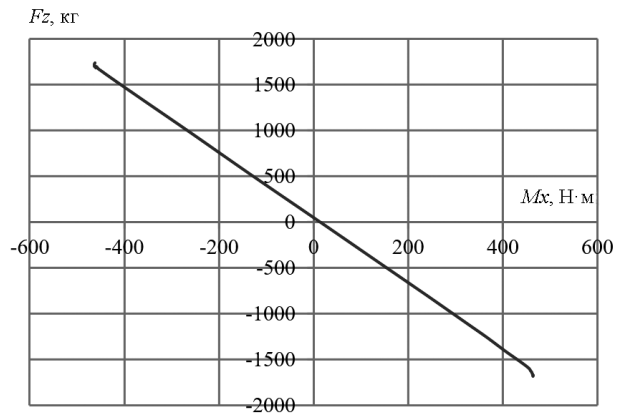
Решение задачи качения колеса на повороте в городских условиях. Скорость, с которой колесо катится по криволинейной траектории на повороте в городских условиях, равна 10 км/ч, а радиус поворота — 20–25 м. Определим частоту вращения колеса на повороте при качении со скоростью 10 км/ч и радиусе поворота 3 м. Частоту вращения шины на повороте определим по формуле (8), задавая вместо радиуса качения радиус поворота. Тогда для радиуса поворота 3 м получим частоту поворота колеса $\nu_c = 0,147 \text{ Гц}$. В установившемся режиме качения (SteadyStateRolling) выбираем контроль по крутящему моменту (Torque) с параметрами, указанными в таблице 5.

Таблица 4 — Настройка установившегося режима плоского качения колеса в MSC.Marc
Table 4 — Setting the steady-state flat rolling mode of the wheel in MSC.Marc

Режим качения	Частота вращения шины ν_s , Гц	Частота вращения шины в повороте ν_c , Гц	Переносная скорость колеса V , мм/с			Наличие трения
			V_x	V_y	V_z	
Качение с проскальзыванием	10,1	0	0	0	25000	+
Качение с пробуксовкой	13,5	0	0	0	25000	—

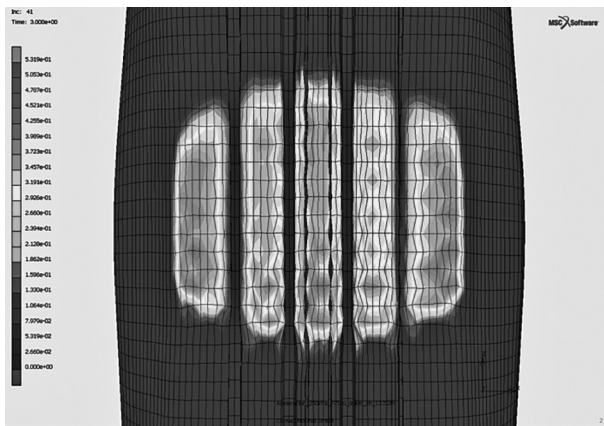


a

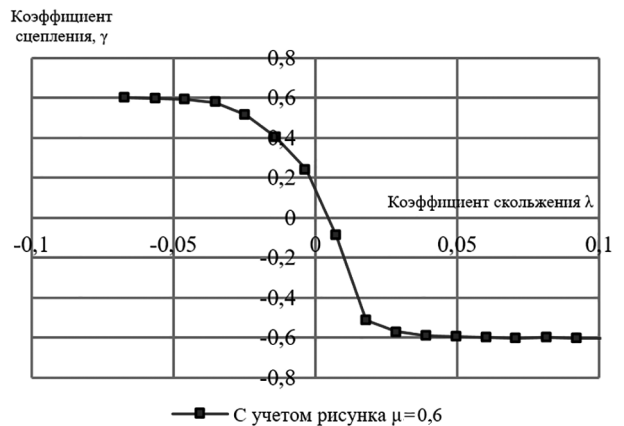


b

Рисунок 11 — Зависимость радиуса качения колеса от крутящего момента (a) и продольной реакции дороги от крутящего момента (b)
 Figure 11 — Dependence of wheel rolling radius on torque (a) and longitudinal road reaction on torque (b)



a



b

Рисунок 12 — Зона контакта при качении со скоростью 90 км/ч и частотой вращения 13,5 Гц (a) и зависимость коэффициента сцепления от коэффициента скольжения (b)
 Figure 12 — Contact zone during rolling at a speed of 90 km/h and a rotation speed of 13.5 Hz (a), and the dependence of the coefficient of adhesion on the coefficient of sliding (b)

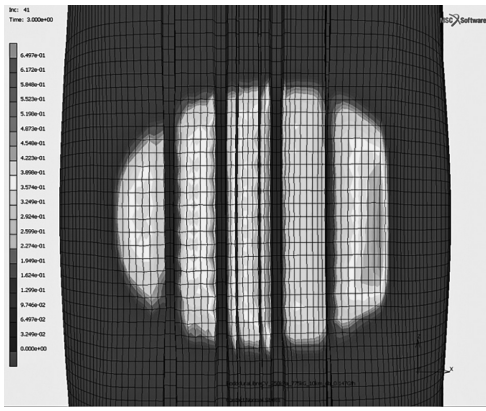
Задача о качении колеса на повороте решается в три этапа. Первый этап аналогичен задаче плоского движения колеса. На втором этапе за один шаг рассчитывается режим плоского движения ведомого колеса со скоростью 10 км/ч (2777,7 мм/с). На третьем этапе за 20 шагов решается задача о качении на повороте со скоростью 10 км/ч и плавно изменяющейся частоте поворота колеса в диапазоне от 0 до 0,147 Гц. На рисунке 13 изображена зона контакта шины 235/55R17, катящейся со скоростью 10 км/ч на повороте с частотой 0,147 Гц, и зависимость частоты и радиуса поворота от боковой силы.

Решение задачи качения колеса с боковым уводом в MSC.Marc. В качестве примера рассмотрим задачу качения с боковым уводом коле-

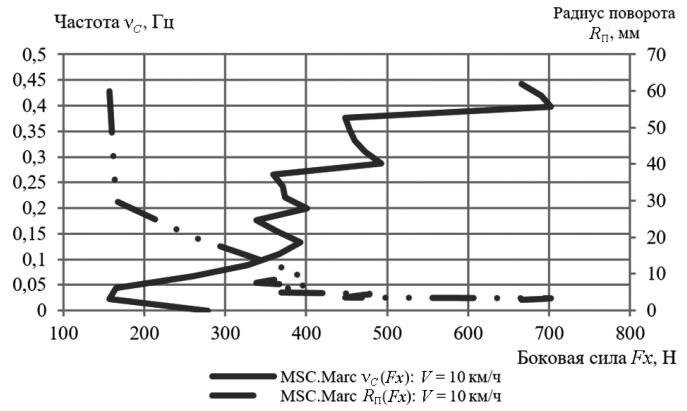
са с диагональной шиной 18,4–24. Задачу будем решать в три этапа. Первый этап аналогичен задаче плоского движения колеса. На втором этапе за один шаг рассчитывается режим плоского движения ведомого колеса со скоростью 30 км/ч (8333,3 мм/с). На третьем этапе за 20 шагов решается задача о качении колеса с боковым уводом со скоростью 30 км/ч и плавно изменяющейся переносной проекцией V_x скорости качения колеса от 0 до 1469,4 мм/с, что соответствует изменению угла бокового увода от 0 до 10°. Для установившегося режима качения шины (SteadyStateRolling) выбираем контроль по крутящему моменту (Torque). В таблице 6 приведены значения параметров режимов качения колеса.

Таблица 5 — Параметры качения колеса на повороте в MSC.Marc
 Table 5 — Wheel rolling parameters on a corner in MSC.Marc

Режим качения колеса	Крутящий момент, Н·мм	Частота вращения шины в повороте v_c , Гц	Переносная скорость колеса V , мм/с		
			V_x	V_y	V_z
Ведомое	0	0	0	0	2777,7
Качение на повороте	0	0,147	0	0	2777,7



a



b

Рисунок 13 — Качение колеса на повороте со скоростью 10 км/ч:

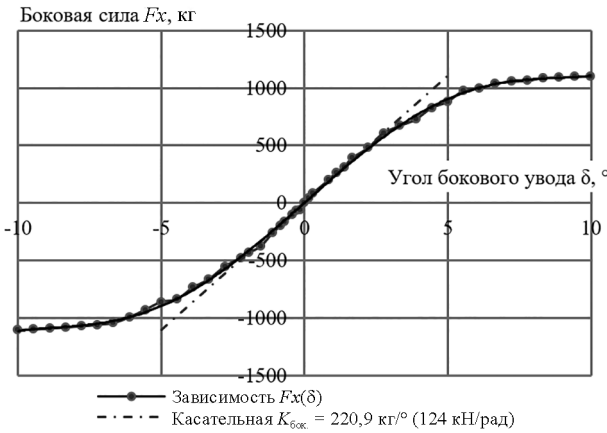
a — зона контакта; b — зависимость частоты и радиуса поворота от боковой силы

Figure 13 — Wheel rolling on a corner at 10 km/h: a — contact zone; b — dependence of frequency and turning radius on lateral force

Таблица 6 — Параметры установившегося режима качения колеса с боковым уводом в MSC.Marc

Table 6 — Steady-state parameters of wheel rolling with lateral skid in MSC.Marc

Режим качения колеса	Крутящий момент, Н·мм	Частота вращения шины в повороте v_c , Гц	Переносная скорость колеса V , мм/с		
			V_x	V_y	V_z
Ведомое	0	0	0	0	8333,3
Качение на повороте	0	0	1469,4	0	8333,3



a



b

Рисунок 14 — Качение колеса с боковым уводом на скорости 30 км/ч:

зависимости боковой силы от угла бокового увода (a) и стабилизирующего момента от угла бокового увода (b)

Figure 14 — Rolling of the wheel with lateral skid at a speed of 30 km/h:

dependencies of the lateral force on the angle of lateral skid (a) and the stabilizing moment on the angle of lateral skid (b)

На рисунке 14 изображены характеристики бокового увода диагональной шины 18,4–24, катящейся со скоростью 30 км/ч с плавно изменяющимся углом бокового увода от -10° до 10° .

Заключение. Анализ результатов вычислительных экспериментов с использованием программного обеспечения MSC.Marc по прогнозированию статических нагрузочных и деформационных характеристик пневматических шин различного назначения и конструкции показал удовлетворительную сходимость с данными стендовых статических испытаний. Учет рисунка протектора в конечно-элементной модели позволяет получить оценку статической жесткости шины с отклонением менее 3 % от экспериментальных данных.

Расчет параметров плоского и криволинейного движения колеса в установившемся режиме качения программными средствами MSC.Marc показал, что точность прогноза зависит от разбиения конечно-элементной сетки в окружном направлении и типа конечных элементов. Искажения формы элементов в зоне контакта шина/дорожное покрытие приводят к потере устойчивости решения. Поэтому для описания деформационных свойств резиновой матрицы необходимо использовать конечные элементы пониженного интегрирования германовской формулировки, которые в отличие от элементов полного интегрирования имеют одну Гауссову точку вместо восьми. Однако в настоящее время в MSC.Marc типу 3D-конечного элемента понижен-

ного интегрирования германовской формулировки нет соответствующего осесимметричного 2D-конечного элемента, что осложняет процесс моделирования задачи посадки шины на обод с натягом.

Список литературы

1. Автомобильные шины (конструкция, расчет, испытание, эксплуатация) / В.Л. Бидерман [и др.]. — М.: Госхимиздат, 1963. — 383 с.
2. Бидерман, В.Л. Расчет резино-металлических и резинокордных элементов машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.00.00 / В.Л. Бидерман. — М., 1958. — 373 с.
3. Бухин, Б.Л. Введение в механику пневматических шин / Б.Л. Бухин. — М.: Химия, 1988. — 222 с.
4. Тарасик, В.П. Теория движения автомобиля: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 478 с.
5. Трелоар, Л. Физика упругости каучука / Л. Трелоар; пер. с англ. под ред. Е.В. Кувшинского. — М.: Изд-во иностранной лит., 1953. — 240 с.
6. Метод расчета коэффициента сопротивления качению автомобильных шин на основе моделирования термовязкоупругого деформирования шинных резин / С.В. Шилько [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения: сб. науч. тр. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси; редкол.: С.Н. Поддубко [и др.]. — Минск, 2021. — Вып. 10. — С. 124–128.
7. Экспериментальное определение упругих и вязкоупругих характеристик шинных резин / С.В. Шилько [и др.] // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.-техн. сб. / Белор. нац. техн. ун-т. — Минск, 2022. — Вып. 36. — С. 114–117.
8. Nakajima, Y. Advanced tire mechanics / Y. Nakajima. — Singapore: Springer Nature, 2019. — 1265 p. — DOI: <https://doi.org/10.1007/978-981-13-5799-2>.
9. Koutný, F. Geometry and mechanics of pneumatic tires / F. Koutný. — Zlín, 2007. — 139 p.
10. Robecchi, E. Mechanics of pneumatic tire. Part I. The tire under inflation alone / E. Robecchi, L. Amici // Tire Science and Technology. — 1973. — Vol. 1, iss. 3. — Pp. 290–345. — DOI: <https://doi.org/10.2346/1.2167169>.
11. Robecchi E., Amici L. Mechanics of the pneumatic tire. Part II. The laminar model under inflation and in rotation / E. Robecchi, L. Amici // Tire Science and Technology. — 1973. — Vol. 1, iss. 3. — Pp. 382–438. — DOI: <https://doi.org/10.2346/1.2167173>.
12. Purdy, J.F. Mathematics underlying the design of pneumatic tires / J.F. Purdy. — Akron: Lithographed by Edwards Brothers, 1963. — 217 p.
13. Clark, S.K. Mechanics of pneumatic tires / S.K. Clark. — Washington: National Highway Traffic Safety Administration, 1981. — 931 p.
14. Хотько, А.В. Применение теории сетчатых оболочек при проектировании автомобильных шин диагональной конструкции / А.В. Хотько, С.В. Шилько // Механика машин, механизмов и материалов. — 2020. — № 1(50). — С. 5–11.
15. Хотько, А.В. Возможности оптимального проектирования автомобильной шины по критерию пространственной равнопрочности / А.В. Хотько, С.В. Шилько, С.Н. Бухаров // Механика машин, механизмов и материалов. — 2020. — № 4(53). — С. 11–18. — DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-11-18>.
16. Volume A: Theory and User Information [Electronic resource]: User Documentation: MSC Software Corporation. — Mode of access: <https://simcompanion.hexagon.com/customers/s/article/marc-2014-2-volume-a--theory-and-user-information-doc10797>. — Date of access: 23.09.2023.
17. MAR103 Experimental Elastomer Analysis [Electronic resource]: User Documentation MSC Software Corporation. — Mode of access: <https://hexagon.com/support-success/manufacturing-intelligence/design-engineering-support/training/marc-experimental-elastomer-analysis>. — Date of access: 23.09.2023.

KHOTKO Alexander V.

Head of the Calculation Studies of Tire Mechanics Division of the Tire Design and Construction Department of the R&D Center
E-mail: hotkoav2017@gmail.com

BELSHINA JSC, Bobruisk, Republic of Belarus

Received 01 November 2023.

PREDICTION OF LOAD AND STIFFNESS CHARACTERISTICS OF PNEUMATIC TIRES BY COMPUTER MODELING METHODS

Methods are considered for calculation of load and stiffness characteristics of pneumatic tires of radial and diagonal design, as well as modeling of flat and curvilinear motion of a car wheel with pneumatic tires. The calculated values of load characteristic and radial stiffness of 235/55R17 passenger tire and 46/90R57 all-steel truck tire obtained by finite element modeling in MSC.Marc software package are compared with the results of Biderman model calculation. In a quasi-static setting, the rolling process of the wheel with the 235/55R17 passenger car tire is analyzed in flat motion at a speed of 90 km/h and a rotational speed of 10.1–13.5 Hz. The following load and stiffness characteristics of the tire affecting smooth running, stability and controllability of the wheel are determined: dependence of the rolling radius on torque, circumferential stiffness, dependence of traction with the road surface on the amount of slip, coefficient of slip resistance, dependencies of lateral force and stabilizing torque on the angle of lateral skid.

Keywords: car wheel, pneumatic tire, static load characteristics, stiffness indices, stationary rolling, contact patch, finite element method

DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2023-4-65-85-96>

References

1. Biderman V.L., et al. *Avtomobilnye shiny (konstruktsiya, raschet, ispytanie, ekspluatatsiya)* [Car tires (design, calculation, testing, operation)]. Moscow, Goskhimizdat Publ., 1963. 383 p. (in Russ.).
2. Biderman V.L. *Raschet rezino-metallicheskih i rezinokordnykh elementov mashin*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Calculation of rubber-metal and rubber-cord elements of machines. D. Sc. Thesis]. Moscow, 1958. 373 p. (in Russ.).
3. Bukhin B.L. *Vvedenie v mekhaniku pnevmaticheskikh shin* [Introduction to the mechanics of pneumatic tires]. Moscow, Khimiya Publ., 1988. 222 p. (in Russ.).
4. Tarasik V.P. *Teoriya dvizheniya avtomobilya* [Theory of car movement]. Saint Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2006. 478 p. (in Russ.).
5. Treloar L.R.G. *The physics of rubber elasticity*. Oxford, Clarendon Press, 1949. 254 p.
6. Shil'ko S.V., Chernous D.A., Buharov S.N., Hotko A.V. Metod rascheta koeffitsienta soprotivleniya kacheniyu avtomobilnykh shin na osnove modelirovaniya termovyazkoprugogo deformirovaniya shinnykh rezin [Calculation method of coefficient of rolling resistance of car tires using modeling of thermoviscoelastic deforming of tire rubbers]. *Aktualnye voprosy mashinovedeniya*, 2021, iss. 10, pp. 124–128 (in Russ.).
7. Shilko S.V., et al. Eksperimentalnoe opredelenie uprugikh i vyazkoprugikh kharakteristik shinnykh rezin [Experimental determination of elastic and viscoelastic characteristics of tire rubbers]. *Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika*, 2022, iss. 36, pp. 114–117 (in Russ.).
8. Nakajima Y. *Advanced tire mechanics*. Singapore, Springer Nature Singapore Pte Ltd., 2019. 1265 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-981-13-5799-2>.
9. Koutný F. *Geometry and mechanics of pneumatic tires*. Zlín, 2007. 139 p.
10. Robecchi E., Amici L. Mechanics of pneumatic tire. Part I. The tire under inflation alone. *Tire science and technology*, 1973, vol. 1, iss. 3, pp. 290–345. DOI: <https://doi.org/10.2346/1.2167169>.
11. Robecchi E., Amici L. Mechanics of the pneumatic tire. Part II: The laminar model under inflation and in rotation. *Tire science and technology*, 1973, vol. 1, iss. 4, pp. 382–438. DOI: <https://doi.org/10.2346/1.2167173>.
12. Purdy J.F. *Mathematics underlying the design of pneumatic tires*. Akron, Lithographed by Edwards Brothers, 1963. 217 p.
13. Clark S.K. *Mechanics of pneumatic tires*. Washington, National Highway Traffic Safety Administration, 1981. 931p.
14. Khotko A.V., Shil'ko S.V. Primenenie teorii setchatykh obolochek pri proektirovanii avtomobilnykh shin diagonalnoy konstruktsii [Application of the theory of gridshells in the design of diagonal automobile tires]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2020, no. 1(50), pp. 5–11 (in Russ.).
15. Khotko A.V., Shil'ko S.V., Buharov S.N. Vozможности optimalnogo proektirovaniya avtomobilnoy shiny po kriteriyu prostranstvennoy ravnoprochnosti [Possibilities for optimal design of a car tire based on a criterion of spatial strength balance]. *Mechanics of machines, mechanisms and materials*, 2020, no. 4(53), pp. 11–18. DOI: <https://doi.org/10.46864/1995-0470-2020-4-53-11-18> (in Russ.).
16. *Marc 2014.2 Volume A: Theory and user information*. Available at: <https://simcompanion.hexagon.com/customers/s/article/marc-2014-2-volume-a--theory-and-user-information-doc10797> (accessed 23 September 2023).
17. *Marc experimental elastomer analysis*. Available at: <https://hexagon.com/support-success/manufacturing-intelligence/design-engineering-support/training/marc-experimental-elastomer-analysis> (accessed 23 September 2023).